

Discuta os lineares abaixo:

1. $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+my=6 \end{cases}$

$$D \begin{cases} \neq 0 & \text{SPD} \\ = 0 & \text{SPI, SI} \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & m \end{vmatrix} = m-2$$

$$m-2 \begin{cases} m-2 \neq 0 \Rightarrow m \neq 2 & \text{(SPD)} \\ m-2 = 0 \Rightarrow m = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=3 & \times(-2) \\ 2x+2y=6 & \leftarrow \end{cases}$$

$$0x+0y=0 \text{ (SPI)}$$

$\begin{cases} m \neq 2 \rightarrow \text{sistema possivel determinado} \\ m = 2 \rightarrow \text{sistema possivel indeterminado} \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x+ay=a \\ 6x-3y=2 \end{cases}$

$$D \begin{cases} \neq 0 & \text{SPD} \\ = 0 & \text{SPI, SI} \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & a \\ 6 & -3 \end{vmatrix} = -6-6a = -6(1+a)$$

$$-6-6a \begin{cases} -6-6a \neq 0 \Rightarrow 6a \neq -6 \Rightarrow a \neq -1 & \text{(SPD)} \\ -6-6a = 0 \Rightarrow 6a = -6 \Rightarrow a = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-y=-1 & \times(-3) \\ 6x-3y=2 & \leftarrow \end{cases}$$

$$0x+0y=5 \text{ (SI)}$$

$\begin{cases} a \neq -1 \rightarrow \text{sistema possivel determinado} \\ a = -1 \rightarrow \text{sistema impossivel} \end{cases}$

3. $\begin{cases} -x-2y=-ax \\ -2x+ay=y \end{cases}$

$$D \begin{cases} \neq 0 & \text{SPD} \\ = 0 & \text{SPI, SI} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-1+a)x-2y=0 \\ -2x+(a-1)y=0 \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} (a-1) & -2 \\ -2 & (a-1) \end{vmatrix} = (a-1)^2 - 4 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 - 4 \Rightarrow a^2 - 2a - 3$$

$$a^2 - 2a - 3 \begin{cases} a^2 - 2a - 3 \neq 0 \Rightarrow a \neq -1 \text{ e } a \neq 3 & \text{(SPD)} \\ a^2 - 2a - 3 = 0 \Rightarrow a = -1 \text{ e } a = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (-1) + 3 &= 2 \\ (-1) \cdot 3 &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -2x-2y=0 & \times(-1) \\ -2x-2y=0 & \leftarrow \end{cases}$$

$$0x+0y=0 \text{ (SPI)}$$

$$\begin{cases} 2x-2y=0 \\ -2x+2y=0 \end{cases}$$

$$0x+0y=0 \text{ (SPI)}$$

$\begin{cases} a \neq -1 \text{ e } a \neq 3 \rightarrow \text{sistema possivel determinado} \\ a = -1 \text{ ou } a = 3 \rightarrow \text{sistema possivel indeterminado} \end{cases}$

4. $\begin{cases} ax-y=1 \\ (a-1)x+2ay=4 \end{cases}$

$$D \begin{cases} \neq 0 & \text{SPD} \\ = 0 & \text{SPI, SI} \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} a & -1 \\ (a-1) & 2a \end{vmatrix} = 2a^2 + (a-1) \Rightarrow 2a^2 + a - 1$$

$$2a^2 + a - 1 \begin{cases} 2a^2 + a - 1 \neq 0 \Rightarrow a \neq -1 \text{ e } a \neq \frac{1}{2} & \text{(SPD)} \\ 2a^2 + a - 1 = 0 \Rightarrow a = -1 \text{ e } a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (-1) + \frac{1}{2} &= -\frac{1}{2} \\ (-1) \cdot \frac{1}{2} &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -x-y=1 & \times(-2) \\ -2x-2y=4 & \leftarrow \end{cases}$$

$$0x+0y=2 \text{ (SI)}$$

$$\begin{cases} x/2 - y = 1 \\ -x/2 + y = 4 \end{cases}$$

$$0x+0y=5 \text{ (SI)}$$

$\begin{cases} a \neq \frac{1}{2} \text{ e } a \neq -1 \rightarrow \text{sistema possivel determinado} \\ a = \frac{1}{2} \text{ e } a = -1 \rightarrow \text{sistema impossivel} \end{cases}$

5. $\begin{cases} mx+y=1-m \\ x+my=0 \end{cases}$

$$D \begin{cases} \neq 0 & \text{SPD} \\ = 0 & \text{SPI, SI} \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 1$$

$$m^2 - 1 \begin{cases} m^2 - 1 \neq 0 \Rightarrow m \neq -1 \text{ e } m \neq 1 & \text{(SPD)} \\ m^2 - 1 = 0 \Rightarrow m = -1 \text{ e } m = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x+y=2 \\ x-y=0 \end{cases}$$

$$0x+0y=2 \text{ (SI)}$$

$$\begin{cases} x+y=0 & \times(-1) \\ x+y=0 & \leftarrow \end{cases}$$

$$0x+0y=0 \text{ (SPI)}$$

$\begin{cases} m \neq 1 \text{ e } m \neq -1 \rightarrow \text{sistema possivel determinado} \\ m = 1 \rightarrow \text{sistema possivel indeterminado} \\ m = -1 \rightarrow \text{sistema impossivel} \end{cases}$

6. $\begin{cases} x+2y=1 \\ 3x+ay=b \end{cases}$

$$D \begin{cases} \neq 0 & \text{SPD} \\ = 0 & \text{SPI, SI} \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{vmatrix} = a-6$$

$$a-6 \begin{cases} a-6 \neq 0 \Rightarrow a \neq 6 & \text{(SPD)} \\ a-6 = 0 \Rightarrow a = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=1 & \times(-3) \\ 3x+6y=b & \leftarrow \end{cases}$$

$$0x+0y=-3+b$$

$$b-3=0 \Rightarrow b=3 \text{ (SPI)}$$

$$b-3 \neq 0 \Rightarrow b \neq 3 \text{ (SI)}$$

$\begin{cases} a \neq 6 \rightarrow \text{sistema possivel determinado} \\ a = 6 \text{ e } b = 3 \rightarrow \text{sistema possivel indeterminado} \\ a = 6 \text{ e } b \neq 3 \rightarrow \text{sistema impossivel} \end{cases}$

7. $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x-y+mz=2 \\ mx+2y+z=-1 \end{cases}$

$$D \begin{cases} \neq 0 & \text{SPD} \\ = 0 & \text{SPI, SI} \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & m \\ m & 2 & 1 \end{vmatrix} = -1 + m^2 + 2 + m - 2m - 1 = m^2 - m$$

$$m^2 - m \begin{cases} m^2 - m \neq 0 \Rightarrow m \neq 0 \text{ e } m \neq 1 & \text{(SPD)} \\ m^2 - m = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ e } m = 1 \end{cases}$$

$$m^2 - m = 0$$

$$m(m-1) = 0$$

$$m=0$$

$$m=1$$

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ x-y=2 \rightarrow x=2+y \\ 2y+z=-1 \end{cases}$$

$$z = -1 - 2y$$

$$2+y+y-1-2y=0$$

$$0y+1=0 \text{ (SI)}$$

$$\begin{cases} x+y+z=0 & \times(1) \times(-2) \\ x-y+z=2 & \leftarrow \\ x+2y+z=-1 & \leftarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+2z=2 \\ -x-z=-1 & \times(2) \end{cases}$$

$$0x+0z=0 \text{ (SPI)}$$

$\begin{cases} m \neq 0 \text{ e } m \neq 1 \rightarrow \text{sistema possivel determinado} \\ m = 1 \rightarrow \text{sistema possivel indeterminado} \\ m = 0 \rightarrow \text{sistema impossivel} \end{cases}$

8. $\begin{cases} ax+y+2z=b \\ 2ax-y+2z=1 \\ 2x+y+2z=3 \end{cases}$

$$D \begin{cases} \neq 0 & \text{SPD} \\ = 0 & \text{SPI, SI} \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} a & 1 & 2 \\ 2a & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -2a+4+4a+4-2a-4a = -4a+8$$

$$-4a+8 \begin{cases} -4a+8 \neq 0 \Rightarrow a \neq 2 & \text{(SPD)} \\ -4a+8 = 0 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+y+2z=b & \times(1) \times(-1) \\ 4x-y+2z=1 & \leftarrow \\ 2x+y+2z=3 & \leftarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x+4z=b+1 \\ 0x+0z=-b+3 \end{cases}$$

$$-b+3=0 \Rightarrow b=3 \text{ (SPI)}$$

$$-b+3 \neq 0 \Rightarrow b \neq 3 \text{ (SI)}$$

$\begin{cases} a \neq 2 \rightarrow \text{sistema possivel determinado} \\ a = 2 \text{ e } b = 3 \rightarrow \text{sistema possivel indeterminado} \\ a = 2 \text{ e } b \neq 3 \rightarrow \text{sistema impossivel} \end{cases}$

9. $\begin{cases} mx+y+z=1 \\ x+my+z=m \\ x+y+mz=-2 \end{cases}$

$$D \begin{cases} \neq 0 & \text{SPD} \\ = 0 & \text{SPI, SI} \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & 1 & m \end{vmatrix} = m^3 + 1 + 1 - m - m - m = m^3 - 3m + 2$$

$$m^3 - 3m + 2 \begin{cases} m^3 - 3m + 2 \neq 0 \Rightarrow m \neq -2 \text{ e } m \neq 1 & \text{(SPD)} \\ m^3 - 3m + 2 = 0 \Rightarrow m = -2 \text{ e } m = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x+y+z=1 & \times(2) \times(-1) \\ x-2y+z=-2 & \leftarrow \\ x+y-2z=-2 & \leftarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x+3z=0 \\ 3x-3z=-3 \end{cases}$$

$$0x+0z=-3 \text{ (SI)}$$

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+y+z=m \\ x+y+z=-2 \end{cases}$$

Observe que foram Formadas 3 equações iguais que resultam em valores diferentes! (SI)

$\begin{cases} m \neq 1 \text{ e } m \neq -2 \rightarrow \text{sistema possivel determinado} \\ m = 1 \rightarrow \text{sistema impossivel} \\ m = -2 \rightarrow \text{sistema impossivel} \end{cases}$

10. $\begin{cases} mx+2y+z=-1 \\ x-y+mz=2 \\ x+y+mz=2 \end{cases}$

$$D \begin{cases} \neq 0 & \text{SPD} \\ = 0 & \text{SPI, SI} \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} m & 2 & 1 \\ 1 & -1 & m \\ 1 & 1 & m \end{vmatrix} = -m^2 + 2m + 1 + 1 - m^2 - 2m = -2m^2 + 2$$

$$-2m^2 + 2 \begin{cases} -2m^2 + 2 \neq 0 \Rightarrow m \neq -1 \text{ e } m \neq 1 & \text{(SPD)} \\ -2m^2 + 2 = 0 \Rightarrow m = -1 \text{ e } m = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x+2y+z=-1 & \times(1) \times(1) \\ x-y-z=2 & \leftarrow \\ x+y-z=2 & \leftarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=1 \\ 3y=1 \end{cases}$$

$$y=1/3 \text{ (SI)}$$

$$\begin{cases} x+2y+z=-1 \\ x-2y+z=2 \\ x+y+z=-2 & \times(2) \times(-2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+3z=-2 \\ -x-z=3 & \times(3) \end{cases}$$

$$0x+0z=7 \text{ (SI)}$$

$\begin{cases} m \neq 1 \text{ e } m \neq -1 \rightarrow \text{sistema possivel determinado} \\ m = 1 \rightarrow \text{sistema impossivel} \\ m = -1 \rightarrow \text{sistema impossivel} \end{cases}$