2° MARATONA DE FÉRIAS ☞ POLINÔMIOS, COMPLEXOS, MATRIZES E DETERMINANTES

PARTE I – POLINÔMIOS

01. **(ESCOLA NAVAL)** $2x^4 - x^3 + mx^2 + 2n$ é divisível por $x^2 - x - 2$. O valor de m.n é:
A) –8 B) –10 C) –12 D) –14 E) –16

02. **(ESCOLA NAVAL)** Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ tal que $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + ax + b$. Sabendo-se que $P(x) + 3$ é divisível por $(x+1)$ e $P'(x) - 5$ é divisível por $(x-2)$, então $(a+b)$ é igual a:
A) –14 B) –12 C) –10 D) –8 E) –6

03. **(ESCOLA NAVAL)** Decompondo-se a fração $\dfrac{x+2}{x^3 - x}$ em uma soma de frações cujos denominadores são polinômios do 1° grau, podemos afirmar que a soma dos numeradores destas frações é:
A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

04. **(ESCOLA NAVAL)** A relação entre os coeficientes b e c para que a equação $x^3 + bx + c = 0$ possua duas raízes iguais é:
A) $4b^3 + 27c^2 = 0$ B) $b^3 + c^2 = 0$ C) $2b^3 + 3c^2 = 0$ D) $b^3 + c^2 = 0$ E) $3b = c$

05. **(ESCOLA NAVAL)** As raízes da equação $64x^3 - 56x^2 + 14x - 1 = 0$ estão em progressão geométrica. Podemos afirmar que essas raízes pertencem ao intervalo:
A) $\left[0, \dfrac{3}{4}\right]$ B) $\left[-1, \dfrac{1}{10}\right]$ C) $\left[-2, -\dfrac{1}{6}\right]$ D) $\left[\dfrac{1}{3}, \dfrac{3}{2}\right]$ E) $\left[-\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{10}\right]$

06. **(ESCOLA NAVAL)** Dividindo-se $(2x^3 - x^2 + mx + 8)$, onde $m \in \mathbb{R}$, por $(x+2)$ obtém-se resto igual a – 6. Qual o polinômio que representa o quociente da divisão de $(4x^3 - 7x + 3)$ por $(2x - m)$?
A) $-2x^2 + 3x + 1$
B) $2x^2 + 2x - 1$
C) $-x^2 + 2x - 1$
D) $x^2 + 3x + 1$
E) $2x^2 + -3x + 1$

07. **(ESCOLA NAVAL)** Sejam $a = 2 + i$, b e c as raízes do polinômio $3x^3 - 14x^2 + mx - 10$, onde c e m são números reais. O valor de $\log_2\left(ab + \dfrac{9}{2}c\right)$ é:
A) $\left[0, \dfrac{3}{4}\right]$ B) $\left[-1, \dfrac{1}{10}\right]$ C) $\left[-2, -\dfrac{1}{6}\right]$ D) $\left[\dfrac{1}{3}, \dfrac{3}{2}\right]$ E) $\left[-\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{10}\right]$

08. **(ESCOLA NAVAL)** Se uma das raízes da equação $x^3+px^2+qx+1=0$ é a média harmônica das outras duas, então $9pq-2q^3$ é igual a:

A) 18 B) 24 C) 27 D) 36 E) 81

09. **(ITA)** Considere o polinômio complexo $p(z)=z^4+az^3+5z^2-iz-6$, em que a é uma constante complexa. Sabendo que 2i é uma das raízes de $P(z)=0$, as outras três raízes são:

A) $-3i,-1,1$ B) $-i,i,1$ C) $-i,i,-1$ D) $-2i,-1,1$ E) $-2i,-i,i$

PARTE II – NÚMEROS COMPLEXOS

10. **(ESCOLA NAVAL)** As soluções da equação $(z-1+i)^4=1$ pertence à curva:

A) $x^2-x+y^2+y=0$
B) $x^2+y^2-2x+2y+1=0$
C) $x^2+y^2-2x-2y+1=0$
D) $x^2+y^2=1$
E) $x^2-x+y^2-y=0$

11. **(ESCOLA NAVAL)** Sendo i a unidade imaginária dos números complexos, o valor do número natural n tal que $(2i)^n+(1+i)^{2n}=64i$ é:

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

12. **(ESCOLA NAVAL)** Representando as raízes da equação $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & 1+x & 1 & 1 & 1 \\ x & 1 & 1+x & 1 & 1 \\ x & 1 & 1 & 1+x & 1 \\ x & 1 & 1 & 1 & 1+x \end{vmatrix}=-1+i\sqrt{3}$, no plano complexo, temos dois afixo distintos no:

A) Eixo Real B) 1° Quadrante C) 2° Quadrante D) 3° Quadrante E) 4° Quadrante

13. **(ITA)** Se $z\in\mathbb{C}$, então $z^6-3|z|^4\left(z^2-\bar{z}^2\right)-\bar{z}^6$ é igual a:

A) $\left(z^2-\bar{z}^2\right)^3$ B) $z^6-\bar{z}^6$ C) $\left(z^3-\bar{z}^3\right)^2$ D) $(z-\bar{z})^6$ E) $(z-\bar{z})^2\left(z^4-\bar{z}^4\right)$

14. **(ITA)** Sejam $z,w\in\mathbb{C}$. Das afirmações:

I- $|z+w|^2+|z-w|^2=2\left(|z|^2+|w|^2\right)$

II- $(z+\bar{w})^2-(z-\bar{w})^2=4z\bar{w}$

III- $|z+w|^2-|z-w|^2=4\,\mathrm{Re}(z\bar{w})$

É (são) verdadeira (s):

A) apenas I B) apenas I e II C) apenas I e III D) apenas II e III E) todas

PARTE III – MATRIZES E DETERMINANTES

15. **(ESCOLA NAVAL)** Se $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ -1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ e $C=\begin{bmatrix}0 & -1 & 1\\ 2 & -1 & 0\end{bmatrix}$, o determinante da transposta da matriz $2A-BC$ vale:

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

16. **(ESCOLA NAVAL)** Nas proposições abaixo A, B e C são matrizes quadradas de ordem n e A^T é a matriz transposta de A. Analise as proposições abaixo em verdadeiras (V) ou falsas (F).

( ) Se $AB=AC$, então $B=C$

( ) $(AB)^T=A^TB^T$ quaisquer que sejam A e B

( ) $(A+B)^T=A^T+B^T$ quaisquer que sejam A e B

A sequência correta é:

A) VFV B) FFF C) FFV D) VVF E) FVF

17. **(ESCOLA NAVAL)** Dadas as matrizes $A=\begin{bmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ e $B=\begin{bmatrix}\frac{1}{4} & 1\\ -\frac{1}{4} & 2\end{bmatrix}$, então a soma da matriz inversa de A com o dobro da matriz transposta de B é:

A) $\begin{bmatrix}0 & \frac{7}{2}\\ \frac{1}{2} & 2\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}\frac{3}{4} & -\frac{1}{6}\\ \frac{5}{2} & 5\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ 2 & 0\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}0 & 1\\ 3 & 2\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$

18. **(ITA)** Seja M uma matriz quadrada de ordem 3, inversível, que satisfaz a igualdade $\det(2M^2)-\det(\sqrt[3]{2}M^3)=\frac{2}{9}\det(3M)$. Então, um valor possível para o determinante de M é:

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{4}$