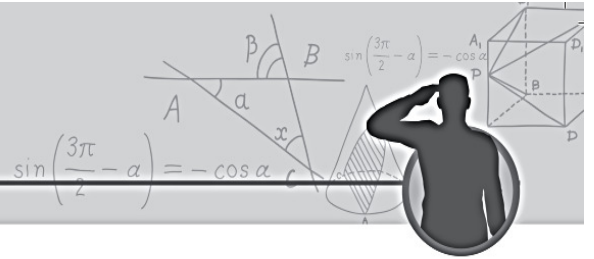

**2º MARATONA DE FÉRIAS ⇨ POLINÔMIOS, COMPLEXOS, MATRIZES E DETERMINANTES**
**PARTE I – POLINÔMIOS**

01. (ESCOLA NAVAL)  $2x^4 - x^3 + mx^2 + 2n$  é divisível por  $x^2 - x - 2$ . O valor de  $m.n$  é:  
 A) -8                      B) -10                      C) -12                      D) -14                      E) -16
02. (ESCOLA NAVAL) Sejam  $a, b \in \mathbb{R}$  tal que  $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + ax + b$ . Sabendo-se que  $P(x) + 3$  é divisível por  $(x + 1)$  e  $P'(x) - 5$  é divisível por  $(x - 2)$ , então  $(a + b)$  é igual a:  
 A) -14                      B) -12                      C) -10                      D) -8                      E) -6
03. (ESCOLA NAVAL) Decompondo-se a fração  $\frac{x+2}{x^3-x}$  em uma soma de frações cujos denominadores são polinômios do 1º grau, podemos afirmar que a soma dos numeradores destas frações é:  
 A) -3                      B) -2                      C) -1                      D) 0                      E) 1
04. (ESCOLA NAVAL) A relação entre os coeficientes  $b$  e  $c$  para que a equação  $x^3 + bx + c = 0$  possua duas raízes iguais é:  
 A)  $4b^3 + 27c^2 = 0$     B)  $b^3 + c^2 = 0$         C)  $2b^3 + 3c^2 = 0$     D)  $b^3 + c^2 = 0$         E)  $3b = c$
05. (ESCOLA NAVAL) As raízes da equação  $64x^3 - 56x^2 + 14x - 1 = 0$  estão em progressão geométrica. Podemos afirmar que essas raízes pertencem ao intervalo:  
 A)  $\left[0, \frac{3}{4}\right]$                       B)  $\left[-1, \frac{1}{10}\right]$                       C)  $\left[-2, -\frac{1}{6}\right]$                       D)  $\left[\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right]$                       E)  $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{10}\right]$
06. (ESCOLA NAVAL) Dividindo-se  $(2x^3 - x^2 + mx + 8)$ , onde  $m \in \mathbb{R}$ , por  $(x + 2)$  obtém-se resto igual a  $-6$ . Qual o polinômio que representa o quociente da divisão de  $(4x^3 - 7x + 3)$  por  $(2x - m)$ ?  
 A)  $-2x^2 + 3x + 1$   
 B)  $2x^2 + 2x - 1$   
 C)  $-x^2 + 2x - 1$   
 D)  $x^2 + 3x + 1$   
 E)  $2x^2 + -3x + 1$
07. (ESCOLA NAVAL) Sejam  $a = 2 + i$ ,  $b$  e  $c$  as raízes do polinômio  $3x^3 - 14x^2 + mx - 10$ , onde  $c$  e  $m$  são números reais. O valor de  $\log_2\left(ab + \frac{9}{2}c\right)$  é:  
 A)  $\left[0, \frac{3}{4}\right]$                       B)  $\left[-1, \frac{1}{10}\right]$                       C)  $\left[-2, -\frac{1}{6}\right]$                       D)  $\left[\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right]$                       E)  $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{10}\right]$



08. (ESCOLA NAVAL) Se uma das raízes da equação  $x^3 + px^2 + qx + 1 = 0$  é a média harmônica das outras duas, então  $9pq - 2q^3$  é igual a:

- A) 18                      B) 24                      C) 27                      D) 36                      E) 81

09. (ITA) Considere o polinômio complexo  $p(z) = z^4 + az^3 + 5z^2 - iz - 6$ , em que  $a$  é uma constante complexa. Sabendo que  $2i$  é uma das raízes de  $P(z) = 0$ , as outras três raízes são:

- A)  $-3i, -1, 1$               B)  $-i, i, 1$               C)  $-i, i, -1$               D)  $-2i, -1, 1$               E)  $-2i, -i, i$

**PARTE II – NÚMEROS COMPLEXOS**

10. (ESCOLA NAVAL) As soluções da equação  $(z - 1 + i)^4 = 1$  pertence à curva:

- A)  $x^2 - x + y^2 + y = 0$   
 B)  $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$   
 C)  $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$   
 D)  $x^2 + y^2 = 1$   
 E)  $x^2 - x + y^2 - y = 0$

11. (ESCOLA NAVAL) Sendo  $i$  a unidade imaginária dos números complexos, o valor do número natural  $n$  tal que  $(2i)^n + (1+i)^{2n} = 64i$  é:

- A) 4                      B) 5                      C) 6                      D) 7                      E) 9

12. (ESCOLA NAVAL) Representando as raízes da equação

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & 1+x & 1 & 1 & 1 \\ x & 1 & 1+x & 1 & 1 \\ x & 1 & 1 & 1+x & 1 \\ x & 1 & 1 & 1 & 1+x \end{vmatrix} = -1 + i\sqrt{3}, \text{ no plano complexo, temos dois afixo distintos no:}$$

- A) Eixo Real              B) 1° Quadrante              C) 2° Quadrante              D) 3° Quadrante              E) 4° Quadrante

13. (ITA) Se  $z \in \mathbb{C}$ , então  $z^6 - 3|z|^4(z^2 - \bar{z}^2) - \bar{z}^6$  é igual a:

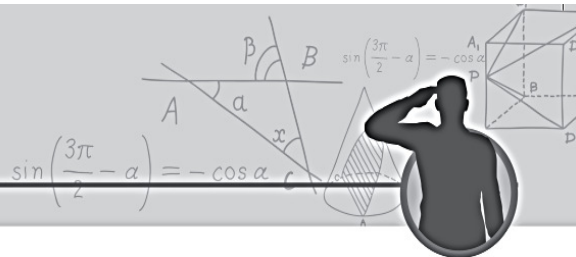
- A)  $(z^2 - \bar{z}^2)^3$               B)  $z^6 - \bar{z}^6$               C)  $(z^3 - \bar{z}^3)^2$               D)  $(z - \bar{z})^6$               E)  $(z - \bar{z})^2(z^4 - \bar{z}^4)$

14. (ITA) Sejam  $z, w \in \mathbb{C}$ . Das afirmações:

- I-  $|z + w|^2 + |z - w|^2 = 2(|z|^2 + |w|^2)$   
 II-  $(z + \bar{w})^2 - (z - \bar{w})^2 = 4z\bar{w}$   
 III-  $|z + w|^2 - |z - w|^2 = 4\text{Re}(z\bar{w})$

É (são) verdadeira (s):

- A) apenas I              B) apenas I e II              C) apenas I e III              D) apenas II e III              E) todas



**PARTE III – MATRIZES E DETERMINANTES**

15. (ESCOLA NAVAL) Se  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  e  $C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ , o determinante da

transposta da matriz  $2A - BC$  vale:

- A) -4                      B) -2                      C) 0                      D) 2                      E) 4

16. (ESCOLA NAVAL) Nas proposições abaixo A, B e C são matrizes quadradas de ordem n e  $A^T$  é a matriz transposta de A. Analise as proposições abaixo em verdadeiras (V) ou falsas (F).

- ( ) Se  $AB = AC$ , então  $B = C$   
 ( )  $(AB)^T = A^T B^T$  quaisquer que sejam A e B  
 ( )  $(A+B)^T = A^T + B^T$  quaisquer que sejam A e B

A sequência correta é:

- A) VFV                      B) FFF                      C) FFV                      D) VVF                      E) FVF

17. (ESCOLA NAVAL) Dadas as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  e

$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 1 \\ -\frac{1}{4} & 2 \end{bmatrix}$ , então a soma da matriz inversa de A com o dobro da matriz transposta de B é:

- A)  $\begin{bmatrix} 0 & \frac{7}{2} \\ \frac{1}{2} & 2 \end{bmatrix}$                       B)  $\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{6} \\ \frac{5}{2} & 5 \end{bmatrix}$                       C)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$                       D)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$                       E)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

18. (ITA) Seja M uma matriz quadrada de ordem 3, inversível, que satisfaz a igualdade  $\det(2M^2) - \det(\sqrt[3]{2}M^3) = \frac{2}{9}\det(3M)$ . Então, um valor possível para o determinante de M é:

- A)  $\frac{1}{3}$                       B)  $\frac{1}{2}$                       C)  $\frac{2}{3}$                       D)  $\frac{4}{5}$                       E)  $\frac{5}{4}$