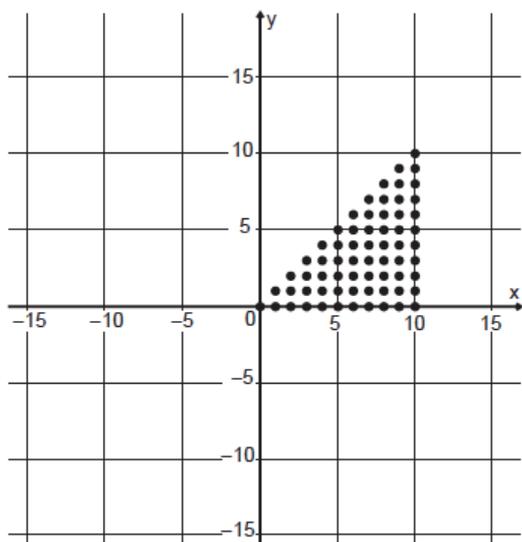


Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

- **H19:** Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.
- **H20:** Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.
- **H21:** Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.
- **H22:** Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.
- **H23:** Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

**Item 01.**

Para criar um logotipo, um profissional da área de *design* gráfico deseja construí-lo utilizando o conjunto de pontos do plano na forma de um triângulo, exatamente como mostra a imagem.



Para construir tal imagem utilizando uma ferramenta gráfica, será necessário escrever algebricamente o conjunto que representa os pontos desse gráfico.

Esse conjunto é dado pelos pares ordenados  $(x; y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$  tais que

- a)  $0 \leq x \leq y \leq 10$
- b)  $0 \leq y \leq x \leq 10$
- c)  $0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 10$
- d)  $0 \leq x + y \leq 10$
- e)  $0 \leq x + y \leq 20$

**Item 02.**

Um cientista, em seus estudos para modelar a pressão arterial de uma pessoa, utiliza uma função do tipo  $P(t) = A + B \cos(kt)$  em que A, B e K são constantes reais positivas e t representa a variável tempo, medida em segundo. Considere que um batimento cardíaco representa o intervalo de tempo entre duas sucessivas pressões máximas.

Ao analisar um caso específico, o cientista obteve os dados:

Pressão mínima	78
Pressão máxima	120
Número de batimentos cardíacos por minuto	90

A função P(t) obtida, por este cientista, ao analisar o caso específico foi

- a)  $P(t) = 99 + 21 \cos(3\pi t)$
- b)  $P(t) = 78 + 42 \cos(3\pi t)$
- c)  $P(t) = 99 + 21 \cos(2\pi t)$
- d)  $P(t) = 99 + 21 \cos(t)$
- e)  $P(t) = 78 + 42 \cos(t)$

**Item 03.**

O acréscimo de tecnologias no sistema produtivo industrial tem por objetivo reduzir custos e aumentar a produtividade. No primeiro ano de funcionamento, uma indústria fabricou 8 000 unidades de um determinado produto. No ano seguinte, investiu em tecnologia adquirindo novas máquinas e aumentou a produção em 50%. Estima-se que esse aumento percentual se repita nos próximos anos, garantindo um crescimento anual de 50%. Considere P a quantidade anual de produtos fabricados no ano t de funcionamento da indústria.

Se a estimativa for alcançada, qual é a expressão que determina o número de unidades produzidas P em função de t, para  $t \geq 1$ ?

- a)  $P(t) = 0,5 \cdot t^{-1} + 8000$
- b)  $P(t) = 50 \cdot t^{-1} + 8000$
- c)  $P(t) = 4000 \cdot t^{-1} + 8000$
- d)  $P(t) = 8000 \cdot (0,5)^{t-1}$
- e)  $P(t) = 8000 \cdot (1,5)^{t-1}$

**Item 04.**

Um estudante está pesquisando o desenvolvimento de certo tipo de bactéria. Para essa pesquisa, ele utiliza uma estufa para armazenar as bactérias. A temperatura no interior dessa estufa, em graus Celsius, é dada pela expressão  $T(h) = -h^2 + 22h - 85$ , em que  $h$  representa as horas do dia. Sabe-se que o número de bactérias é o maior possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima e, nesse momento, ele deve retirá-las da estufa.

A tabela associa intervalos de temperatura, em graus Celsius, com as classificações: muito baixa, baixa, média, alta e muito alta.

Intervalos de temperatura (°C)	Classificação
$T < 0$	Muito baixa
$0 \leq T \leq 17$	Baixa
$17 < T < 30$	Média
$30 \leq T \leq 43$	Alta
$T > 43$	Muito alta

Quando o estudante obtém o maior número possível de bactérias, a temperatura no interior da estufa está classificada como

- a) muito baixa.
- b) baixa.
- c) média.
- d) alta.
- e) muito alta.

**Item 05.**

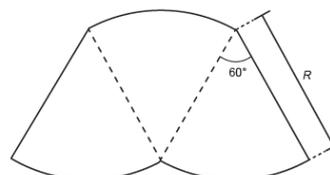
Uma loja vende automóveis em  $N$  parcelas iguais sem juros. No momento de contratar o financiamento, caso o cliente queira aumentar o prazo, acrescentando mais 5 parcelas, o valor de cada uma das parcelas diminui R\$ 200,00, ou ele quiser diminuir o prazo, com 4 parcelas a menos, o valor de cada uma das parcelas sobe R\$ 232,00. Considere ainda que, nas três possibilidades de pagamento, o valor do automóvel é o mesmo, todas são sem juros e não é dado desconto em nenhuma das situações.

Nessas condições, qual é a quantidade  $N$  de parcelas a serem pagas de acordo com a proposta inicial da loja?

- a) 20
- b) 24
- c) 29
- d) 40
- e) 58

**Item 06.**

O proprietário de um parque aquático deseja construir uma piscina em suas dependências. A figura representa a vista superior dessa piscina, que é formada por três setores circulares idênticos, com ângulo central igual a  $60^\circ$ . O raio  $R$  deve ser um número natural.



O parque aquático já conta com uma piscina em formato retangular com dimensões 50 m x 24 m.

O proprietário quer que a área ocupada pela nova piscina seja menor que a ocupada pela piscina já existente.

Considere 3,0 como aproximação para  $\pi$ .

O maior valor possível para  $R$ , em metros, deverá ser

- a) 16.
- b) 28.
- c) 29.
- d) 31.
- e) 49.

**Item 07.**

Para realizar a viagem dos sonhos, uma pessoa precisava fazer um empréstimo no valor de R\$ 5 000,00.

Para pagar as prestações, dispõe de, no máximo, R\$ 400,00 mensais. Para esse valor de empréstimo, o valor da prestação ( $P$ ) é calculado em função do número de prestações ( $n$ ) segundo a fórmula

$$P = \frac{5000 \times 1,013^n \times 0,013}{(1,013^n - 1)}$$

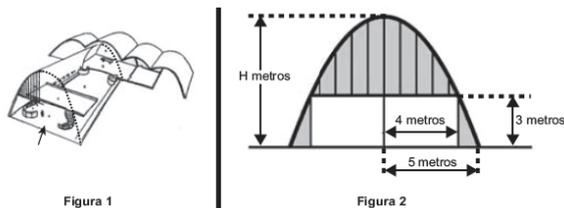
Se necessário, utilize 0,005 como aproximação para  $\log 1,013$ ; 2,602 como aproximação para  $\log 400$ ; 2,525 como aproximação para  $\log 335$ .

De acordo com a fórmula dada, o menor número de parcelas cujos valores não comprometem o limite definido pela pessoa é

- a) 12.
- b) 14.
- c) 15.
- d) 16.
- e) 17.

**Item 08.**

A igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha em Belo Horizonte, possui abóbadas parabólicas. A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos.



Qual a medida da altura H, em metro, indicada na Figura 2?

- a)  $\frac{16}{3}$
- b)  $\frac{31}{5}$
- c)  $\frac{25}{4}$
- d)  $\frac{25}{3}$
- e)  $\frac{75}{2}$

**Item 09.**

Em setembro de 1987, Goiânia foi palco do maior acidente radioativo ocorrido no Brasil, quando uma amostra de césio-137, removida de um aparelho de radioterapia abandonado, foi manipulada inadvertidamente por parte da população. A meia-vida de um material radioativo é o tempo necessário para que a massa desse material se reduza à metade. A meia-vida do césio-137 é 30 anos e a quantidade restante de massa de um material radioativo, após t anos, é calculada pela expressão  $M(t) = A \cdot (2,7)^{kt}$ , onde A é a massa inicial e k é uma constante negativa.

Considere 0,3 como aproximação para  $\log_{10} 2$ .

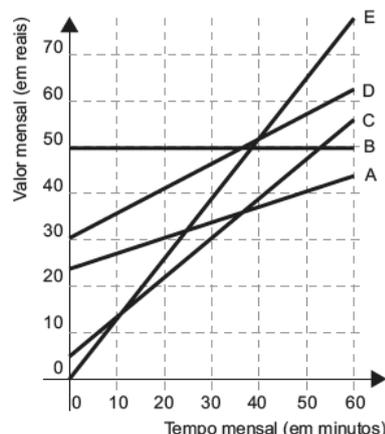
Qual o tempo necessário, em anos, para que uma quantidade de massa do césio-137 se reduza a 10% da quantidade inicial?

- a) 27
- b) 36
- c) 50
- d) 54
- e) 100

**Item 10.**

No Brasil há várias operadoras e planos de telefonia celular.

Uma pessoa recebeu 5 propostas (A, B, C, D e E) de planos telefônicos. O valor mensal de cada plano está em função do tempo mensal das chamadas, conforme o gráfico.



Essa pessoa pretende gastar exatamente R\$ 30,00 por mês com telefone.

Dos planos telefônicos apresentados, qual é o mais vantajoso, em tempo de chamada, para o gasto previsto para essa pessoa?

- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E

**Item 11.**

Em março de 2011, um terremoto de 9,0 graus de magnitude na escala Richter atingiu o Japão matando milhares de pessoas e causando grande destruição. Em janeiro daquele ano, um terremoto de 7,0 graus na escala Richter atingiu a cidade de Santiago Del Estero, na Argentina. A magnitude de um terremoto, medida pela escala Richter, é  $R = \log\left(\frac{A}{A_0}\right)$ , em que A é a amplitude do

movimento vertical do solo, informado em um sismógrafo,  $A_0$  é uma amplitude de referência e log representa o logaritmo na base 10.

A razão entre as amplitudes dos movimentos verticais dos terremotos do Japão e da Argentina é

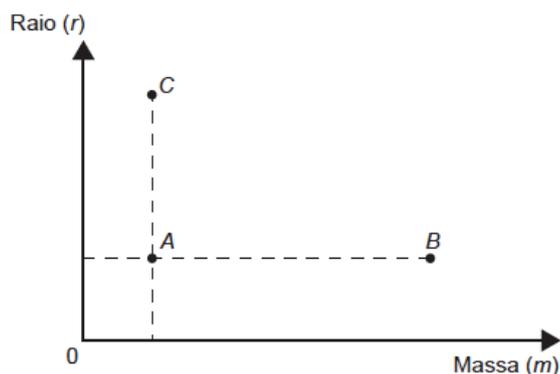
- a) 1,28
- b) 2,0
- c)  $10^{\frac{9}{7}}$
- d) 100
- e)  $10^9 - 10^7$

Item 12.

De acordo com a Lei Universal da Gravitação, proposta por Isaac Newton, a intensidade da força gravitacional  $F$  que a Terra exerce sobre um satélite em órbita circular é proporcional à massa  $m$  do satélite e inversamente proporcional ao quadrado do raio  $r$  da órbita, ou seja,

$$F = \frac{km}{r^2}$$

No plano cartesiano, três satélites, A, B e C, estão representados, cada um, por um ponto ( $m$ ;  $r$ ) cujas coordenadas são, respectivamente, a massa do satélite e o raio da sua órbita em torno da Terra.



Com base nas posições relativas dos pontos no gráfico, deseja-se comparar as intensidades  $F_A$ ,  $F_B$  e  $F_C$  da força gravitacional que a Terra exerce sobre os satélites A, B e C, respectivamente.

As intensidades  $F_A$ ,  $F_B$  e  $F_C$  expressa no gráfico satisfazem a relação

- a)  $F_C = F_A < F_B$
- b)  $F_A = F_B < F_C$
- c)  $F_A < F_B < F_C$
- d)  $F_A < F_C < F_B$
- e)  $F_C < F_A < F_B$

Item 13.

O fisiologista inglês Archibald Vivian Hill propôs, em seus estudos, que a velocidade  $v$  de contração de um músculo ao ser submetido a um peso  $p$  é dada pela equação  $(p + a)(v + b) = K$ , com  $a$ ,  $b$  e  $K$  constantes.

Um fisioterapeuta, com o intuito de maximizar o efeito benéfico dos exercícios que recomendaria a um de seus pacientes, quis estudar essa equação e a classificou desta forma:

Tipo de curva
Semirreta oblíqua
Semirreta horizontal
Ramo de parábola
Arco de circunferência
Ramo de hipérbole

O fisioterapeuta analisou a dependência entre  $v$  e  $p$  na equação de Hill e a classificou de acordo com sua representação geométrica no plano cartesiano, utilizando o par de coordenadas  $(p$ ;  $v)$ . Admita que  $K > 0$ .

O gráfico da equação que o fisioterapeuta utilizou para maximizar o efeito dos exercícios é do tipo

- a) semirreta oblíqua.
- b) semirreta horizontal.
- c) ramo de parábola.
- d) arco de circunferência.
- e) ramo de hipérbole.

Item 14.

Uma empresa que organiza eventos de formatura confecciona canudos de diplomas a partir de folhas de papel quadradas. Para que todos os canudos fiquem idênticos, cada folha é enrolada em torno de um cilindro de madeira

de diâmetro  $d$  em centímetros, sem folga, dando-se 5 voltas completas em torno de tal cilindro. Ao final, amarra-se um cordão no meio do diploma, bem ajustado, para que não ocorra o desenrolamento, como ilustrado na figura.



Em seguida, retira-se o cilindro de madeira do meio do papel enrolado, finalizando a confecção do diploma. Considere que a espessura da folha de papel original seja desprezível.

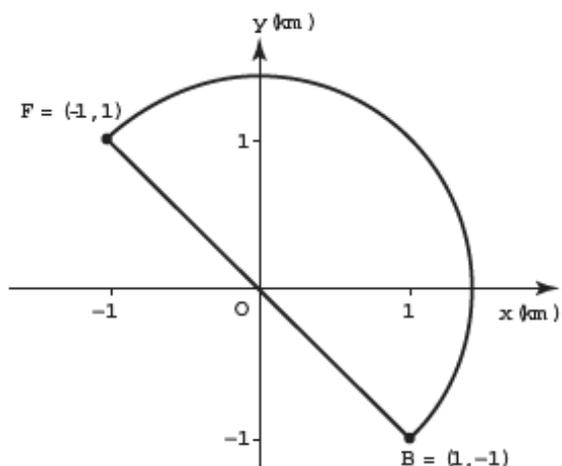
Qual é a medida, em centímetros, do lado da folha de papel usado na confecção do diploma?

- a)  $\pi d$
- b)  $2\pi d$
- c)  $4\pi d$
- d)  $5\pi d$
- e)  $10\pi d$

Item 15.

Em uma cidade será construída uma galeria subterrânea que receberá uma rede de canos para o transporte de água de uma fonte (F) até o reservatório de um novo bairro (B).

Após avaliações, foram apresentados dois projetos para o trajeto de construção da galeria: um segmento de reta que atravessaria outros bairros ou uma semicircunferência que contornaria esses bairros, conforme ilustrado no sistema de coordenadas  $xOy$  da figura, em que a unidade de medida nos eixos é o quilômetro.



Estudos de viabilidade técnica mostraram que, pelas características do solo, a construção de 1 m de galeria via segmento de reta demora 1,0 h, enquanto que 1 m de construção de galeria via semicircunferência demora 0,6 h. Há urgência em disponibilizar água para esse bairro.

Use 3 como aproximação para  $\pi$  e 1,4 como aproximação para  $\sqrt{2}$ .

O menor tempo possível, em hora, para conclusão da construção da galeria, para atender às necessidades de água do bairro, é de

- a) 1 260.
- b) 2 520.
- c) 2 800.
- d) 3 600.
- e) 4 000.