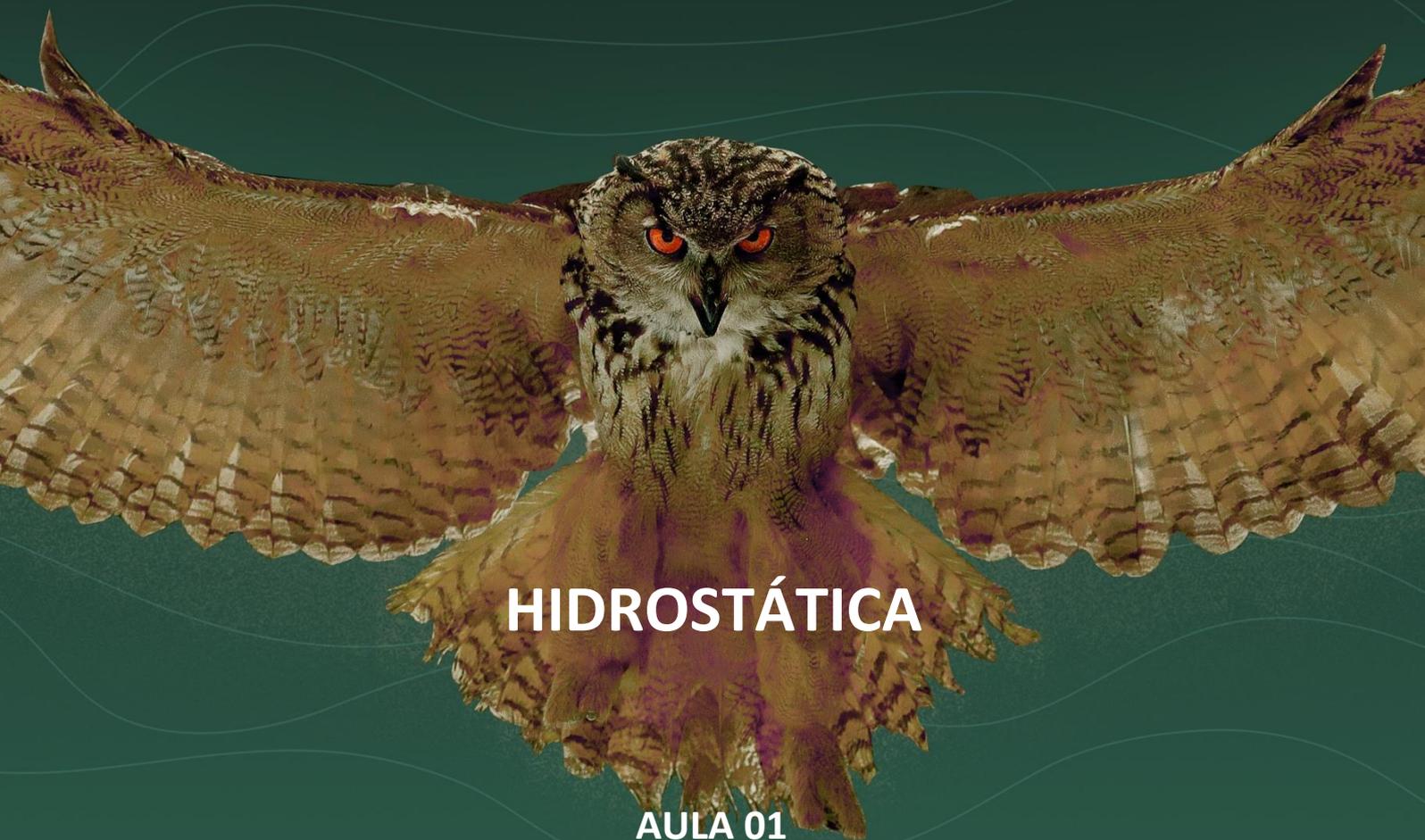




# ITA 2023



## HIDROSTÁTICA

**AULA 01**

**Hidrostática e hidrodinâmica**

**Prof. Vinícius Fulconi**





# Sumário

<b>Apresentação do Professor</b>	<b>6</b>
<b>1.0 Introdução</b>	Erro! Indicador não definido.
<b>1. PRESSÃO</b>	<b>8</b>
1.0. DENSIDADE E MASSA ESPECÍFICA	8
1.1. DEFINIÇÃO	8
1.1. DENSIDADE RELATIVA	9
<b>1.2 PROPRIEDADES DA PRESSÃO</b>	<b>11</b>
1.2.1. ISOTROPICIDADE	11
1.2.2. PRESSÃO UNIFORME NA MESMA HORIZONTAL	11
1.2.3. PERPENDICULARIDADE DA PRESSÃO	12
1.2.4. PRESSÃO E ALTURA	12
<b>1.3 - Experimento de Torricelli</b>	<b>14</b>
<b>1.4- Pressão absoluta x Pressão efetiva</b>	<b>18</b>
<b>1.4.1 Pressão absoluta</b>	<b>18</b>
<b>1.4.2 - Pressão efetiva</b>	<b>18</b>
<b>1.5 - Vasos comunicantes</b>	<b>19</b>
<b>1.5.1 - Apenas um líquido em equilíbrio</b>	<b>19</b>
<b>1.6 - Líquidos imiscíveis em equilíbrio</b>	<b>20</b>
<b>1.7 - PRESSÃO MAIOR QUE O PESO DO LÍQUIDO</b>	<b>23</b>
<b>2. LEI DE PASCAL</b>	<b>25</b>
<b>3. Manômetros</b>	<b>29</b>
<b>3.1 - Manômetro simples</b>	<b>29</b>
<b>3.2 - Manômetro em U</b>	<b>29</b>
<b>4.0 DIAGRAMAS E PRESSÃO EM BARRAGENS PLANAS</b>	<b>33</b>
<b>4.1 - BARRAGEM E DIAGRAMA</b>	<b>33</b>
4.1.1. FORÇA SOBRE A SUPERFÍCIE PLANA IMERSA	33
4.1.2. CENTRO DE APLICAÇÃO DA FORÇA	34
<b>4.2 - TANQUE RETANGULAR</b>	<b>35</b>



<b>4.3 - BARRAGEM INCLINADA</b>	<b>37</b>
<b>4.4 - FORÇAS SOBRE SUPERFÍCIE CURVAS</b>	<b>38</b>
4.4.1. TRONCO DE CONE	38
<b>5.0 LÍQUIDOS ACELERADOS</b>	<b>40</b>
<b>5.1 MOVIMENTO HORIZONTAL COM ACELERAÇÃO CONSTANTE</b>	<b>40</b>
5.1.1. NÃO TRANSBORDAMENTO	42
5.1.2. OTIMIZAÇÃO DO VOLUME	42
<b>6.0 - ROTAÇÃO DE UM LÍQUIDO</b>	<b>43</b>
ALTURA MÁXIMA ( $\gamma m \acute{A} x$ )	45
<b>7.0 PRINCÍPIO DE ARQUIMEDES</b>	<b>46</b>
<b>7.1 - INTRODUÇÃO</b>	<b>46</b>
<b>7.2 - EMPUXO</b>	<b>48</b>
7.2.1. PRINCÍPIO DE ARQUIMEDES	48
7.2.2. MÓDULO DO EMPUXO NEWTONIANO	48
7.2.3. PONTO DE APLICAÇÃO DO EMPUXO	50
7.2.4. NOÇÕES DE EQUILÍBRIO	52
<b>8. HIDRODINÂMICA</b>	<b>56</b>
<b>8.1 - ANÁLISE DE FLUXOS</b>	<b>56</b>
8.1.1. FLUXO CONSTANTE (OU ESTADO ESTACIONÁRIO OU REGIME PERMANENTE)	56
8.1.2. FLUXO UNIFORME	56
<b>8.2 - VISUALIZAÇÃO DOS FLUXOS</b>	<b>57</b>
8.2.1. LINHAS DE CAMINHO	57
8.2.2. LINHAS DE FLUXO	57
<b>8.3 - PRINCÍPIO DA CONTINUIDADE</b>	<b>57</b>
8.3.1. APLICAÇÃO DO PRINCÍPIO DA CONTINUIDADE	58
<b>8.4 - ENERGIA ASSOCIADA A UM LÍQUIDO EM MOVIMENTO</b>	<b>59</b>
8.4.1. ENERGIA POTENCIAL	59
8.4.2. ENERGIA CINÉTICA	59
8.4.3. ENERGIA ASSOCIADA A PRESSÃO	59
<b>8.5 - EQUAÇÃO DE BERNOULLI</b>	<b>60</b>
8.5.1. CONSIDERAÇÕES E LIMITAÇÕES	60
<b>8.6 - TUBO DE VENTURI</b>	<b>61</b>
<b>8.7 - TUBO DE PITOT</b>	<b>62</b>
<b>8.8 - TEOREMA DE TORRICELLI</b>	<b>63</b>
8.8.1. FORÇA DE REAÇÃO DEVIDO A EJEÇÃO DE UM LÍQUIDO	64



<b>8.9 - ALGUMAS APLICAÇÕES DE HIDRODINÂMICA</b>	<b>67</b>
8.9.1. A FORÇA DE SUSTENTAÇÃO DE UM AVIÃO	67
8.9.2. APROXIMAÇÃO DE OBJETOS	68
8.9.3. VAPORIZADORES	68
8.9.4. LEVANTAMENTO DE TETO	69
8.9.5. A EQUAÇÃO DE BERNOULLI APLICADA NA NATUREZA	69
8.9.6. EFEITO MAGNUS	70
<b>Lista de questões</b>	<b>73</b>
<b>Nível 2</b>	<b>94</b>
<b>Nível 3</b>	<b>102</b>
<b>Gabarito</b>	<b>109</b>
<b>Lista de Questões Resolvidas e Comentadas</b>	<b>111</b>
<b>Nível 2</b>	<b>147</b>
<b>Nível 3</b>	<b>160</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>177</b>
<b>Considerações Finais</b>	<b>177</b>



**Siga minhas redes sociais!**



*Bizuario da física*



*@viniciusfulconi*



*@professorviniciusfulconi*



## Apresentação do Professor

**Querido aluno(a), seja bem-vindo(a) à nossa primeira aula!**

Sou o professor **Vinícius Fulconi**, tenho vinte e seis anos e estou cursando Engenharia Aeroespacial no Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Irei contar um pouco sobre minha trajetória pessoal, passando pelo mundo dos vestibulares com minhas principais aprovações, até fazer parte da equipe de física do Estratégia Militares.

No ensino médio, eu me comportava como um aluno mediano. No final do segundo ano do ensino médio, um professor me desafiou com a seguinte declaração: ***Você nunca vai passar no ITA!*** Essa fala do professor poderia ter sido internalizada como algo desestimulador e, assim como muitos, eu poderia ter me apegado apenas ao que negritei anteriormente. Muitos desistiriam! Entretanto, eu preferi negritar e gravar “***Você vai passar no ITA!***”

Querido aluno(a), a primeira lição que desejo te mostrar não é nenhum conteúdo de física. Quero que transforme seu sonho em vontade de vencer. Transforme seus medos e incapacidades em desafios a serem vencidos. Haverá muitos que duvidarão de você. O mais importante é você acreditar! **Nós do Estratégia Militares acreditamos no seu potencial** e ajudaremos você a realizar seu sonho!



Após alguns anos estudando para o ITA, usando muitos livros estrangeiros, estudando sem planejamento e frequentando diversos cursinhos do segmento, realizei meu sonho e entrei em umas das melhores faculdades de engenharia do mundo. 😊 Além de passar no ITA, ao longo da minha preparação, fui aprovado no IME, UNICAMP, Medicina (pelo ENEM) e fui medalhista na Olimpíada Brasileira de Física.

Minha resiliência e grande experiência em física, que obtive estudando por diversas plataformas e livros, fez com que eu me tornasse professor de física do Estratégia Militares. Tenho muito orgulho em fazer parte da família Estratégia e hoje, se você está lendo esse texto, também já é parte dela. Como professor, irei te guiar por toda física, alertando sobre os erros que cometi na minha preparação, mostrando os pontos em que obtive êxito e, assim, conseguirei identificar quais são seus pontos fortes e fracos, maximizando seu rendimento e te guiando até à faculdade dos seus sonhos.

Você deve estar se perguntando: **O que é necessário para começar esse curso?**



**ALERTA!**  
Esse curso exige do candidato apenas **dedicação, perseverança e vontade de vencer.**





# 1. PRESSÃO

Um fluido é uma substância líquida ou gasosa que não apresenta forma definida como os sólidos. Os líquidos diferem dos gases quanto a pressão de superfície.

## 1.0. DENSIDADE E MASSA ESPECÍFICA

Considere um corpo de massa  $m$  com uma cavidade em seu interior. O volume total ( $V_{Total}$ ) do corpo é a contribuição preenchida ( $V_{material}$ ) por material e a cavidade ( $V_{cavidade}$ ).

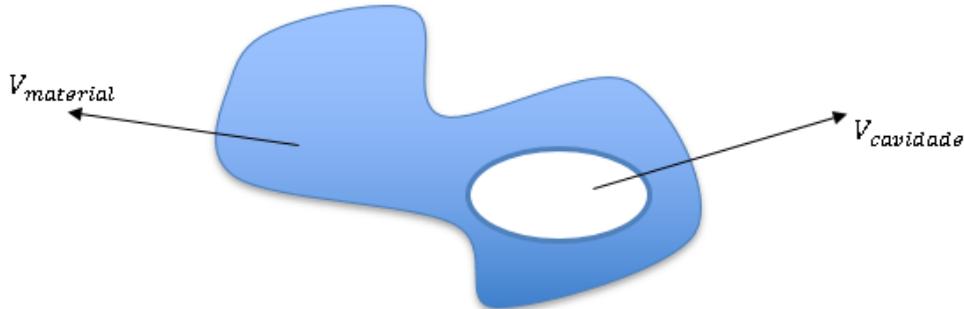


Figura 1: Corpo com formato qualquer não homogêneo.

Da soma total, temos:

$$V_{Total} = V_{material} + V_{cavidade}$$

Define-se densidade ( $d$ ) como a razão entre a massa e o volume total do corpo:

$$d = \frac{m}{V_{Total}} = \frac{m}{V_{material} + V_{cavidade}}$$

Define-se massa específica ( $\rho$ ) como a razão entre a massa e o volume de material:

$$\rho = \frac{m}{V_{material}}$$

As unidades de densidade e de massa específica no SI é o  $kg/m^3$ .

## 1.1. DEFINIÇÃO

A pressão causada por uma força em uma determinada área é dada por:

$$P = \frac{F_N}{A}$$

Em que  $F_N$  representa a força normal à superfície.

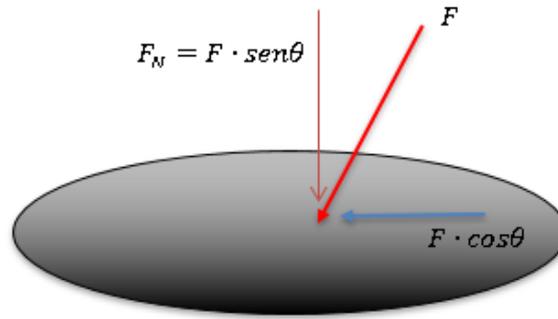


Figura 2: Definição de pressão em uma superfície.

Apenas a componente perpendicular (normal) à área causa pressão. A componente tangencial não provoca “estresse” na superfície em questão.

## 1.1. DENSIDADE RELATIVA

Define-se densidade relativa de A com relação a B a seguinte razão:

$$d_{A,B} = \frac{d_A}{d_B}$$

Onde ( $d_A$ ) é a densidade do corpo A e ( $d_B$ ) é a densidade do corpo B quando ambos os corpos se encontram nas mesmas temperatura e pressão.

Devemos nos atentar para o fato de que a densidade relativa é adimensional, ou seja, não possui dimensão devido ao fato de ser constituída pelo quociente de duas grandezas com mesmas unidades.

**Exemplo1:** Uma esfera de massa  $m = 24\text{kg}$  e volume total  $V_T = 6\text{m}^3$  possui um buraco em seu interior com o volume de  $V_B = 2\text{m}^3$ . Com esses dados, responda:



- Qual a massa específica do material que compõe a esfera?
- Qual a densidade da esfera?

**Comentário:**

Como a massa específica só leva em consideração o volume de material preenchido temos que:

$$V_{\text{ocupado}} = V_T - V_B$$

$$V_{\text{ocupado}} = 6 - 2$$



$$V_{ocupado} = 4m^3$$

Portanto, temos que a massa específica é dada por:

$$\mu = \frac{m}{V_{ocupado}}$$

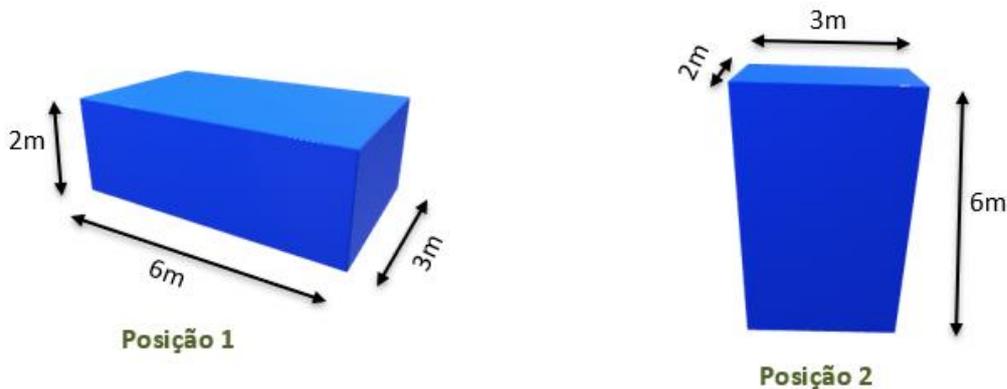
$$\mu = \frac{24}{4} = 6 \frac{kg}{m^3}$$

b) Para a densidade, aplicaremos a formula:

$$d = \frac{m}{V_{total}}$$

$$d = \frac{24}{6} = 4 \frac{kg}{m^3}$$

**Exemplo 2:** Seja um prisma maciço de  $m = 3kg$  com dimensões iguais a:



Sabendo que a gravidade local vale  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ , responda:

- Qual o valor da pressão na face inferior do bloco quando ele se encontra na posição 1?
- Qual o valor da pressão na face inferior do bloco quando ele se encontra na posição 2?

**Comentário:**

a) A pressão é dada pela razão entre o peso e a área inferior do prisma, então:

$$P = \frac{m \cdot g}{S}$$

$$P = \frac{3 \cdot 10}{6 \cdot 3}$$

$$P = \frac{5}{3} kg/m^2$$

b) Analogamente faremos a mesma conta que a anterior, no entanto, a área da base é distinta pois houve mudança na posição do bloco:

$$P = \frac{m \cdot g}{S}$$

$$P = \frac{3 \cdot 10}{2 \cdot 3}$$

$$P = 5 kg/m^2$$



## 1.2 PROPRIEDADES DA PRESSÃO

### 1.2.1. ISOTROPICIDADE

A pressão exercida por um líquido em um ponto é a mesma em todas as direções. A figura abaixo mostra um pequeno elemento cúbico de líquido, em que uma força está atuando em cada face deste elemento. Como este elemento está em equilíbrio, as forças devem ser todas iguais.

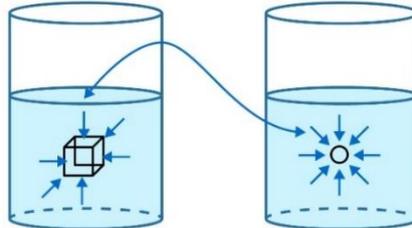


Figura 3: Elemento infinitesimal do líquido.

Se o elemento for um ponto, as forças diametralmente opostas também devem ser iguais. Assim, todo ponto de um líquido é igualmente comprimido.

### 1.2.2. PRESSÃO UNIFORME NA MESMA HORIZONTAL

Para um líquido em repouso (ou movendo-se com velocidade constante ou aceleração puramente vertical), a pressão em diferentes pontos da mesma horizontal é a mesma.

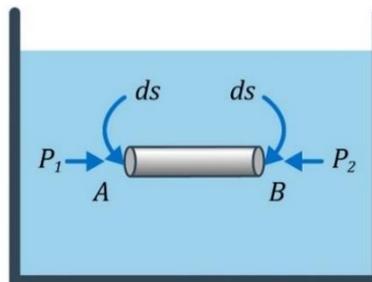


Figura 4: Análise das pressões em um ponto do líquido.

Considere o cilindro de líquido mostrado abaixo. A área de seção deste cilindro é  $dS$ . A força em cada extremidade deste cilindro deve ser igual para que ele esteja em equilíbrio.

$$F_1 = F_2 \Rightarrow P_1 \cdot dS = P_2 \cdot dS \Rightarrow \boxed{P_1 = P_2}$$

Desta maneira, para um mesmo líquido, as pressões são iguais quando estão a uma mesma altura.

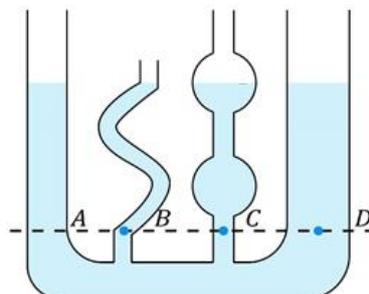


Figura 5: Pressões são iguais na mesma reta horizontal.



$$P_A = P_B = P_C = P_D$$

### 1.2.3. PERPENDICULARIDADE DA PRESSÃO

A pressão exercida por um líquido em equilíbrio segue as três propriedades abaixo:

- A força atuando sobre um líquido em repouso é perpendicular à superfície do frasco que o contém.
- A força exercida por um líquido em qualquer superfície de contato é chamada de impulso do líquido.
- O impulso exercido por um líquido (em repouso) por unidade de área da superfície, em contato com o líquido, é chamado de pressão.

### 1.2.4. PRESSÃO E ALTURA

Considere um recipiente aberto que contém um líquido de densidade  $\rho$ . A pressão externa é a pressão atmosférica ( $P_{atm}$ ). Considere um elemento horizontal infinitesimal de líquido, que está a uma profundidade  $y$ , conforme ilustra a figura logo abaixo.

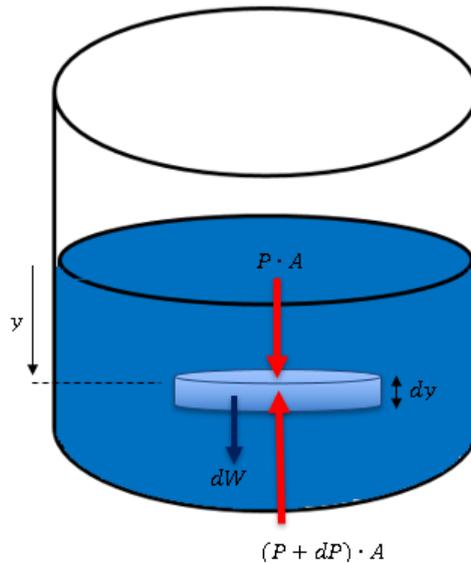


Figura 6: Elemento infinitesimal e pressões.

O peso do elemento infinitesimal de líquido é dado por  $dW$ . Como o elemento está em equilíbrio, temos:

$$\begin{aligned} (P + dP) \cdot A - P \cdot A &= dW \Rightarrow (dP) \cdot A = dW \\ (dP) \cdot A &= \rho \cdot g \cdot A \cdot dy \\ \Rightarrow dP &= \rho \cdot g \cdot dy \end{aligned}$$

Esse resultado mostra que o elemento de peso infinitesimal ( $dW$ ) de altura  $dy$  gera uma diferença de pressão  $dP = \rho \cdot g \cdot dy$ . Dessa forma, se eu quero saber qual é a pressão a uma altura  $h$  da superfície do líquido, basta somar a diferença de pressão gerada por cada elemento de peso do líquido logo acima, ou seja, basta integrar de  $P_0$  (ponto que corresponde a superfície do líquido, isto é, altura  $h = 0$ ) até o ponto onde desejo calcular a pressão  $P$  (ponto que corresponde a altura  $h$  abaixo da superfície do líquido). Matematicamente, temos:



$$dP = \rho \cdot g \cdot dy \Rightarrow \int_{P_0}^P dP = \int_0^h \rho \cdot g \cdot dy$$

$$P - P_0 = \rho \cdot g \cdot h - \rho \cdot g \cdot 0 \Rightarrow P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

A pressão ( $P_0$ ) é a pressão na superfície do líquido e, portanto, é a pressão atmosférica. Então:

$$P = P_{ATM} + \rho \cdot g \cdot h$$

Desta maneira, podemos destacar as seguintes propriedades:

- A pressão do líquido é a mesma em todos os pontos em uma mesma altura.
- A pressão a uma profundidade  $h$  é a soma entre a pressão externa, exercida na superfície do líquido, e a pressão gerada por todas as camadas de líquido acima.
- A pressão no fundo de um recipiente não depende da forma e nem do tamanho da superfície de contato.
- A pressão aumenta linearmente com a profundidade.

O engenheiro Belga Simon Stevin enunciou um teorema que também é conhecido como Lei Fundamental da Hidrostática que pode ser assim descrito:

*A diferença de pressão entre dois pontos de um líquido homogêneo distantes entre si de um ( $\Delta h$ ) é dada por:*

$$\Delta P = d \cdot g \cdot \Delta h$$

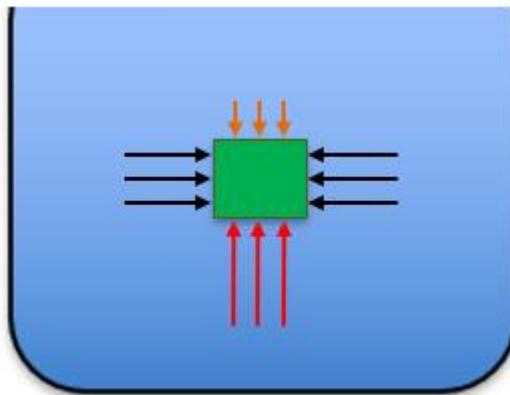


Figura 7: Representações das forças de pressão.



## 1.3 - Experimento de Torricelli

Veremos nos próximos tópicos que a pressão atmosférica é de suma importância ao nosso estudo. Dessa forma, um experimento muito importante de se conhecer é o do cientista italiano Evangelista Torricelli que, com instrumentos simples, conseguiu calcular a pressão atmosférica.

Nesse experimento usou-se uma cuba e um tubo cheios de mercúrio como os da figura a seguir:

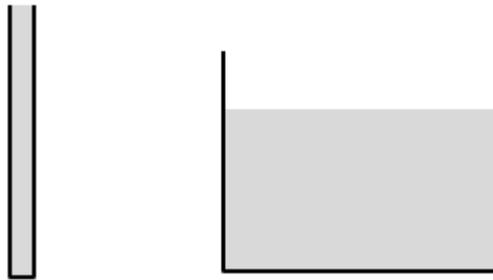


Figura 8: Materiais para o experimento.

O próximo passo é tampar a extremidade aberta do tubo e o emborcar na cuba, sem o destampar no processo. Após o tubo chegar na posição adequada, ele é destampado, chegando ao seguinte resultado:

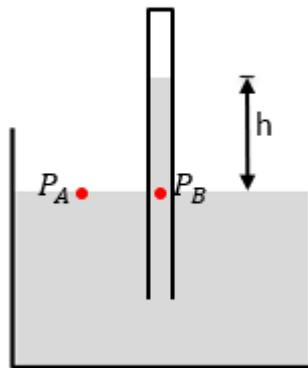


Figura 9: Tubo emborcado.

Sabendo que a densidade do mercúrio é  $(\mu_{Hg})$  e que a gravidade local é dada por  $(g)$ , vemos que o ponto A da figura acima está apenas sob o efeito da pressão atmosférica. Portanto, sendo  $(p_A)$  a pressão no ponto A temos que:



$$p_A = p_{atm} \quad (\text{Eq. 1})$$

Onde ( $p_{atm}$ ) é a pressão atmosférica local.

Ademais, pela localização do ponto B, ele está somente sob os efeitos da pressão da coluna de mercúrio acima dele, pois no espaço vazio acima dessa coluna se fez praticamente vácuo devido ao esquema de montagem do experimento. Logo, sendo ( $p_B$ ) a pressão no ponto B temos que:

$$p_B = \mu_{Hg} \cdot g \cdot h \quad (\text{Eq. 2})$$

Podemos ver também que o ponto A e o ponto B estão na mesma linha isobárica do líquido, portanto suas pressões coincidem:

$$p_A = p_B \quad (\text{Eq. 3})$$

Com as equações 1 e 2 na equação 3, temos:

$$p_{atm} = \mu_{Hg} \cdot g \cdot h$$

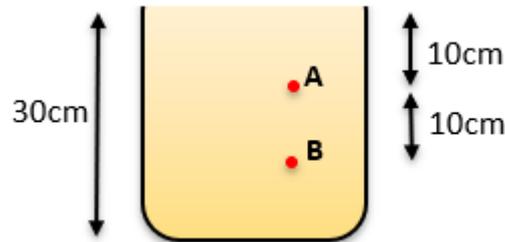
Dessa forma, através da medida da coluna de mercúrio foi possível calcular a pressão atmosférica. Torricelli em seu experimento, ao nível do mar e aproximadamente a 0°C conseguiu medir uma altura de coluna de mercúrio como o valor bem próximo de 76 cm. Dessa forma, a pressão atmosférica é de aproximadamente:

$$\begin{aligned} p_{atm} &= \mu_{Hg} \cdot g \cdot h \\ p_{atm} &= 13,6 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 0,76 \\ p_{atm} &\cong 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa} \end{aligned}$$

Assim sendo, também se faz uma medida usual de pressão altura de coluna de mercúrio devido a esse experimento histórico.



**Exemplo 3:** Em um recipiente há um líquido de densidade  $\mu_L = 2 \text{ g/cm}^3$ , Sendo A e B dois pontos desse líquido como mostra a figura a seguir:



Sendo a área do fundo do recipiente igual a  $A = 40 \text{ cm}^2$  e a gravidade local igual a  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , responda:

- Qual a diferença de pressão entre os pontos A e B?
- Qual a força exercida no fundo do recipiente pelo líquido?

**Comentário:**

a) Pelo teorema de Stevin, temos que:

$$\Delta P = d \cdot g \cdot \Delta h$$

Mas, para podermos usar essa fórmula, teremos que ajustar as unidades de cada parcela da multiplicação para que elas combinem entre si:

$$d = 2 \text{ g/cm}^3 = 2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\Delta h = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

Logo:

$$\Delta P = 2 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,1$$

$$\Delta P = 2 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

b) A força exercida no fundo do recipiente é dada por:

$$F = p_{\text{fundo}} \cdot A$$

Para o cálculo da ( $p_{\text{fundo}}$ ) temos:

$$p_{\text{fundo}} = \mu_L \cdot g \cdot h$$

$$p_{\text{fundo}} = 2 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,3$$

$$p_{\text{fundo}} = 6 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Para que a multiplicação seja feita, devemos alterar a unidade da área dessa forma:

$$A = 40 \text{ cm}^2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

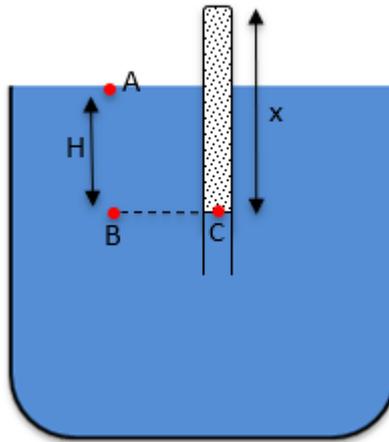
Então, assim temos que:

$$F = p_{\text{fundo}} \cdot A$$

$$F = 6 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-3}$$

$$\boxed{F = 24 \text{ N}}$$

**Exemplo 4:** Um tubo com um gás X é emborcado em um recipiente com água, assim como se vê na figura:



Sabendo que a altura  $H = 1\text{m}$  e que  $x = 1,2\text{m}$ , qual a pressão do gás dentro do tubo?  
(Dados:  $p_{ATM} = 10^5\text{ Pa}$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\mu_{\text{água}} = 1 \cdot 10^3\text{ kg/m}^3$ )

**Comentário:**

Pela figura vemos que o ponto C, que está na interface entre o líquido e o gás, possui a pressão de dentro do tubo, dessa forma, almejamos saber a pressão de C. Ademais, também pela figura, podemos observar que B e C estão em uma mesma isobárica do líquido, portanto:

$$p_C = p_B$$

Sabendo que o ponto A está em contato direto com a atmosfera temos que sua pressão é dada por:

$$p_A = p_{ATM} = 10^5\text{ Pa}$$

Pelo teorema de Stevin, podemos calcular a pressão do ponto B como:

$$\begin{aligned} p_B - p_A &= \mu \cdot g \cdot H \\ p_B &= p_A + \mu \cdot g \cdot H \\ p_B &= 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 1 \\ p_B &= 1,1 \cdot 10^5 \end{aligned}$$

Logo:

$$\begin{aligned} p_C &= p_B \\ p_C = p_{\text{gás}} &= 1,1 \cdot 10^5 \end{aligned}$$



## 1.4- Pressão absoluta x Pressão efetiva

### 1.4.1 Pressão absoluta

A pressão absoluta de um ponto é aquela na qual levamos em consideração a pressão atmosférica transmitida nesse ponto, como por exemplo:



Figura 10: Pressão absoluta.

No ponto C da figura acima temos que sua pressão absoluta é dada por:

$$P_{abs,C} = p_{atm} + \mu \cdot g \cdot h$$

### 1.4.2 - Pressão efetiva

A pressão efetiva é aquela que age sobre um ponto e que desconsideramos a pressão atmosférica, ou seja, só levamos em consideração a pressão advinda da coluna de líquido, por exemplo:

No ponto C a pressão efetiva é dada por:

$$P_{efetiva,C} = \mu \cdot g \cdot h$$

**Exemplo 5:** Sabe-se que em um recipiente de 2m de altura e  $0,004m^2$  de área da base, com massa desprezível, é preenchido totalmente por um fluido. A força total exercida no fundo do recipiente é de  $F = 800 \text{ N}$ . Assim sendo, responda:

(Dado:  $p_{ATM} = 10^5 \text{ Pa}$ ,  $g = 10m/s^2$ )

- Qual a densidade do líquido?
- Qual é a pressão efetiva em um ponto na base do recipiente?

**Comentário:**



a) Sabendo que a força na base é de 800N, podemos calcular a pressão total exercida nesse ponto por:

$$p_T = \frac{F}{A}$$

$$p_T = \frac{800}{0,004}$$

$$p_T = 200000 \frac{N}{m^2} = 2 \cdot 10^5 Pa$$

Como a pressão total é igual a:

$$p_T = p_{Atm} + \mu \cdot g \cdot h$$

$$2 \cdot 10^5 = 10^5 + \mu \cdot 10 \cdot 2$$

$$10^5 = 20 \cdot \mu$$

$$\mu = 5 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

b) A pressão efetiva é dada por:

$$p_{efetiva} = p_T - p_{Atm}$$

$$p_{efetiva} = 2 \cdot 10^5 - 10^5$$

$$p_{efetiva} = 10^5 Pa$$

## 1.5 - Vasos comunicantes

### 1.5.1 - Apenas um líquido em equilíbrio

No caso de um vaso comunicante como o da figura a seguir em que há somente um líquido (de densidade ( $d$ )) em equilíbrio temos:

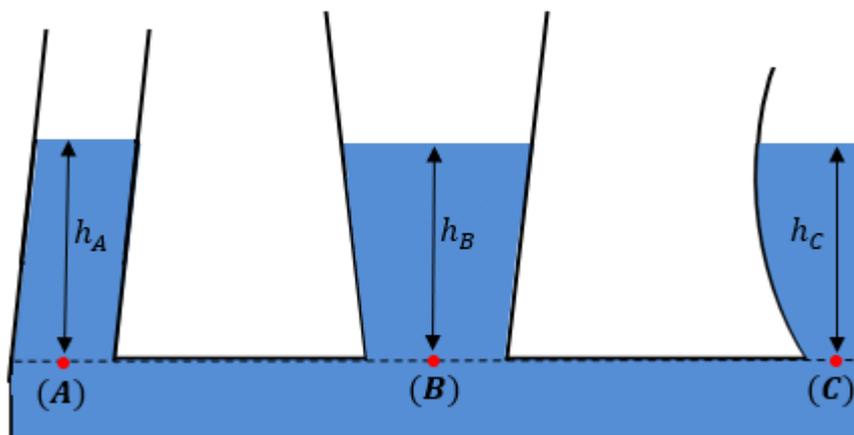


Figura 11: Vasos comunicantes.



Como visto na figura, os pontos A, B e C estão em uma mesma linha, ou seja, estão na mesma isobárica do líquido. Assim sendo, temos que:

$$p_A = p_B = p_C$$

Como os três ramos do recipiente estão sob a mesma pressão atmosférica, cada pressão é dada por:

$$p_A = p_{ATM} + d \cdot g \cdot h_A$$

$$p_B = p_{ATM} + d \cdot g \cdot h_B$$

$$p_C = p_{ATM} + d \cdot g \cdot h_C$$

Dessa forma, conseguimos concluir pelas equações acima que:

$$h_A = h_B = h_C$$

Portanto, em um sistema de vasos comunicantes preenchidos por um único líquido e em que todos os ramos estejam sujeitos a mesma pressão atmosférica, a altura da coluna de líquido será a mesma em todos os ramos, independentemente do formato deles.

## 1.6 - Líquidos imiscíveis em equilíbrio

Para um vaso com dois ramos que se comunicam pela base e que tem em seu interior dois líquidos imiscíveis como o da figura, temos:

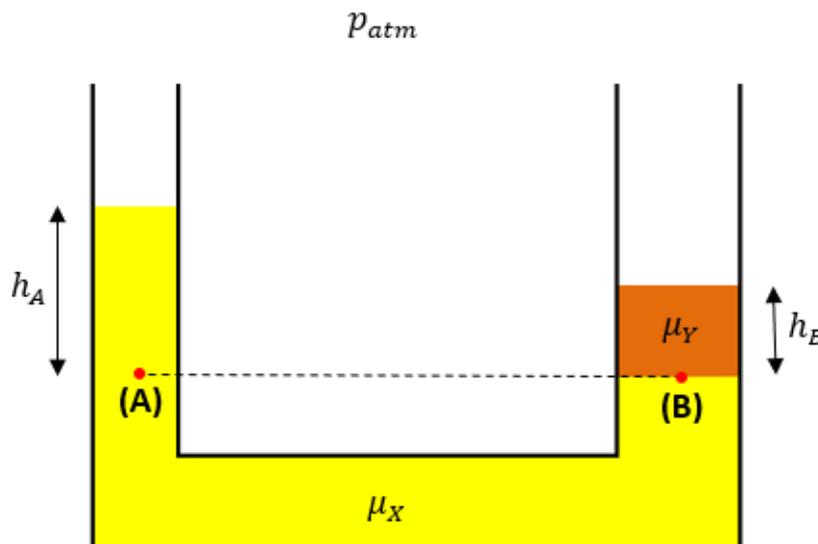


Figura 12: Dois líquidos em equilíbrio.



O ponto B está na interface entre os líquidos X e Y e o ponto A está na mesma linha isobárica que B, porém do outro lado do recipiente. Como ambos os pontos ainda pertencem ao mesmo líquido e estão a mesma altura, suas pressões são iguais:

$$p_A = p_B \quad (\text{Eq. 1})$$

Dadas as colunas de líquidos correspondentes, as pressões dos pontos A e B podem ser assim descritas:

$$p_A = p_{ATM} + \mu_X \cdot g \cdot h_A \quad (\text{Eq. 2})$$

$$p_B = p_{ATM} + \mu_Y \cdot g \cdot h_B \quad (\text{Eq. 3})$$

Com as equações 2 e 3 na equação 1, temos:

$$p_{ATM} + \mu_X \cdot g \cdot h_A = p_{ATM} + \mu_Y \cdot g \cdot h_B$$

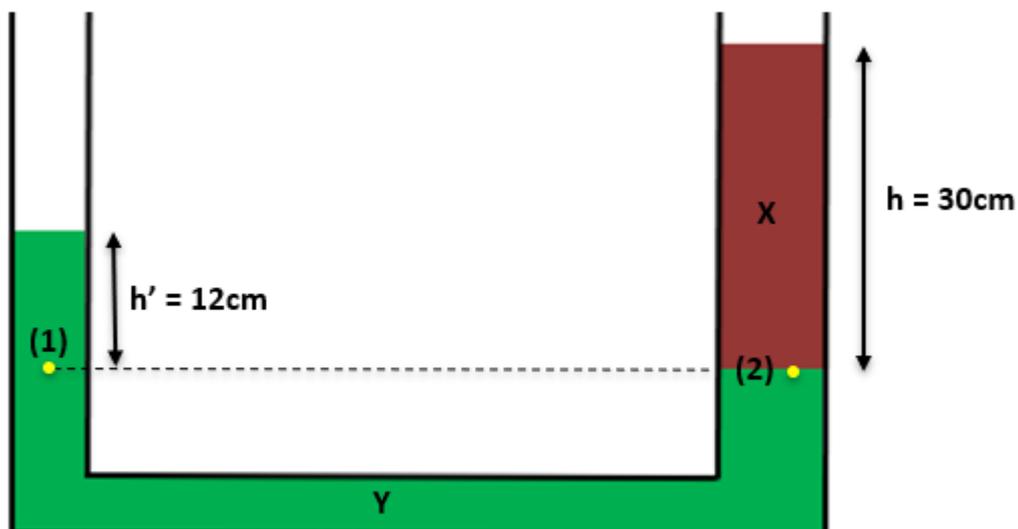
$$\mu_X \cdot g \cdot h_A = \mu_Y \cdot g \cdot h_B$$

$$\mu_X \cdot h_A = \mu_Y \cdot h_B$$

Assim podemos relacionar as alturas das colunas de líquidos com suas respectivas densidades.

Lembrando que esse tipo de resolução pode ser aplicado para mais de dois líquidos imiscíveis se for o caso.

**Exemplo 6:** O tubo em U da figura foi preenchido com dois líquidos imiscíveis: Y e Z. Sabemos que a densidade de X é dada por:  $\mu_X = 0,4g/cm^3$





De acordo com as medidas especificadas no desenho, calcule a densidade do líquido Y.

**Comentário:**

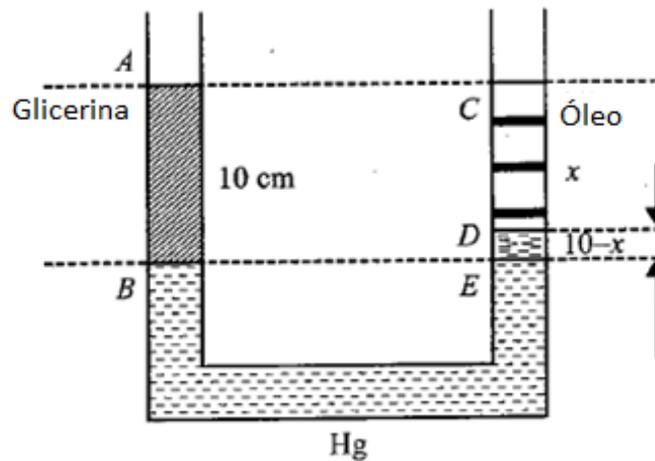
Como os pontos (1) e (2) estão na mesma linha isobárica do líquido Y, podemos afirmar que:

$$\begin{aligned}
 p_1 &= p_2 \\
 p_{Atm} + \mu_Y \cdot g \cdot h' &= p_{Atm} + \mu_X \cdot g \cdot h \\
 \mu_Y \cdot g \cdot h' &= \mu_X \cdot g \cdot h \\
 \mu_Y \cdot h' &= \mu_X \cdot h \\
 \mu_Y \cdot 12 &= 0,4 \cdot 30 \\
 \mu_Y &= 1g/cm^3
 \end{aligned}$$

**Exemplo 7:**

Um tubo em U contém mercúrio em ambos os lados. Uma coluna de 10 cm de glicerina ( $d = 1,3 g/cm^3$ ) é introduzida em um dos ramos do tubo. Óleo é colocado no outro ramo do tubo até que a superfície do óleo e da glicerina fiquem na mesma horizontal. Encontre o comprimento da coluna de óleo. A densidade do óleo é  $0,8 g/cm^3$  e a do mercúrio é  $13,6 g/cm^3$ .

Comentário:



A coluna de óleo será chamada de  $x$  cm. O comprimento da coluna de glicerina é dado por 10 cm.

$$DE = 10 - x$$

Para um mesmo líquido, pontos na mesma horizontal apresentam a mesma pressão.

$$P_B = P_E$$

$$10 \cdot d_{glicerina} \cdot g = x \cdot d_{\acute{o}leo} \cdot g + (10 - x) \cdot d_{Merc\acute{u}rio} \cdot g$$

$$10 \cdot 1,3 \cdot g = x \cdot 0,8 \cdot g + (10 - x) \cdot 13,6 \cdot g$$

$$x = 9,6 \text{ cm}$$



## 1.7 - PRESSÃO MAIOR QUE O PESO DO LÍQUIDO

Um líquido pode exercer uma pressão maior que o próprio peso de suas colunas de fluido. Considere um vaso fechado que possui um cilindro maior de área da base  $S$  e altura total  $h$  e um cilindro mais fino de seção  $s$ , tal que  $s < S$ , e altura  $H - h$  na parte superior. Um líquido de densidade  $\rho$  é colocado até que o recipiente esteja completo.

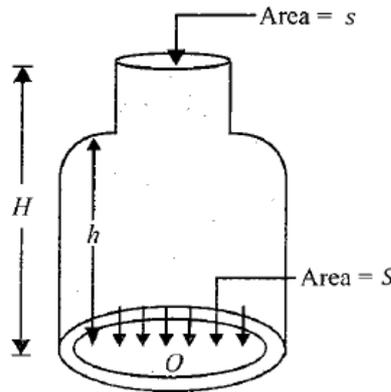


Figura 13: Vaso com formato não uniforme.

A força exercida na base do cilindro é dada por:

$$F_{BASE} = P_{BASE} \cdot S$$

$$F_{BASE} = (\rho \cdot g \cdot H) \cdot S \quad (I)$$

Entretanto, o peso total do líquido é dado por:

$$M_{líquido} \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = \text{Peso}_{Líquido}$$

$$\text{Peso}_{Líquido} = \rho \cdot (S \cdot h + s(H - h)) \cdot g \quad (II)$$

Analisando as expressões (I) e (II), percebemos que a força gerada pelo líquido é maior que o seu próprio peso. Tal fato pode ser melhor verificando fazendo:

$$F_{BASE} - \text{Peso}_{Líquido} = (\rho \cdot g \cdot H) \cdot S - \rho \cdot (S \cdot h + s(H - h)) \cdot g$$

$$F_{BASE} - \text{Peso}_{Líquido} = \rho \cdot g \cdot [H \cdot S - s \cdot H - h \cdot (S - s)]$$

$$F_{BASE} - \text{Peso}_{Líquido} = \rho \cdot g \cdot [H \cdot (S - s) - h \cdot (S - s)]$$

$$F_{BASE} - \text{Peso}_{Líquido} = \rho \cdot g \cdot (H - h)(S - s)$$

Como  $H > h$  e  $S > s$  por construção do problema, então:

$$F_{BASE} - \text{Peso}_{Líquido} > 0 \Rightarrow F_{BASE} > \text{Peso}_{Líquido}$$

Para entender a situação, analisaremos outras forças atuantes no sistema, que por vezes passam despercebidas.

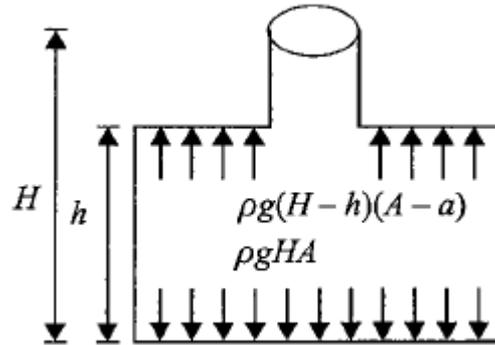


Figura 14: Diagrama de forças no vaso.

A força exercida no fundo do recipiente é dada por:

$$F_{BASE} = (\rho \cdot g \cdot H) \cdot S$$

A força exercida na face superior é dada por:

$$F_{sup} = \rho \cdot g \cdot (H - h) \cdot (S - s)$$

Fazendo  $F_{BASE} - F_{sup}$ :

$$F_{BASE} - F_{sup} = \text{Peso}_{\text{Líquido}} = \rho \cdot (S \cdot h + s(H - h)) \cdot g$$

Deste modo, o peso é a diferença entre duas forças.



**Fim do aprofundamento!**

---



## 2. LEI DE PASCAL

O princípio de Pascal diz que:

**"Uma pressão aplicada em um líquido confinado é transmitida igualmente para todos os pontos do líquido."**

Lembrando que a pressão exercida é sempre perpendicular ao corpo que sofre esta pressão.

Este princípio é usado em elevadores hidráulicos, para levantar grandes pesos com pequenos esforços. Veja a seguir o funcionamento deste dispositivo:

Uma prensa hidráulica, comumente, é um dispositivo que se utiliza para transferir forças de forma mais efetiva. Sua estrutura muitas vezes é um vaso comunicante com dois ramos (vaso em "U") no qual, por exemplo, um dos lados possui seção  $A_1$  e o outro lado possui seção  $A_2$ :

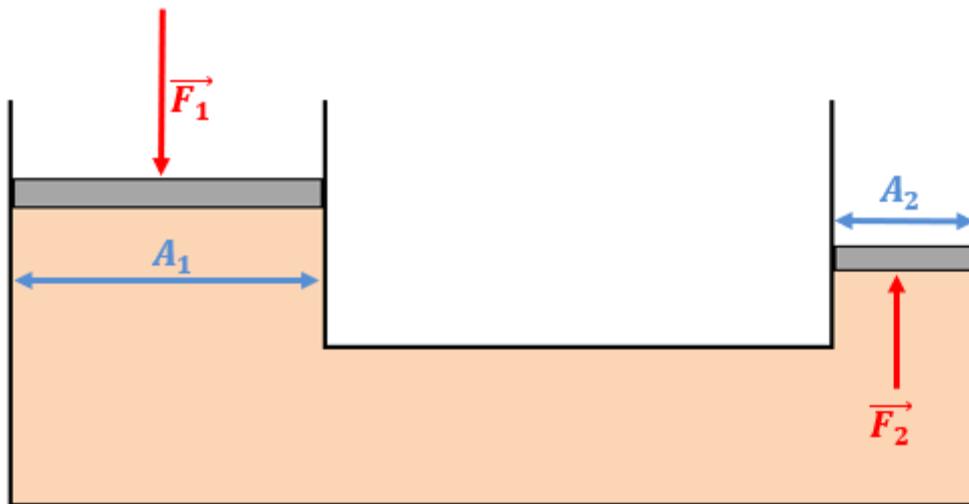


Figura 15: Prensa hidráulica.

Dentro do vaso é colocado um líquido que é aprisionado por dois pistões, um em cada ponta.

Se fizermos uma força  $\vec{F}_1$  no pistão do lado esquerdo, haverá um incremento de pressão na interface do líquido nesse lado:

$$\Delta p_1 = \frac{F_1}{A_1}$$



Consequentemente, pelo teorema de Pascal esse aumento de pressão será repassado para todo o fluido, inclusive para a interface direita do tubo:

$$\Delta p_1 = \Delta p_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \Delta p_2$$

Dessa forma, no lado que possui abertura  $A_2$ , devido a esse incremento de pressão, haverá uma força  $\vec{F}_2$  que agirá sobre o pistão:

$$\frac{F_1}{A_1} = \Delta p_2$$

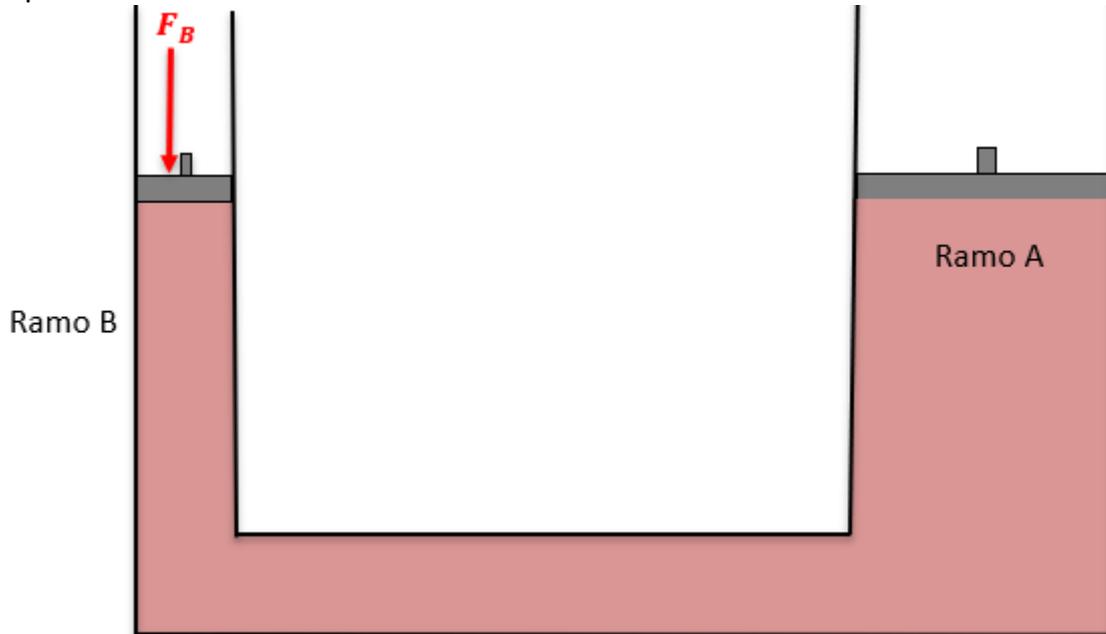
$$\boxed{\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}}$$

Assim podemos relacionar as forças com suas respectivas secções transversais de cada lado do tubo.





**Exemplo 8:** Uma prensa hidráulica foi construída com dois ramos de diferentes seções transversais. O ramo A, a direita, tem 32 cm de raio e o ramo B, da esquerda, tem 16cm de diâmetro. Ao se fazer uma força de modulo  $F_B = 10N$  no ramo de menor seção, responda:



- Qual a força que será aplicada no ramo da direita?
- Se, ao se aplicar essa força no ramo B, o pistão abaixe 1,6m nesse lado, qual o valor em metros do deslocamento do pistão A?

**Comentário:**

a)

De acordo com o teorema de Pascal, a pressão irá ser comunicada a todos os pontos do fluido, resultando que a pressão em A seja igual a em B:

$$\begin{aligned} p_A &= p_B \\ \frac{F_A}{A_A} &= \frac{F_B}{A_B} \\ \frac{F_A}{\pi \cdot 32^2} &= \frac{10}{\pi \cdot 8^2} \\ F_A &= 160N \end{aligned}$$

b) Como o fluido é incompressível pois se trata de uma prensa ideal, o volume tem que ser constante, logo:

$$\begin{aligned} \Delta V_A &= \Delta V_B \\ h_A \cdot A_A &= h_B \cdot A_B \\ h_A \cdot \pi \cdot 32^2 &= 1,6 \cdot \pi \cdot 8^2 \\ h_A &= 0,1m \end{aligned}$$

**Exemplo 9:**

Em uma prensa hidráulica, a seção transversal dos ramos é dada por  $5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  e  $10^{-2} \text{ m}^2$ . Uma força de 20 N é aplicada no menor ramo.

- Qual é a pressão produzida no sistema?
- Qual é a força produzida no ramo maior?
- Qual é o trabalho realizado pelo operador, se o menor ramo se desloca 0,1 m?

**Comentário:**

a)

$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{20}{5 \cdot 10^{-4}} = 40000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$P = 40000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

b)

Utilizando a lei de Pascal, temos:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{20}{5 \cdot 10^{-4}} = \frac{F_2}{10^{-2}}$$

$$F_2 = 400 \text{ N}$$

c)

O trabalho realizado pela força é dado por:

$$\tau = F_1 \cdot d = 20 \cdot 0,1 \Rightarrow \tau = 20 \cdot 0,1$$

$$\tau = 2 \text{ J}$$



## 3. Manômetros

Os manômetros são instrumentos usados para a mediação de pressão manométrica de um líquido. Há dois tipos de manômetro.

### 3.1 - Manômetro simples

O manômetro simples consiste em um tubo de vidro vertical atrelado a um compartimento esférico, conforme a Figura 9 abaixo. O compartimento esférico é fechado e a parte vertical é aberta à atmosfera. A pressão no interior do compartimento esférico é medida a partir do tamanho da coluna de líquido no tubo vertical de vidro, pois:

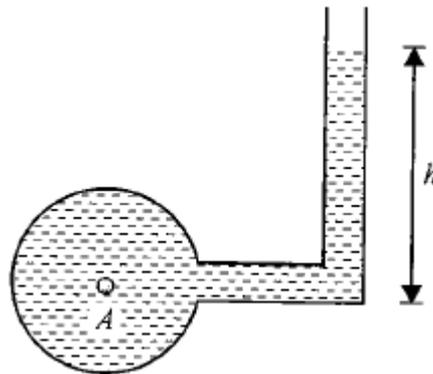


Figura 16: Vaso comunicante com uma extremidade aberta.

$$P_A = P_0 + \rho \cdot g \cdot h_0 \Rightarrow P_A - P_0 = \rho \cdot g \cdot h_0$$

$$P_{A-manométrica} = P_A - P_0 = \rho \cdot g \cdot h_0$$

### 3.2 - Manômetro em U

É um manômetro construído com dois tubos conectados, formando uma forma em U. Este manômetro é capaz de medir pressões de gases. Para isso, conectamos um dos ramos desse tubo em U a um compartimento contendo um gás. O outro ramo é exposto à pressão atmosférica.

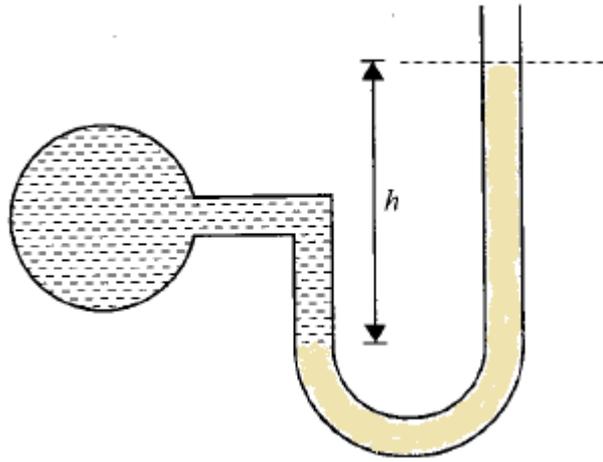


Figura 17: Tubo em U; gás e líquido.

A pressão do gás pode ser medida da seguinte forma:

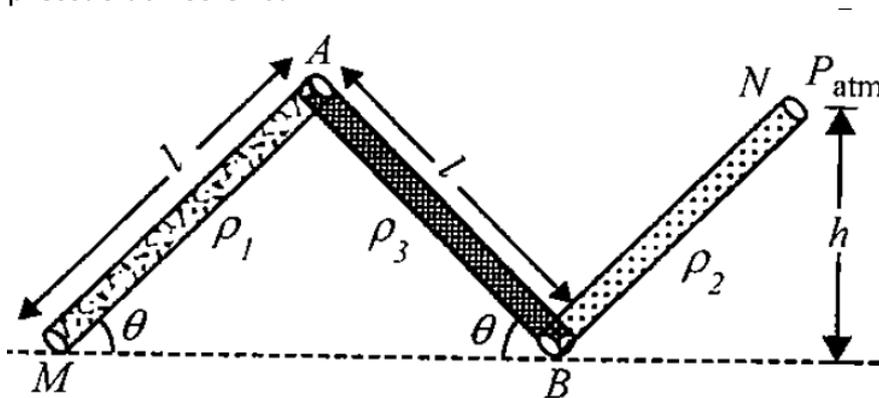
$$P_{gás} = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h$$

ATENÇÃO  
DECORE!



**Exemplo 10:**

Encontre o ângulo  $\theta$ . O tubo em Zig-Zag é aberto em N, têm líquidos de densidades  $\rho_1, \rho_2$  e  $\rho_3$  e está disposto em um plano vertical. Além disso, a pressão em M é igual a pressão atmosférica.



Comentário:

A pressão nos pontos A e B são dadas por:

$$P_A = P_{atm} - \rho_1 \cdot (l \cdot \text{sen}\theta) \cdot g$$

$$P_B = P_{atm} + \rho_2 \cdot h \cdot g$$

Temos a seguinte relação entre as pressões:

$$P_B = P_A + \rho_3 \cdot (l \cdot \text{sen}\theta) \cdot g$$

Substituindo, temos:

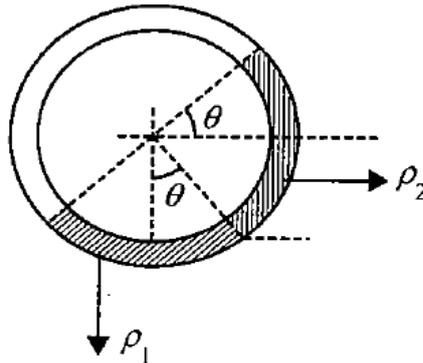
$$P_{atm} + \rho_2 \cdot h \cdot g = P_{atm} - \rho_1 \cdot l \cdot \text{sen}\theta \cdot g + \rho_3 \cdot l \cdot \text{sen}\theta \cdot g$$



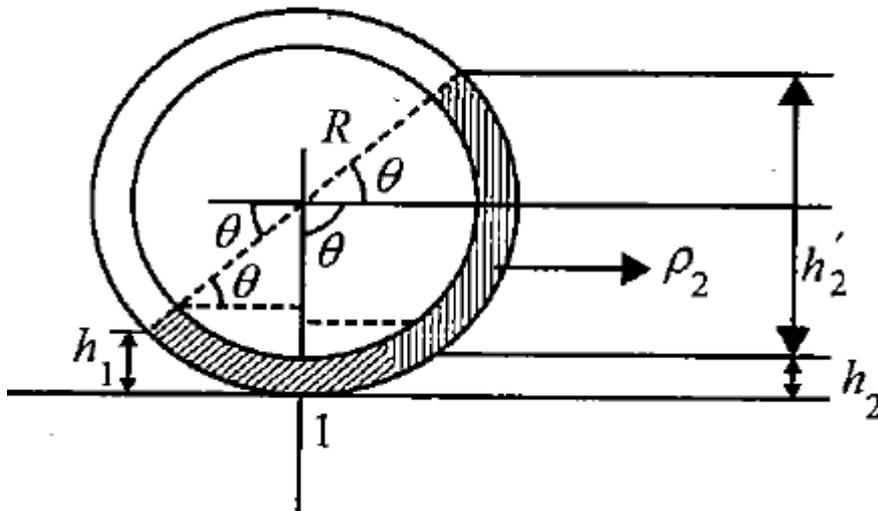
$$\text{sen}\theta = \frac{\rho_2 \cdot h}{(\rho_3 - \rho_1) \cdot l}$$

**Exemplo 11:**

Um tubo circular de seção uniforme é completamente cheio com dois líquidos de densidade  $\rho_2$  e  $\rho_1$ . Cada líquido ocupa um quarto do tubo. Se a linha que delimita a superfície livre dos líquidos forma um ângulo  $\theta$  com a horizontal, encontre o valor de  $\theta$ .



Comentário:



Primeiramente, iremos calcular a pressão no ponto 1 devido ao líquido de densidade  $\rho_1$ .

$$P_1 = \rho_1 \cdot g \cdot h_1$$

A pressão no ponto 1 devido ao líquido de densidade  $\rho_2$  é:

$$P_1 = \rho_1 \cdot g \cdot h_2 + \rho_2 \cdot g \cdot h'_2$$

Igualando as duas expressões:

$$\rho_1 \cdot h_1 = \rho_1 \cdot h_2 + \rho_2 \cdot h'_2$$

Da geometria do problema:

$$h'_2 = R \cdot \text{sen}\theta + R \cdot \text{cos}\theta$$

$$h_2 = R \cdot (1 - \text{cos}\theta)$$

$$h_1 = R \cdot (1 - \text{sen}\theta)$$

Substituindo:



$$\rho_1 \cdot R \cdot (1 - \text{sen}\theta) = \rho_1 \cdot R \cdot (1 - \text{cos}\theta) + \rho_2 \cdot R \cdot \text{sen}\theta + R \cdot \rho_2 \cdot \text{cos}\theta$$

$$\text{tg}\theta = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

INDO MAIS  
FUNDO!





**Aprofundamento - Barragens**

**4.0 DIAGRAMAS E PRESSÃO EM BARRAGENS PLANAS**

Um diagrama de pressão é uma representação gráfica da intensidade da pressão sobre uma superfície. O diagrama de pressões é montado para mostrar como a pressão varia sua intensidade com a profundidade. O gradiente de pressão é representado por uma sequência de “setas”. Essas “setas”, ou medidor de intensidade de pressão, são sempre perpendiculares à superfície em que o líquido exerce pressão.

**4.1 - BARRAGEM E DIAGRAMA**

Uma barragem é um dispositivo civil da engenharia que tem o objetivo de confinar certa quantidade de fluido. Uma barragem pode apresentar os mais diversos formatos geométricos. Nesta aula, estudaremos apenas as barragens com perfil simétrico plano e esférico.

Considere abaixo o perfil do diagrama de pressão em algumas barragens.

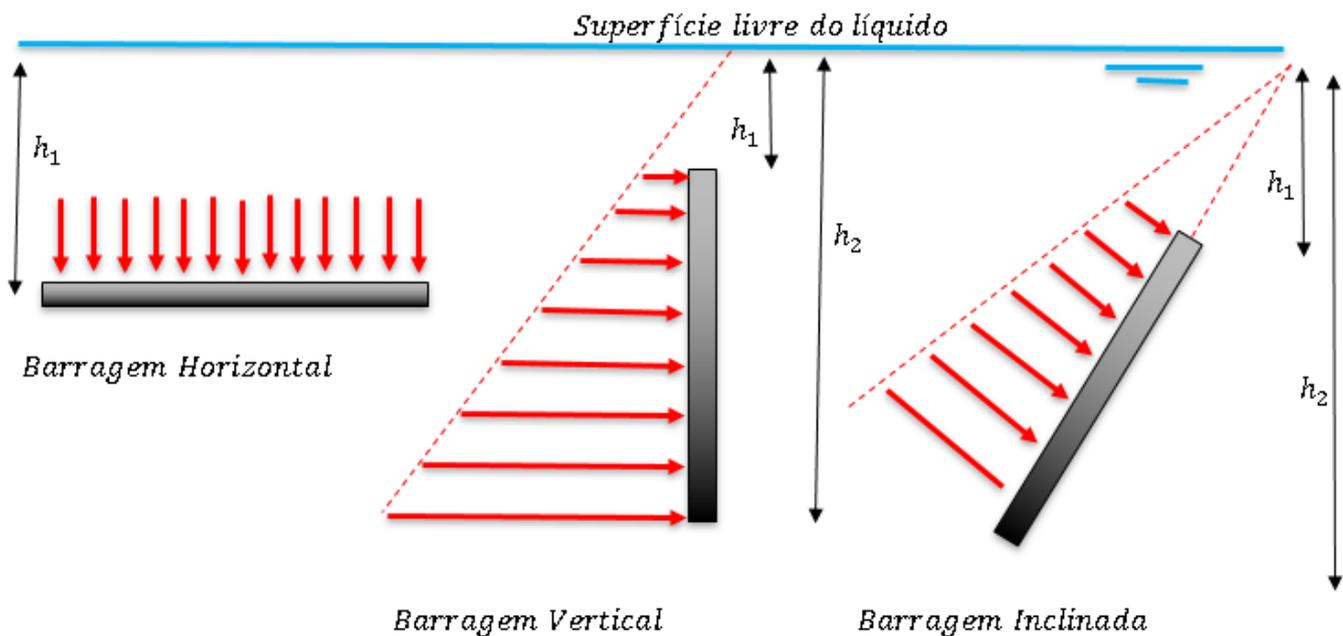


Figura 18: Tipos de barragens.

**4.1.1. FORÇA SOBRE A SUPERFÍCIE PLANA IMERSA**

Considere um chapa de área  $A$  imersa em um líquido de densidade  $\rho$ . A parte superior da chapa está a uma distância  $h_1$  da superfície livre do líquido e a parte inferior está a uma distância  $h_2$ . Considere um elemento infinitesimal de área  $dS$ .

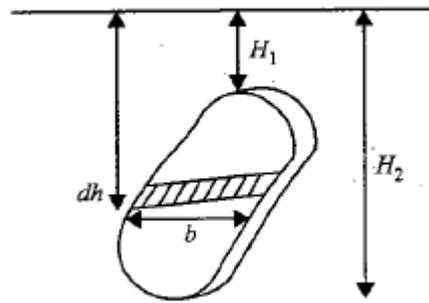


Figura 19: Representação infinitesimal do elemento de uma barragem.

$$dS = b \cdot dh$$

A pressão a uma profundidade  $h$  é dada por:

$$P = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h$$

A força manométrica ( $dF$ ) exercida pela água nesse elemento infinitesimal é dada por:

$$dF = P \cdot dS$$

$$dF = (P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h) \cdot b \cdot dh$$

$$\int dF = \int_{h_1}^{h_2} (P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h) \cdot b \cdot dh$$

Se a dimensão  $b$  é constante com a variação da altura:

$$F = P_{atm} \cdot b \cdot (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot b \cdot (h_2^2 - h_1^2)$$



### 4.1.2. CENTRO DE APLICAÇÃO DA FORÇA

O centro de força é um ponto no qual podemos aplicar a força produzida pela água de tal maneira que iremos produzir o mesmo torque que sistema de forças produziria. Desta maneira, temos o momento:

$$F_{\text{água}} \cdot x = \int_{h_1}^{h_2} F_{\text{água}} \cdot dh$$

O valor de  $x$  fornece a profundidade do ponto de aplicação da força resultante. Outra maneira para encontrar esse ponto, é a determinação do centro geométrico da figura formada pelos gradientes de pressão.

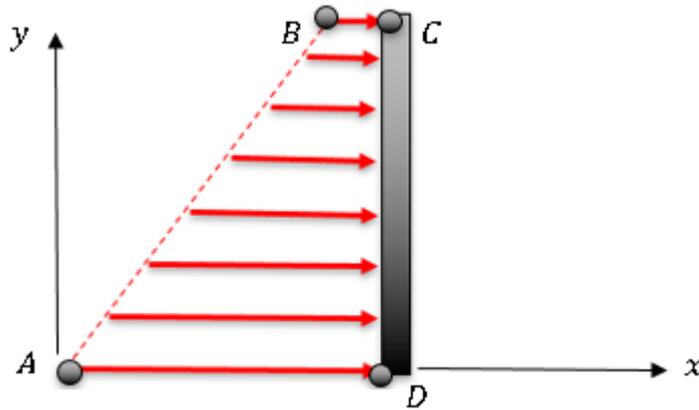


Figura 20: Centro geométrico do trapézio.

Para a barragem da Figura 15, o centro de aplicação da força resultante é a coordenada  $y$  do centro geométrico do trapézio ABCD.

## 4.2 - TANQUE RETANGULAR

Considere um tanque em forma de paralelepípedo de dimensões  $(l \times b \times H)$  cheia de um líquido de densidade  $\rho$ .

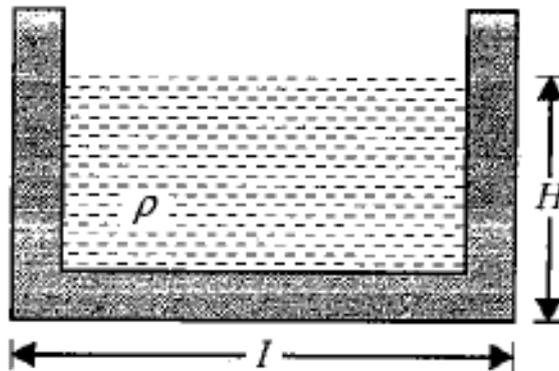


Figura 21: Tanque retangular

(A) Força na base

A pressão é uniforme na base. Deste modo, podemos calcular a força como:

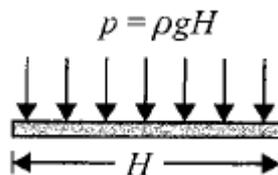


Figura 22: Pressão sobre a base

$$F_{\text{fundo}} = P \cdot \text{Area}$$

$$F_{\text{fundo}} = \rho \cdot g \cdot h \cdot (l \cdot b)$$



**(B) Força nas paredes laterais**

A pressão que atua nas paredes laterais não é uniforme. Entretanto, essa pressão cresce linearmente com a profundidade  $h$ .

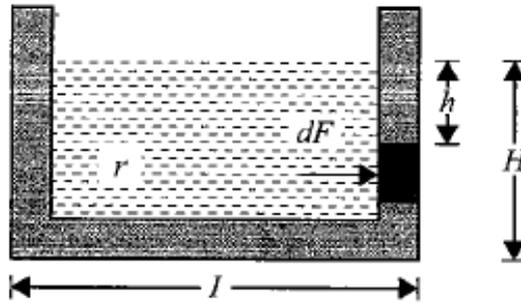


Figura 23: Diagrama de pressão nas laterais

A pressão a uma profundidade  $h$  é dada por:

$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

A força que atua no elemento diferencial de área é dada por:

$$dF = P \cdot b \cdot dh$$

$$\int dF = \int_0^H \rho \cdot g \cdot h \cdot b \cdot dh$$

$$F_{lateral} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot b \cdot H^2$$

Para encontrar o ponto de aplicação da força, utilizamos a expressão da definição do centro de aplicação da força, temos:

$$F_{\acute{a}gua} \cdot x = \int_{h1}^{h2} F_{\acute{a}gua} \cdot dh \text{ e } F_{lateral} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot b \cdot H^2$$

$$x = \frac{1}{(b \cdot H) \cdot \frac{H}{2}} \cdot \left[ \int_0^H b \cdot h^2 \cdot dh \right]$$

$$x = \frac{2H}{3}$$

Assim, o ponto de aplicação está a uma profundidade de dois terços da altura da parede lateral vertical.



## 4.3 - BARRAGEM INCLINADA

Considere uma barragem retangular de dimensões  $(a \times b)$ .

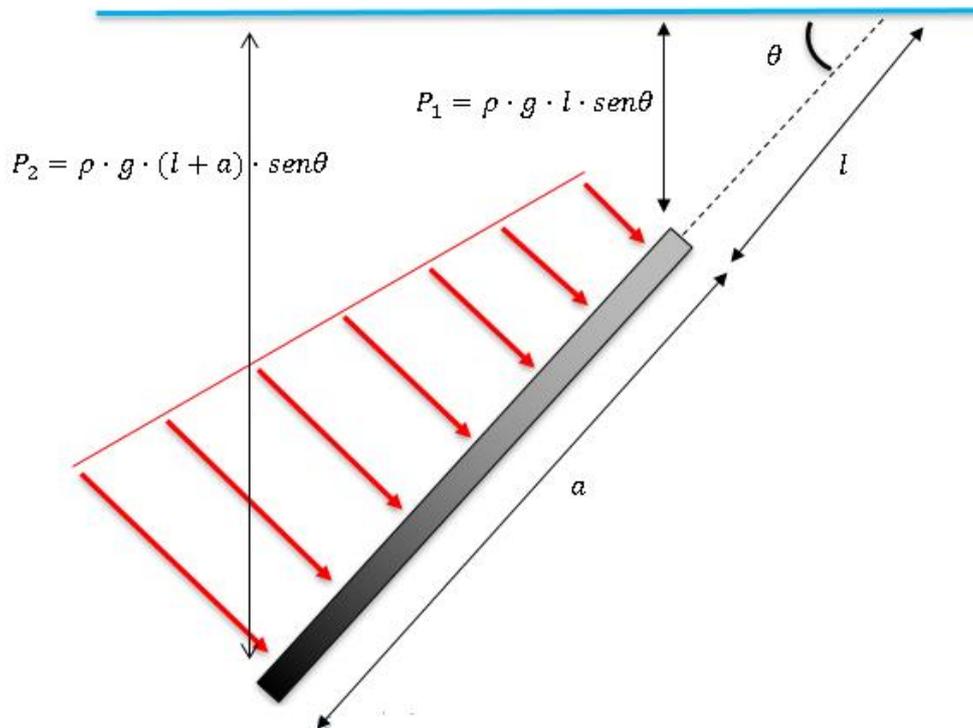


Figura 24: Gradiente de pressão na barragem inclinada

A força na barragem inclinada pode ser determinada pela pressão média.

$$F = \frac{P_1 + P_2}{2} \cdot A$$

$$F = \frac{\rho \cdot g \cdot l \cdot \text{sen}\theta + \rho \cdot g \cdot (l + a) \cdot \text{sen}\theta}{2} \cdot (a \cdot b)$$

$$F_{\text{inclinada}} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot ab \cdot g \cdot \text{sen}\theta(a + 2l)$$

Quando utilizamos esse método de resolução, a força determinada ( $F_{\text{inclinada}}$ ) é perpendicular à superfície da barragem.





## 4.4 - FORÇAS SOBRE SUPERFÍCIE CURVAS

### 4.4.1. TRONCO DE CONE

Considere um recipiente fechado com a forma de um tronco de cone de raios  $a$  e  $b$  e altura  $h$ . Enchemos completamente esse recipiente com um líquido de densidade  $\rho$ .

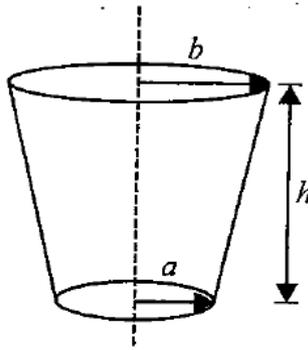


Figura 25: Tronco de cone

Considere o diagrama de forças do líquido sobre as paredes do recipiente:

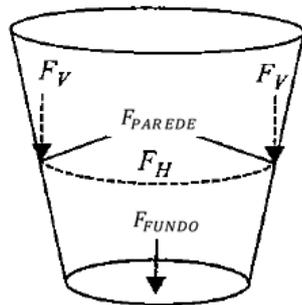


Figura 27: Forças do líquido no recipiente

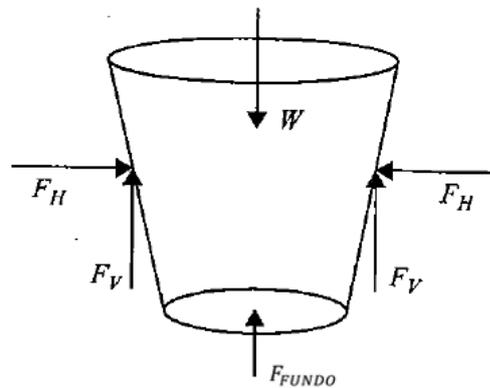


Figura 26: Diagrama do líquido

A líquido aplica uma força normal nas paredes inclinadas e no fundo do recipiente, tal força é expressa por:

$$F_{\text{FUNDO}} = \rho \cdot g \cdot h \cdot (\pi a^2)$$

O peso do líquido é dado por:

$$W = \text{Volume} \cdot \rho \cdot g$$

$$W = \frac{1}{3} \cdot \pi h \cdot (a^2 + ab + b^2) \cdot \rho \cdot g$$

Em que  $W$  é o peso do líquido (em inglês, *peso = weight*). Dessa forma, a força vertical do líquido ( $F_V$ ) sobre as paredes do recipiente pode ser calculada pela segunda lei de Newton na vertical:

$$F_V = W - F_{\text{FUNDO}}$$



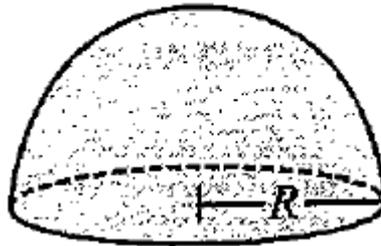
$$F_V = \frac{1}{3} \cdot \pi h \rho g \cdot (b + 2a) \cdot (b - a)$$

ATENÇÃO  
DECORE!



**Exemplo 12:**

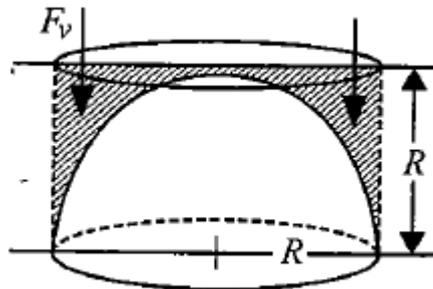
Um recipiente com o formato de uma semiesfera sólida de raio  $R$  é colocado dentro de um líquido de densidade  $\rho$ .



- Qual é a força vertical que o líquido faz sobre o recipiente em sua porção curva?
- Qual é a força vertical que o líquido faz sobre a parte plana do recipiente?
- Qual é a força horizontal que o líquido faz sobre o recipiente?

**Comentário:**

a) A força vertical é numericamente igual a peso da água sobre a superfície. Esse peso é dado pelo volume hachurado.



$$F_V = \rho \cdot g \cdot V_{Hachurada}$$

$$V_{Hachurada} = \pi R^2 \cdot R - \frac{2\pi R^3}{3} = \frac{\rho \cdot g \cdot \pi R^3}{3}$$

$$F_V = \frac{\rho \cdot g \cdot \pi R^3}{3}$$

b) Na parte plana, a força vertical é numericamente igual ao peso total da coluna de líquido. Esse peso corresponde ao volume de um cilindro.

$$F_V = \rho \cdot g \cdot V_{cilindro}$$

$$F_V = \rho \cdot g \cdot \pi R^3$$

c) A força horizontal é nula, pois as componentes se cancelam.



## 5.0 LÍQUIDOS ACELERADOS

ACORDE!



### 5.1 MOVIMENTO HORIZONTAL COM ACELERAÇÃO CONSTANTE

Considere um líquido de densidade  $\rho$  que está dentro de um tanque, com a geometria de um paralelepípedo, de dimensões ( $l \times b \times c$ ) que se move para a direita com aceleração  $a$ .

Inicialmente, o tanque está em repouso e a altura do líquido é  $H$ , conforme figura abaixo:

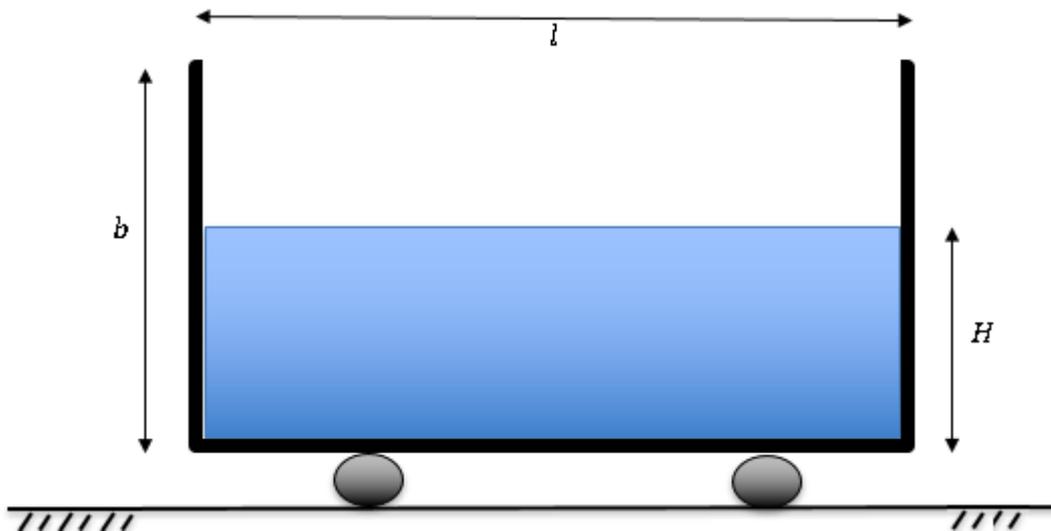


Figura 28: Tanque inicialmente em repouso.

Quando o vagão começa a se mover a superfície do líquido se inclina. A inclinação é tal que a superfície fica perpendicular à “gravidade resultante”.

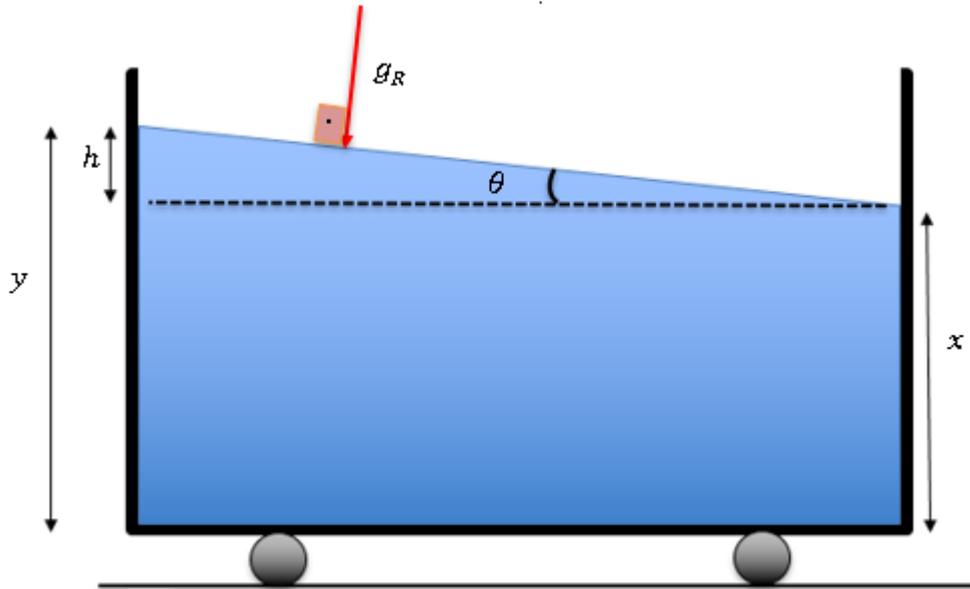


Figura 29: Tanque acelerado para a direita.

Para o referencial não inercial do tanque, temos a seguinte geometria para o movimento.

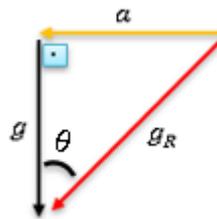


Figura 30: Somatória das acelerações

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{a}{g} \quad (I)$$

Para a superfície do líquido, temos:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{h}{l} = \frac{y-x}{l} \quad (II)$$

Igualando as equações (I) e (II):

$$\frac{a}{g} = \frac{y-x}{l} \Rightarrow y = x + \frac{a}{g} \cdot l \quad (III)$$

Da situação inicial (repouso) para a situação de movimento acelerado há conservação do volume de água.

$$\begin{aligned} V_{\text{antes}} &= V_{\text{depois}} \\ H \cdot l \cdot c &= \left(\frac{y+x}{2}\right) \cdot l \cdot c \\ y &= -x + 2H \quad (IV) \end{aligned}$$

Igualando as equações (III) e (IV):

$$x + \frac{a \cdot l}{g} = -x + 2H$$



$$x = H - \frac{l}{2g} \cdot a \quad (V)$$

$$y = H + \frac{l}{2g} \cdot a \quad (VI)$$

Note que quando maior for a aceleração horizontal  $a$ , maior será o valor de  $y$  e menor será o valor de  $x$ . Diante disso, podemos trabalhar as condições para que não haja transbordamento e qual o máximo volume de líquido o tanque pode ter.

### 5.1.1. NÃO TRANSBORDAMENTO

Para que o líquido não transborde do tanque, quando ele estiver na iminência de transbordar, temos:

$$y = b$$

$$b = H + \frac{a_{\text{máx}} \cdot l}{2g} \quad (VII)$$

Então, a máxima aceleração possível para essa condição é de:

$$a_{\text{máx}} = \left( \frac{2(b - H)}{l} \right) \cdot g$$

Note que quanto maior a diferença  $b - H$ , isto é, a diferença entre a altura da parede vertical do tanque e a altura do líquido dentro do tanque, maior será a aceleração máxima para que não ocorra transbordamento, resultado que é bem visível. Se  $b - H$  é muito pequeno, ou seja, a altura do líquido já está bem próxima do topo do tanque e, assim, uma pequena aceleração do tanque já seria o suficiente para fazer o fluido transbordar.

O volume máximo de água carregada, para uma dada aceleração  $a$ , é dado por:

$$V_{\text{máx}} = H \cdot l \cdot c = \left( b - \frac{a \cdot l}{2g} \right) \cdot l \cdot c$$

$$V_{\text{máx}}(l) = b \cdot l \cdot c - \frac{a \cdot c \cdot l^2}{2g} \quad (VIII)$$

### 5.1.2. OTIMIZAÇÃO DO VOLUME

Para otimizar o volume máximo carregado, isto é, encontrar as dimensões do recipiente que maximizam o volume de líquido transportado para aquele  $a$ , basta maximizar a função acima:

$$\frac{dV_{\text{máx}}(l)}{dl} = b \cdot c - \frac{a \cdot c \cdot l}{g} = 0$$

$$b = \frac{a \cdot l_{\text{máx}}}{g}$$

Note que a trata-se de uma função do segundo grau, com concavidade para baixo. Então, o termo que maximiza a função do volume é de:



$$x_v = -\frac{\beta}{2\alpha} = -\frac{b \cdot c}{2 \cdot \left(-\frac{a \cdot c}{2g}\right)} = \frac{b \cdot g}{a} = l_{\text{máx}}$$

Substituindo na expressão (VII):

$$\frac{a \cdot l_{\text{máx}}}{g} = H + \frac{a \cdot l_{\text{máx}}}{2g} \Rightarrow H = \frac{a \cdot l_{\text{máx}}}{2g}$$

$$H = \frac{b}{2}$$

Desta maneira, para otimizar o volume armazenado no tanque, temos a altura da água na situação inicial é a metade da altura do tanque. Logo:

$$V_{\text{máx}} = \frac{c \cdot b^2 \cdot g}{2a}$$



## 6.0 - ROTAÇÃO DE UM LÍQUIDO

Quando um líquido sofre uma rotação, sua superfície modifica-se de tal forma que seja perpendicular à aceleração resultante. Considere um recipiente cilíndrico que gira ao redor do eixo  $Y$ , representado abaixo.

Determinaremos a forma da superfície do líquido, quando ele sofre uma rotação de  $\omega$  rad/s. O nível inicial do líquido (em repouso sem a rotação) é  $y_0$ .

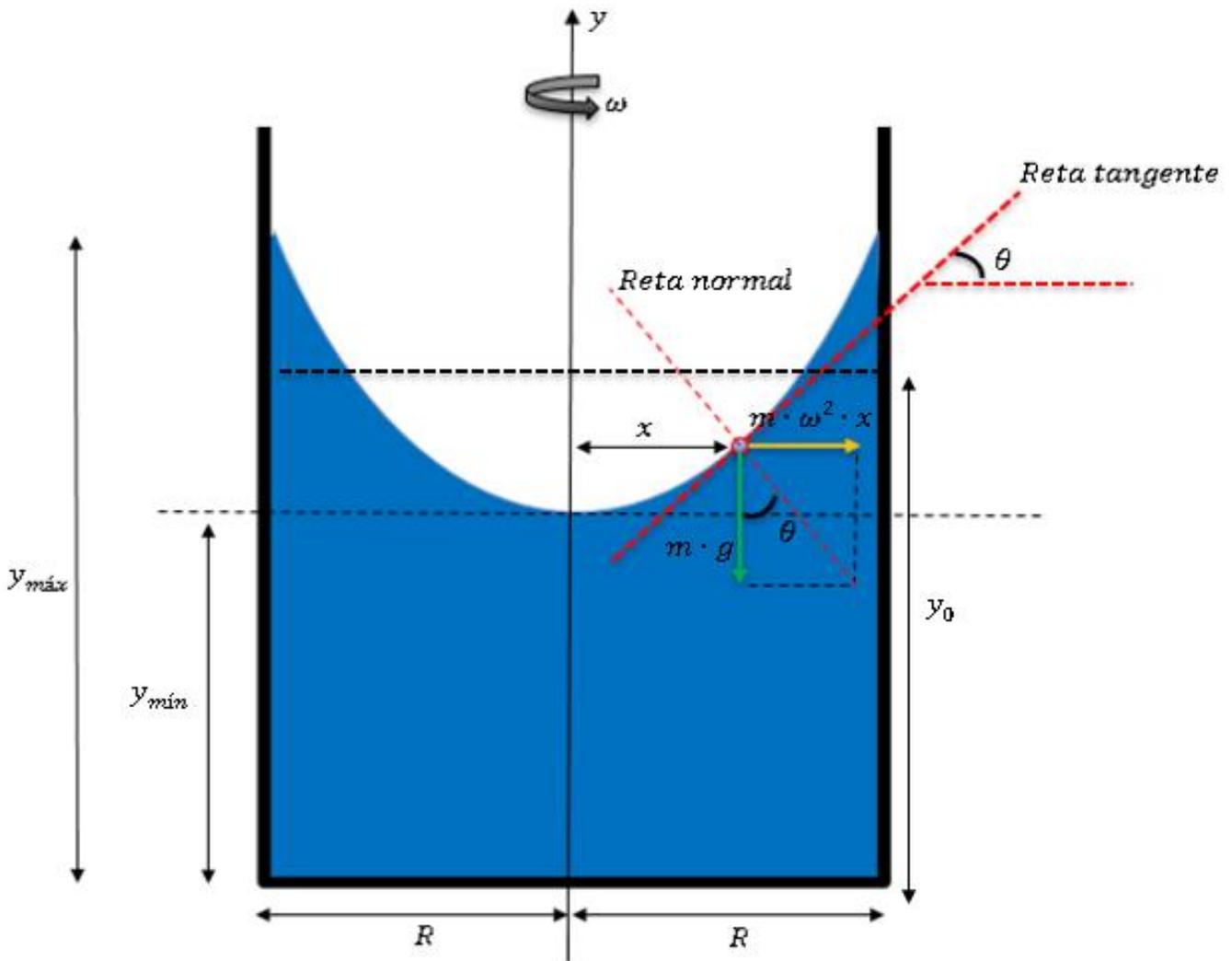


Figura 31: Líquido em rotação

Considere um pequeno elemento de água na superfície do líquido. Esse elemento sofre ação da força centrífuga, no referencial não inercial do próprio líquido, e a força peso. Traçando a reta tangente, a normal e analisando os ângulos congruentes, temos:

$$tg\theta = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot x}{m \cdot g} \Rightarrow \boxed{tg\theta = \frac{\omega^2 \cdot x}{g}}$$

O ângulo  $\theta$  é a inclinação da reta tangente à curva dada. Deste modo, adotando como origem do eixo  $x$  o centro da base do tanque cilíndrico, temos:

$$tg\theta = \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\omega^2 \cdot x}{g} \Rightarrow \int_{y_{mín}}^y dy = \int_0^x \frac{\omega^2 \cdot x}{g} \cdot dx = \frac{\omega^2}{g} \cdot \int_0^x x dx$$

$$\boxed{y = y_{mín} + \frac{\omega^2}{2g} \cdot x^2}$$



Essa equação representa a curva parabólica da superfície do líquido de acordo com a velocidade angular  $\omega$ , ou seja, para cada  $\omega$ , teremos uma curva parabólica e teremos um  $y_{m\acute{a}x}$  e um  $y_{m\acute{i}n}$ .

## ALTURA MÁXIMA ( $y_{m\acute{a}x}$ )

A altura máxima na parede do recipiente é dada por:

$$x = R$$

$$y_{m\acute{a}x} = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{2g} + y_{m\acute{i}n} \quad (I)$$

Da Geometria analítica espacial, sabe-se que o volume do parabolóide de revolução é a metade do cilindro circunscrito.

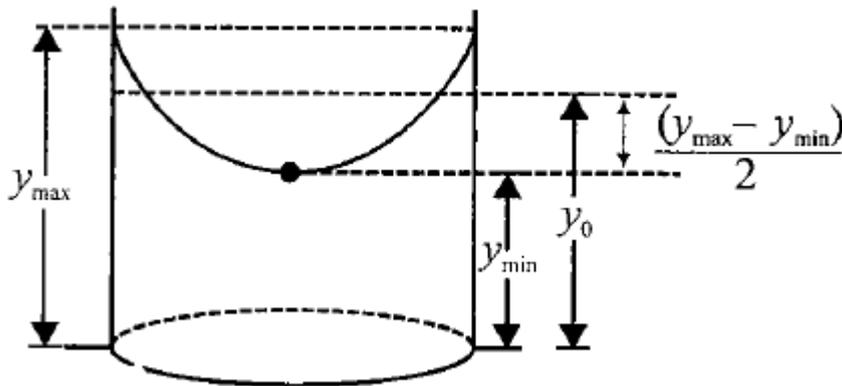


Figura 32: Posição mínima da superfície d'água

O volume do parabolóide é dado por:

$$V = \frac{y_{m\acute{a}x} - y_{m\acute{i}n}}{2} \cdot \pi R^2$$

Também há a conservação de volume do líquido. No início tínhamos o líquido em repouso ocupando um volume  $V_0$ . No final, temos o líquido ocupando um volume  $V + V'$ .

$$V' = \pi R^2 \cdot y_{m\acute{i}n}$$

Deste modo, temos:

$$V_0 = V + V'$$

$$\pi R^2 \cdot y_0 = \frac{y_{m\acute{a}x} - y_{m\acute{i}n}}{2} \cdot \pi R^2 + \pi R^2 \cdot y_{m\acute{i}n}$$

$$y_0 = \frac{y_{m\acute{a}x} - y_{m\acute{i}n}}{2} + y_{m\acute{i}n}$$

Usando a relação (I), temos:

$$y_{m\acute{a}x} = y_0 + \frac{\omega^2 \cdot R^2}{4g}$$

Então,  $y_{m\acute{i}n}$  é expresso por:



$$y_{\min} = y_0 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{4g}$$

ACORDE!



## 7.0 PRINCÍPIO DE ARQUIMEDES

### 7.1 - INTRODUÇÃO

Considere um cilindro de volume  $V$  e área  $A$  flutuando em líquido de densidade  $\rho$ . O cilindro está parcialmente submerso. O volume imerso, porção do corpo que está no interior do líquido, é  $V_{sub}$  e o volume emerso, volume exterior ao líquido é  $(V - V_{sub})$ .

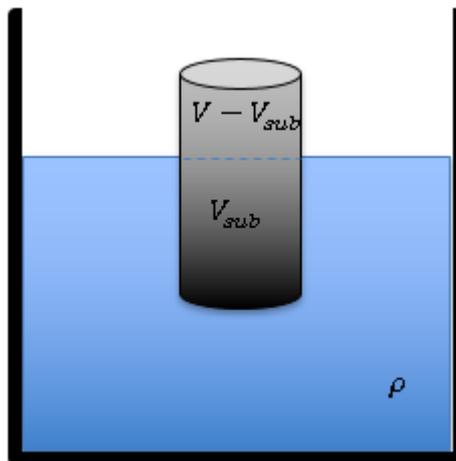


Figura 33: Corpo parcialmente submerso

Sobre esse corpo, na porção imersa, atuam forças hidrostáticas, que são forças advinhas da pressão causada pela água e que são perpendiculares ao contorno de superfície.

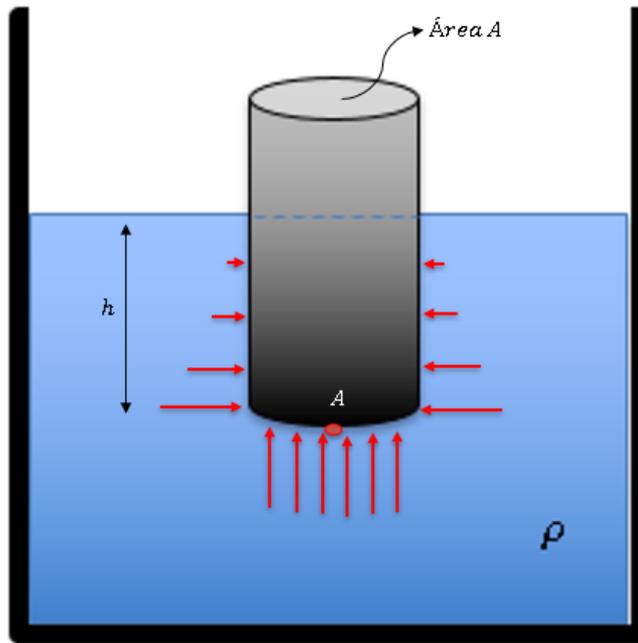


Figura 34: Forças advindas da pressão

As forças horizontais sobre o cilindro se anulam. Desta maneira, não há resultante das forças, advindas da pressão hidrostática, sobre esse corpo na horizontal. Na vertical, encontraremos o módulo da resultante e chamaremos ela de força de Empuxo.

Para a vertical, temos:

- A pressão na superfície inferior do cilindro é a pressão manométrica do ponto A:

$$P_A = \rho \cdot g \cdot h$$

- A força resultante, advinda das pressões hidrostáticas, ( $F_{hid}$ ) que atua na base inferior do cilindro é dada por:

$$F_{hid} = P_A \cdot A$$

$$F_{hid} = \rho \cdot g \cdot h \cdot A \Rightarrow F_{hid} = \rho \cdot g \cdot (h \cdot A)$$

$$\boxed{F_{hid} = \rho \cdot g \cdot (V_{sub})}$$

A expressão encontrada acima é chamada de força de Empuxo. No tópico seguinte, detalharemos essa força para um corpo genérico que está submerso ou parcialmente submerso.



## 7.2 - EMPUXO

### 7.2.1. PRINCÍPIO DE ARQUIMEDES

*Todo corpo imerso em um fluido sofre ação de uma força vertical, cujo módulo é numericamente igual ao peso do fluido deslocado. Denomina-se essa força vertical de Empuxo.*

### 7.2.2. MÓDULO DO EMPUXO NEWTONIANO

Considere um corpo de forma genérica, com volume  $V$ , e densidade volumétrica  $\sigma$ . O corpo está parcialmente submerso em um líquido de densidade  $\rho$ .

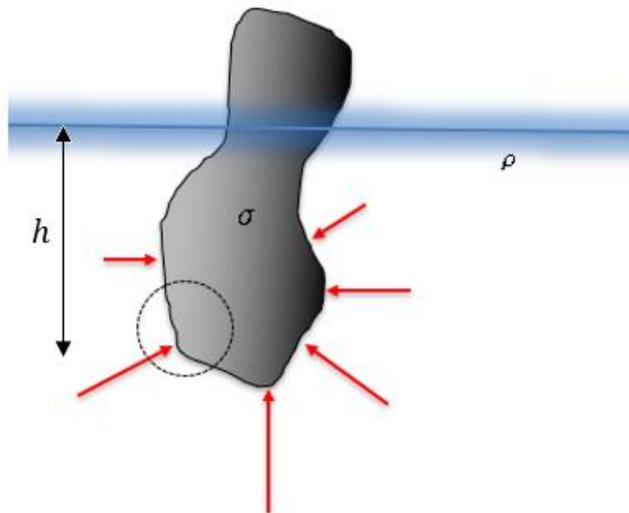


Figura 35: Atuação do empuxo.

Considere uma porção pequena de área  $dA$ , circulada na figura acima, da superfície deste sólido.

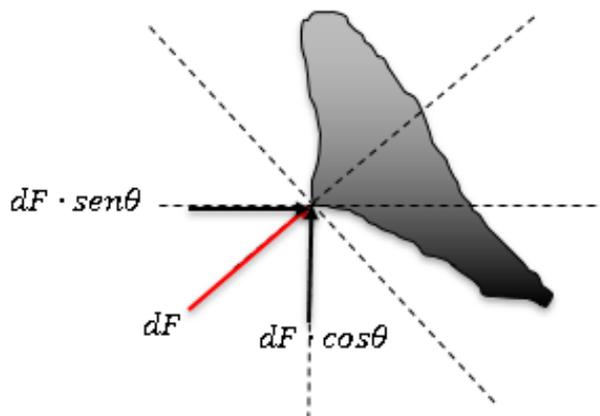


Figura 36: Análise de um elemento infinitesimal.

A pressão manométrica sobre essa porção é dada pela lei de Stevin:



$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

Deste modo, a força resultante, produzida pela somatória das pressões, na vertical sobre a porção  $dA$  é dada por:

$$dF_y = \rho \cdot g \cdot h \cdot dA \cdot \cos\theta$$

Se efetuarmos a soma de todas as forças verticais, atuando em cada pequena porção com a mesma profundidade, teremos a resultante vertical da força hidrostática para um elemento em uma dada altura. Somando todas temos:

$$F_y(h) = \rho \cdot g \cdot \left( h \cdot \sum_{i=1}^{\infty} dA_i \cdot \cos\theta_i \right)$$

O termo  $dA_i \cdot \cos\theta_i$  representa a área projetada na direção vertical do sistema. Assim, trocamos um corpo de forma genérica por um cilindro de área constante e altura  $h$ , de tal forma que o volume submerso é igual para ambos.

$$V_{sub} = h \cdot \sum_{i=1}^{\infty} dA_i \cdot \cos\theta_i$$

Deste modo, a soma de todas contribuições é a força de empuxo sobre o corpo.

$$F_y(h) = \text{Empuxo} = E$$

$$E = \rho \cdot g \cdot V_{sub}$$

### Observações Importantes:

- O empuxo só pode ser calculado da forma que aqui foi explanada quando o corpo estiver em repouso
- A linha de ação da força de empuxo passa pelo centro de massa da porção de fluido deslocado, em nada se relaciona com o local de aplicação da força peso do corpo
- O módulo do empuxo também em nada se relaciona com o módulo do peso do corpo submerso, podendo ser maior, menor, ou igual a este.





### 7.2.3. PONTO DE APLICAÇÃO DO EMPUXO

O centro de aplicação do empuxo é chamado de centro de **Carena**.

O centro de **Carena** é o centro de gravidade do volume de líquido deslocado por um corpo.

A seguir, temos algumas propriedades para esse ponto. Consideraremos o centro de massa coincidente com o centro de gravidade do corpo. Então:

- Se o corpo possuir densidade uniforme, o centro de carena é coincidente com o centro de massa da parte submersa.
- O empuxo sempre é aplicado no centro de carena de um corpo.
- O centro de carena é uma propriedade do fluido deslocado e não da parte submersa do corpo.
- Na maioria das vezes, o centro de carena não é coincidente com o centro de massa do corpo.
- É comum utilizarmos a letra *B* para o centro de carena, pois em inglês este ponto é chamado de *Buoyancy*.

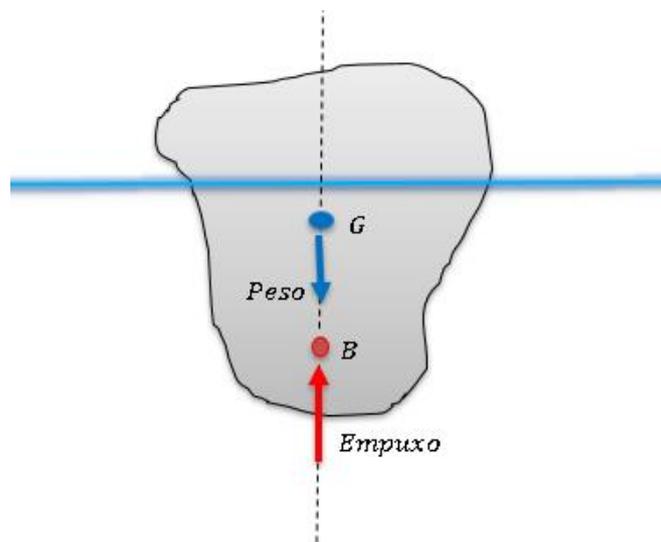


Figura 37: Representação do centro de Carena

- Não necessariamente o centro de carena *B* está abaixo do centro de massa *G*.

ATENÇÃO  
DECORE!



**Exemplo 13:**

Um balão de festa tem massa  $m = 1\text{ kg}$  e está totalmente submerso em água ( $\mu_{\text{água}} = 10^3 \text{ kg/m}^3$ ). Se a massa específica desse objeto é de  $2,5 \text{ kg/m}^3$ , responda:

a) Qual o volume de água deslocada pelo balão?



- b) Qual o valor do empuxo no balão?  
 c) Após ser solto, o balão sobe, desce, ou permanece imerso na água?  
 (Dados:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Comentário:**

- a) Dada a fórmula da massa específica:

$$\mu = \frac{m}{V}$$

$$2,5 = \frac{1}{V}$$

$$V = 0,4 \text{ m}^3$$

Como o balão ocupa o volume do líquido deslocado, então este tem o mesmo volume que aquele:

$$V_{\text{deslocado}} = 0,4 \text{ m}^3$$

- b) Pelo teorema de Arquimedes podemos calcular o volume por:

$$E = \mu \cdot V \cdot g$$

$$E = 10^3 \cdot 0,4 \cdot 10$$

$$E = 4 \cdot 10^3 \text{ N}$$

- c) Como o peso do balão é dado por:

$$P = 1 \cdot 10$$

$$P = 10 \text{ N}$$

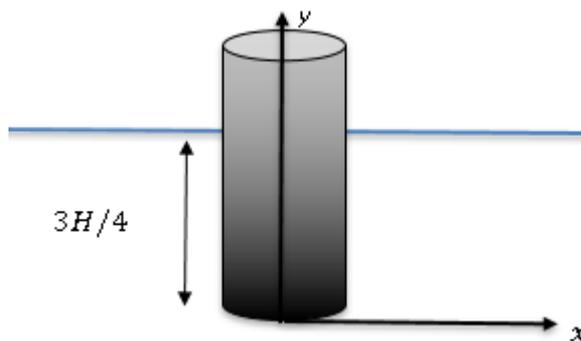
Ademais, sob o balão somente atuam as forças peso e empuxo e como:

$$E > P$$

O balão então sobe.

**Exemplo 14:**

Um cilindro de altura  $H$  e área da base  $A$  está flutuando em líquido de densidade  $\rho$ . Três quartos de seu volume submerso. Se o cilindro possui densidade uniforme, determine o ponto de Carena e o centro de massa.



**Comentário:**

O centro de carena é o centro de gravidade do volume de líquido deslocado e, portanto, é a metade do comprimento submerso.

$$B = \left(0, \frac{3H}{8}\right)$$

O centro de massa está na metade do comprimento total do cilindro e, portanto, temos:



$$G = \left(0, \frac{H}{2}\right)$$

INDO MAIS  
FUNDO!



## 7.2.4. NOÇÕES DE EQUILÍBRIO

Considere um corpo de densidade  $\sigma$  e massa  $m$ . Ao colocarmos esse corpo em líquido de densidade  $\rho$ , o corpo sofre a ação de duas forças: Empuxo e peso.

### a) Equilíbrio translacional:

#### (I) Se $\sigma > \rho$ :

A força de empuxo é dada por:

$$E = \rho \cdot g \cdot V = \rho \cdot g \cdot \frac{m}{\sigma} = m \cdot g \left(\frac{\rho}{\sigma}\right), \quad \text{com } 0 < \frac{\rho}{\sigma} < 1$$

E a força peso por:

$$P = m \cdot g$$

Das expressões do peso e do empuxo, podemos afirmar que:

$$P > E$$

Desta maneira, o corpo afundará e ficará em equilíbrio estável na vertical. Portanto, nenhum deslocamento pequeno afetará o equilíbrio desse sistema.

Na horizontal o equilíbrio é indiferente, pois não há ação de nenhuma força de perturbação.

#### (II) Se $\sigma < \rho$ :

Para esse caso, temos o  $P < E$ , pois  $\frac{\rho}{\sigma} > 1$ .

Para qualquer perturbação na vertical, tão pequena quanto se queira, o corpo começa a oscilar com polo na posição de equilíbrio estável.

Para perturbações horizontais, o corpo continua em equilíbrio indiferente.

#### (III) Se $\sigma = \rho$ :

O corpo encontra-se em equilíbrio indiferente para qualquer deslocamento feito.

### b) Equilíbrio rotacional:

Considere um corpo de centro de gravidade  $G$  e centro de carena  $B$ . O equilíbrio rotacional deste corpo depende da disposição vertical entre o centro de gravidade e o centro de carena. Para o equilíbrio rotacional, temos as possíveis configurações:

#### (I) $B$ acima de $G$



Sempre que o centro de gravidade estiver abaixo do centro de carena o corpo estará em equilíbrio estável.

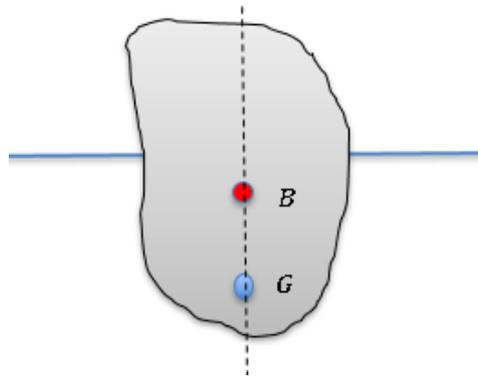


Figura 38: Disposição do centro de carena e centro de massa

## (II) Outras situações

Se o centro de gravidade estiver acima do centro de carena podemos avaliar o equilíbrio usando o conceito de Meta-centro ( $M$ ).

Considere um corpo o parcialmente submerso da figura abaixo. O centro de carena está abaixo do centro de gravidade. Faça um deslocamento angular  $\theta$  da seguinte forma:



Figura 39: Situação de equilíbrio (Esquerda); Situação de perturbação (Direita)

O centro de carena mudará de posição, pois o volume deslocado de líquido sofreu alteração. Chamaremos esse novo ponto de carena de  $B'$ .

Trace uma reta passando pelo centro de gravidade e o antigo de carena  $B$ . Trace outra reta vertical passando agora pelo novo ponto de carena  $B'$ . A intersecção entre essas retas será o Meta-centro  $M$ .

- Se  $M$  estiver acima do centro de gravidade  $G$  - equilíbrio estável.
- Se  $M$  estiver abaixo do centro de gravidade  $G$  - equilíbrio instável.

Se  $M$  coincidir com  $G$  - equilíbrio indiferente.





**Exemplo 15:**

Qual é a fração submersa de um iceberg? A densidade da água é  $1028 \text{ kg/m}^3$  e a densidade do gelo é  $917 \text{ kg/m}^3$ .

**Comentário:**

O peso do iceberg é igual ao empuxo.

$$P = E$$

$$m \cdot g = \rho_{\text{água}} \cdot g \cdot V_{\text{sub}}$$

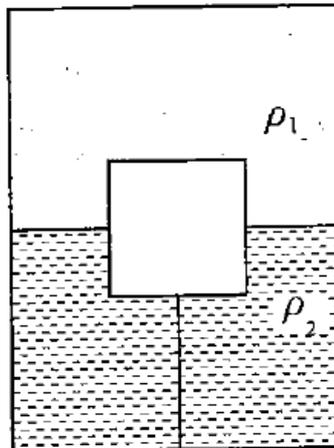
$$\rho_{\text{gelo}} \cdot V \cdot g = \rho_{\text{água}} \cdot g \cdot V_{\text{sub}}$$

$$\frac{V_{\text{sub}}}{V} = \frac{\rho_{\text{gelo}}}{\rho_{\text{água}}} = \frac{917}{1028}$$

$$\boxed{\frac{V_{\text{sub}}}{V} = 0,892}$$

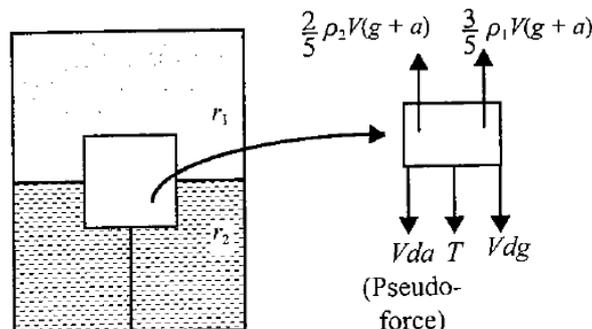
**Exemplo 16:**

Um vaso contém dois líquidos imiscíveis de densidades  $1000 \text{ kg/m}^3$  e  $1500 \text{ kg/m}^3$ . Um bloco sólido de volume  $V = 0,001 \text{ m}^3$  e densidade  $800 \text{ kg/m}^3$  está preso ao fundo do vaso por um fio ideal. O bloco está parcialmente submerso em ambos os líquidos, com metade do volume em cada líquido. Esse sistema está em um elevador que se move para cima com aceleração  $5 \text{ m/s}^2$ . Se a gravidade local vale  $10 \text{ m/s}^2$ , determine a tensão no fio.



**Comentário:**

Considere as forças sobre o bloco, no referencial não inercial do vaso.



$$E_{ap} = T + P_{ap}$$

$$\left( \frac{2}{5} \cdot V \cdot \rho_2 + \frac{3}{5} \cdot V \cdot \rho_1 \right) \cdot (g + a) = T + V \cdot d \cdot (g + a)$$

$$T = (g + a) \cdot V \cdot \left[ \frac{2}{5} \cdot \rho_2 + \frac{3}{5} \cdot \rho_1 - d \right]$$



$$T = (10 + 5) \cdot 0,001 \cdot \left[ \frac{2}{5} \cdot 1500 + \frac{3}{5} \cdot 1000 - 800 \right]$$

$$\boxed{T = 6 \text{ N}}$$

**Exemplo 17: (ITA – 2018)**

Uma esfera sólida e homogênea de volume  $V$  e massa específica  $\rho$  repousa totalmente imersa na interface entre dois líquidos imiscíveis. O líquido de cima tem massa específica  $\rho_C$  e o de baixo,  $\rho_B$ , tal que  $\rho_C < \rho < \rho_B$ . Determine a fração imersa no líquido superior do volume da esfera.

**Comentário:**

Para o equilíbrio translacional do sistema:

$$E = P$$

$$\rho_C \cdot g \cdot V_C + \rho_B \cdot g \cdot V_B = (\rho \cdot V) \cdot g$$

$$\rho_C \cdot V_C + \rho_B \cdot (V - V_C) = \rho \cdot V$$

$$\boxed{\frac{V_C}{V} = \frac{\rho_B - \rho}{\rho_B - \rho_C}}$$

**Exemplo 18: (ITA – 2016 - modificada)**

Um cubo de peso  $P_1$ , construído com um material cuja densidade é  $\rho_1$ , dispõe de uma região vazia em seu interior e, quando inteiramente imerso em um líquido de densidade  $\rho_2$ , seu peso reduz-se a  $P_2$ . Determine a expressão do volume da região vazia deste cubo.

**Comentário:**

A redução do peso é o peso aparente do objeto:

$$E = P_1 - P_2$$

$$\rho_2 \cdot V \cdot g = P_1 - P_2 \quad (I)$$

O volume total do cilindro é a soma do volume vazio e do volume efetivo:

$$V = V_{\text{vazio}} + V_{\text{preenchido}}$$

$$V = V_{\text{vazio}} + \frac{m}{\rho_1}$$

$$V = V_{\text{vazio}} + \frac{P_1}{\rho_1 \cdot g} \quad (II)$$

Substituindo (I) em (II):

$$\rho_2 \cdot \left( V_{\text{vazio}} + \frac{P_1}{\rho_1 \cdot g} \right) \cdot g = P_1 - P_2$$

$$\boxed{V_{\text{vazio}} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_2 \cdot g} - \frac{P_1}{\rho_1 \cdot g}}$$



PRESTE MAIS  
ATENÇÃO!



## 8. HIDRODINÂMICA

### 8.1 - ANÁLISE DE FLUXOS

#### 8.1.1. FLUXO CONSTANTE (OU ESTADO ESTACIONÁRIO OU REGIME PERMANENTE)

O fluxo constante é uma condição na qual a quantidade de líquido fluindo por unidade de tempo é constante. Se o fluxo é constante, então a velocidade, a pressão e a densidade em um determinado ponto são constantes. Matematicamente, podemos afirmar que as propriedades do fluido em fluxo constante obedecem à condição:

$$\frac{dv}{dt} = 0, \quad \frac{dP}{dt} = 0, \quad \frac{d\rho}{dt} = 0$$

Em um fluxo não constante, algumas propriedades do fluido podem variar com o tempo.

#### 8.1.2. FLUXO UNIFORME

Um fluxo é dito uniforme se em qualquer instante de tempo a velocidade não varia ao longo da direção de fluxo.

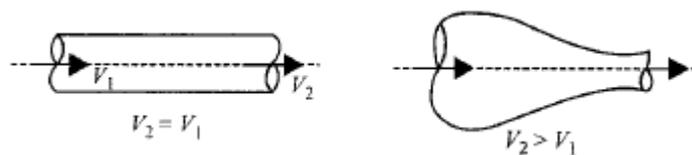


Figura 40: Linhas de escoamento  
ESCLARECENDO!





## 8.2 - VISUALIZAÇÃO DOS FLUXOS

O padrão de fluxo de um fluido pode ser visualizado em termos de linhas de caminho e linhas de fluxo.

### 8.2.1. LINHAS DE CAMINHO

É a linha que descreve a trajetória de um fluido que se move com a passagem do tempo. A reta tangente a essas linhas fornece a direção da velocidade do fluido. As linhas de caminho podem se interceptar em tempos diferentes.

### 8.2.2. LINHAS DE FLUXO

É uma linha desenhada de tal forma que uma tangente em cada ponto estabelece a direção da velocidade naquele instante.

O agrupamento de todas as linhas de fluxo indica o fluxo do líquido naquele instante. Se cada ponto de um líquido que flui continuamente segue exatamente o mesmo caminho que foi seguido pelas partículas que o precedem, diz-se que o fluxo é laminar.

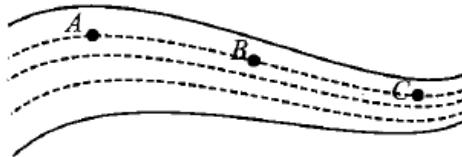


Figura 41: Linhas de fluxo

Se um líquido segue o caminho ABC, as partículas que são sucessoras se movem ao longo do mesmo caminho.



## 8.3 - PRINCÍPIO DA CONTINUIDADE

Se o fluxo de um líquido é dito constante, podemos dizer que a quantidade de líquido atravessando uma seção não varia com o tempo. Dessa maneira, poderá ocorrer qualquer variação geométrica do fluxo sem que se altere sua vazão.

Considere as seguintes linhas de fluxo:

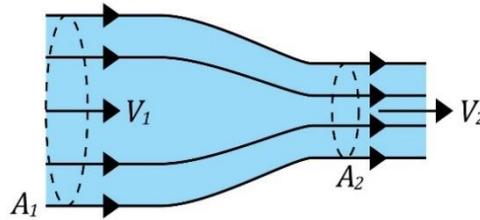


Figura 42: Análise da mudança de perfil das linhas de fluxo

A vazão de um fluido por uma determinada área de seção transversal  $A$  pode ser escrita como:

$$\phi = A \cdot V$$

Em que  $V$  é a velocidade do fluido no local onde a área transversal é  $A$ . No SI, a unidade de área é o  $m^2$  e a unidade de velocidade é o  $m/s$ . Portanto:

$$u(\phi) = u(A) \cdot u(V) = m^2 \cdot m/s$$

$$\boxed{u(\phi) = m^3/s}$$

Como a vazão é constante no tempo, então:

$$\phi_1 = \phi_2$$

$$\boxed{A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2}$$

### 8.3.1. APLICAÇÃO DO PRINCÍPIO DA CONTINUIDADE

Considere um líquido que percorre um tubo de seção variável. Podemos aplicar o princípio da continuidade.

$$A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{A_1}{A_2}$$

Então:

a)  $A_1 > A_2$ :

$$\frac{A_1}{A_2} > 1 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} > 1 \Rightarrow \boxed{V_2 > V_1}$$

Este resultado mostra que para um fluxo constante, se a área é maior em um trecho, então a velocidade será menor naquele trecho.

b)  $A_1 < A_2$ :

$$\frac{A_1}{A_2} < 1 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} < 1 \Rightarrow V_2 < V_1 \text{ ou } \boxed{V_1 > V_2}$$

Este resultado mostra que para um fluxo constante, se a área é menor em um trecho, então a velocidade será maior naquele trecho.

Resumidamente, a área e a velocidade são grandezas inversamente proporcionais, isto é:

Quanto maior a área de seção, menor será a velocidade do fluido.



TOME  
NOTA!



## 8.4 - ENERGIA ASSOCIADA A UM LÍQUIDO EM MOVIMENTO

### 8.4.1. ENERGIA POTENCIAL

Em virtude da disposição espacial do fluido, é necessária a associação de uma energia potencial gravitacional.

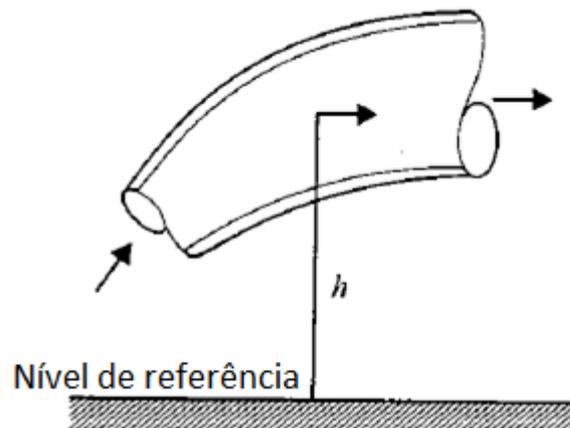


Figura 43: Elemento de líquido

$$U = \frac{\Delta m}{\Delta V} \cdot g \cdot h = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow \boxed{U = \rho \cdot g \cdot h}$$

### 8.4.2. ENERGIA CINÉTICA

Devido a velocidade do fluido, podemos associar uma energia cinética por volume de líquido.

$$K = \frac{1}{\Delta V} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \Delta m \cdot v^2 \right) \Rightarrow \boxed{K = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2}$$

### 8.4.3. ENERGIA ASSOCIADA A PRESSÃO

O conceito de energia de pressão é compreendido quando analisamos um deslocamento do fluido. Considere o trabalho realizado para deslocar uma massa de líquido (densidade  $\rho$ ), a uma pressão  $P$ , por uma distância  $x$ . A área de seção do líquido é  $A$ .

$$W = P \cdot A \cdot x$$

Associamos essa pressão  $P$  a uma diferença de altura:

$$W = \rho g h \cdot A \cdot x$$



A energia de pressão é o trabalho dividido pelo volume deslocado é dada por:

$$E_p = \frac{W}{A \cdot x} \Rightarrow \boxed{E_p = \rho \cdot g \cdot h = P}$$

Desse modo, a energia de pressão de um líquido é igual a pressão hidrostática manométrica.

## 8.5 - EQUAÇÃO DE BERNOULLI

A equação de Bernoulli relaciona a energia potencial, cinética e de pressão de um fluido. A equação de Bernoulli mostra que a soma dessas três energias é um valor constante no tempo.

$$\boxed{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h + P = constante}$$

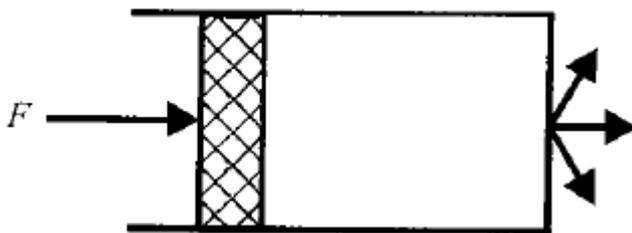
### 8.5.1. CONSIDERAÇÕES E LIMITAÇÕES

- O fluxo do líquido deve ser constante para que se aplique a equação de Bernoulli.
- O fluido deve ser incompressível.
- O fluido deve ser ideal. Não há perdas internas de energia devido ao escoamento do fluido.



#### Exemplo 19:

Considere um cilindro horizontal de comprimento  $l$  contendo água. Uma força constante  $F$  é aplicada no pistão. Na extremidade direita no cilindro, há um furo de área  $a$ . Qual é a velocidade do pistão? A área do pistão é  $A$ .



#### Comentário:

Ao empurrar o pistão, a água vaza pelo lado direito do cilindro com velocidade  $v_{saida}$ . Aplicando a equação de Bernoulli temos:

$$\left(\frac{F}{A} + P_0\right) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{pistão}^2 = P_0 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{saida}^2$$

Como não há variação de vazão, aplicaremos a equação da continuidade:

$$A \cdot V_{pistão} = a \cdot V_{saida}$$

Das duas expressões temos:



$$V_{\text{pistão}} = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot a^2}{\rho \cdot A(A^2 - a^2)}}$$

ESCLARECENDO!



## 8.6 - TUBO DE VENTURI

O tubo de Venturi é um instrumento que indica a variação de pressão sofrida por um líquido. Ele é formado por dois tubos de diâmetros diferentes, conectados e submetidos a uma vazão constante. Do lado esquerdo do tubo, o fluido inicia-se com uma velocidade  $v_1$  e após sofrer uma estrangulação sua velocidade é  $v_2$ , conforme figura abaixo. Considere um líquido de densidade  $\rho$ .

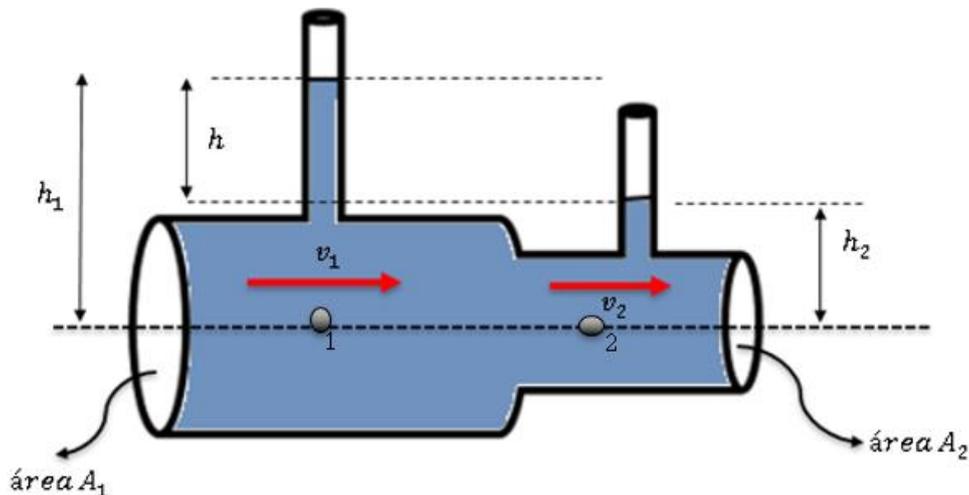


Figura 44: Esquematização do tubo de Venturi

Como o fluxo é constante para as duas seções, podemos aplicar a equação da continuidade:

$$v_1 A_1 = v_2 \cdot A_2 \quad (\text{eq1})$$

Das pressões absolutas:

$$P_1 = P_{ATM} + \rho \cdot g \cdot h_1$$

$$P_2 = P_{ATM} + \rho \cdot g \cdot h_2$$

Subtraindo as duas equações, temos:

$$P_1 = P_2 + \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) \quad (\text{eq2})$$

Aplicando a equação de Bernoulli, temos:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + P_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + P_2$$

Substituindo a equação (2):



$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = \frac{\rho v_2^2}{2}$$

Substituindo a equação (1):

$$v_1 = A_2 \cdot \sqrt{\frac{2g(h_1 - h_2)}{A_1^2 - A_2^2}} \text{ e } v_2 = A_1 \cdot \sqrt{\frac{2g(h_1 - h_2)}{A_1^2 - A_2^2}}$$

## 8.7 - TUBO DE PITOT

O tubo de Pitot é um instrumento de medição de velocidade muito utilizado em aeronaves. Este instrumento utiliza a diferença de pressões manométricas e estrangulamento de fluidos.

Considere um fluido, densidade  $\rho_{ar}$ , que escoa da esquerda para a direita com velocidade  $V_1$ . O Tubo de Pitot é composto por um cilindro e um tubo em U, contendo um líquido manométrico de densidade  $\rho$ .

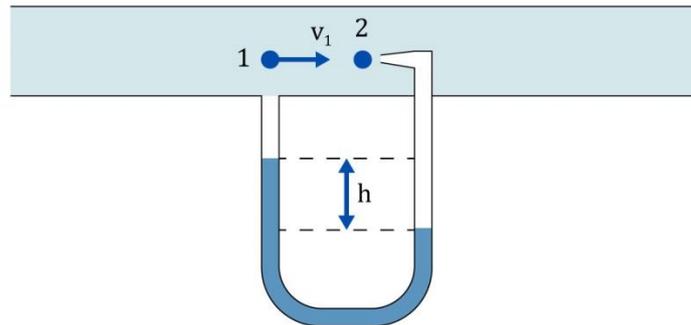


Figura 45: Esquematização do tubo de Pitot

Ao atingir o ponto 2, chamado de estrangulamento, a velocidade do fluido vai a zero. Utilizando a equação de Bernoulli temos:

$$\rho_{ar} \cdot \frac{V_0^2}{2} + P_1 = P_2$$

Da diferença de pressões:

$$P_2 = P_1 + \rho \cdot g \cdot h$$

Substituindo as pressões:

$$V_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho \cdot g \cdot h}{\rho_{ar}}}$$



PRESTE MAIS  
ATENÇÃO!



## 8.8 - TEOREMA DE TORRICELLI

Considere um reservatório cilindro de altura  $H$  e raio  $R$ . O reservatório é preenchido completamente com um líquido de densidade  $\rho$ . A uma altura  $h$  do solo, um furo, de área  $a$ , é feito no reservatório. Por esse furo, o líquido escapa com velocidade  $v$ .

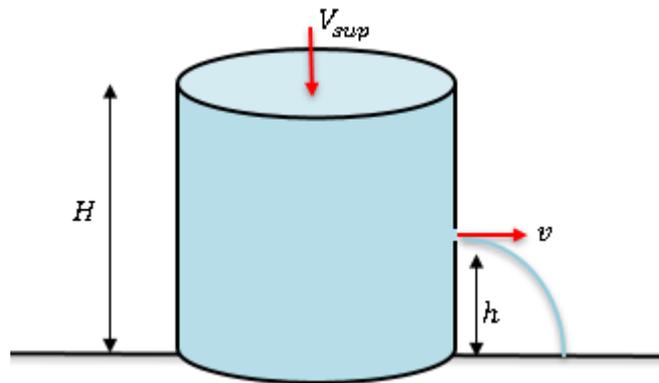


Figura 46: Compartimento com furo lateral

Tanto a superfície do líquido quanto o furo estão sujeitos à pressão atmosférica. Utilizando a equação de Bernoulli, temos:

$$\rho \cdot \frac{V_{sup}^2}{2} + P_{atm} + \rho \cdot g \cdot H = P_{atm} + \rho \cdot \frac{v^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h$$

Podemos utilizar a equação da continuidade da seguinte forma:

$$V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2 \Rightarrow V_{sup} \cdot \pi R^2 = v \cdot a \Rightarrow V_{sup} = \frac{v \cdot a}{\pi R^2}$$

Note que se  $a$  é muito pequena, isto é, o orifício possui uma área bem estreita, então  $V_{sup}$  é muito pequeno, próximo de zero.

Substituindo  $V_{sup}$  na equação de Bernoulli, vem:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot (H - h)}{1 - \left(\frac{a}{\pi R^2}\right)^2}}$$

Se o tamanho do buraco é desprezível em relação a área do cilindro, temos:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H - h)} \quad \text{Eq. de Torricelli}$$



### 8.8.1. FORÇA DE REAÇÃO DEVIDO A EJEÇÃO DE UM LÍQUIDO

Na situação acima, considere que uma placa é colocada imediatamente após o furo. O líquido ao se chocar com a placa, colide inelasticamente, e cai verticalmente em queda livre. Determinaremos a força que esse líquido faz na placa.

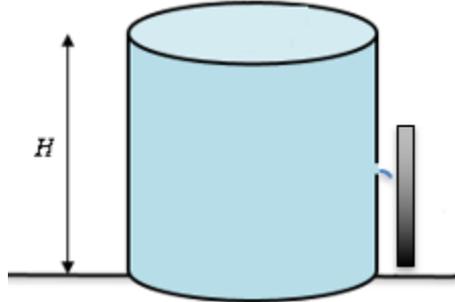


Figura 47: Inserção da placa em frente ao furo lateral

A água sai do furo com uma velocidade  $v$ , dado pela equação de Bernoulli:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot (H - h)}{1 - \left(\frac{a}{\pi R^2}\right)^2}}$$

Considerando um trecho cilíndrico de líquido:

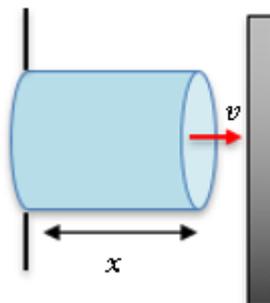


Figura 48: Elemento infinitesimal de líquido

O volume de água desse trecho cilíndrico é dado por:

$$V = a \cdot x$$

Assim, a massa é de:

$$m = \rho \cdot a \cdot x$$

Pela primeira lei de Newton (Teo. do Impulso), temos:

$$\vec{F} = \frac{\overline{\Delta p}}{\Delta t}$$

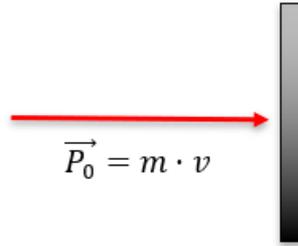


Figura 49: Variação de momento na placa

Assim, a força sobre a parede é dada por:

$$F = \frac{m \cdot (v - 0)}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{\rho \cdot a \cdot x \cdot v}{\Delta t}$$

$$F = \rho \cdot a \cdot v \cdot \frac{x}{\Delta t}$$

Em que:

$$\frac{x}{\Delta t} = \text{velocidade de saída} = v$$

Portanto:

$$F = \rho \cdot a \cdot v^2$$

Substituindo a expressão da velocidade calculada anteriormente, temos:

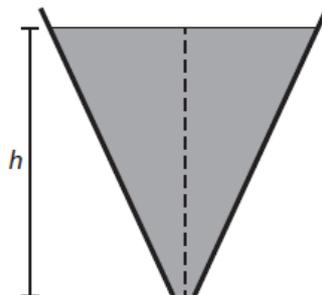
$$F = \frac{2 \cdot g \cdot \rho \cdot a \cdot (H - h)}{1 - \left(\frac{a}{\pi R^2}\right)^2}$$

ATENÇÃO  
DECORE!



**Exemplo 20: (ITA – 2018)**

Na figura, o tanque em forma de tronco de cone, com 10 cm de raio de base, contém água até o nível de altura  $h = 500$  cm, com 100 cm de raio da superfície livre. Removendo-se a tampa da base, a água começa a escoar e, nesse instante, a pressão no nível a 15 cm de altura é de



a) 100 kPa.



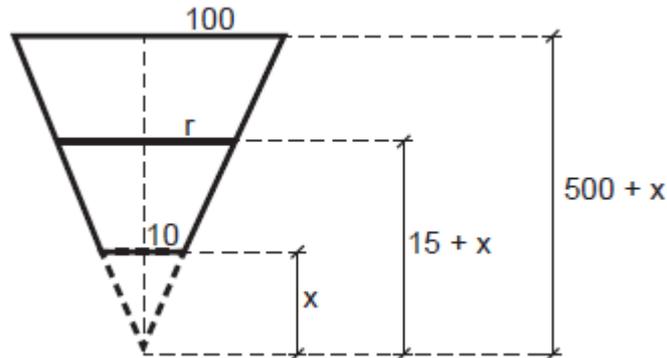
- b) 102 kPa.
- c) 129 kPa.
- d) 149 kPa.
- e) 150 kPa.

**Comentário:**

A velocidade de saída da água pelo fundo do tanque é dada pela equação de Torricelli.

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} = 10 \text{ m/s}$$

Da geometria do problema, temos:



Podemos fazer uma semelhança de triângulos para encontrar o raio da área da seção transversal na altura de 15 cm do tronco:

$$\frac{x}{10} = \frac{15+x}{r} = \frac{500+x}{100}$$

$$x = 55,5 \text{ cm e } r = 12,7 \text{ cm}$$

Devemos encontrar a velocidade a uma altura de 15 cm. Utilizando a equação da continuidade, temos:

$$v_1 A_1 = v_2 \cdot A_2$$

$$\pi \cdot 10^2 \cdot 10 = \pi (12,7)^2 \cdot v$$

$$v = 6,2 \text{ m/s}$$

Aplicando a equação de Bernoulli, vem:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h + P = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v'^2 + \rho \cdot g \cdot h' + P'$$

$$10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 0 + 10^3 \cdot \frac{10^2}{2} = P' + 10^3 \cdot 10 \cdot 0,15 + 10^3 \cdot \frac{6,2^3}{2}$$

$$\boxed{P' = 129 \text{ kPa}}$$



## 8.9 - ALGUMAS APLICAÇÕES DE HIDRODINÂMICA

Vimos em hidrostática que o Teorema de Stevin fornece a diferença de pressão entre dois pontos situados dentro de um mesmo fluido em repouso, devido a diferença de níveis entre esses dois pontos. Dessa forma, dizemos que a diferença de pressão é função do desnível entre os pontos.

Para um fluido em movimento, a velocidade surge como um novo fator que altera a pressão, de acordo com a equação de Bernoulli. Nessa equação, estudamos que a soma da pressão estática com a pressão dinâmica permanece constante, desde que não haja perdas durante o escoamento. Trata-se de uma forma de conservação de energia.

Por exemplo, para um duto disposto horizontalmente, sem perdas por atritos (fluido ideal). Pelo princípio da continuidade, sabemos que as velocidades se relacionam da seguinte forma:

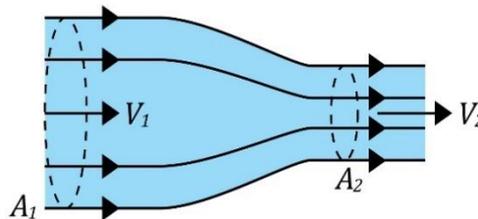


Figura 50: Fluido escoando por um duto com áreas  $A_1$  e  $A_2$ .

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

$$A_1 > A_2$$

$$v_2 > v_1$$

Se aplicarmos a equação de Bernoulli, temos:

$$p_1 + \frac{\rho_{liq} \cdot v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho_{liq} \cdot v_2^2}{2}$$

Como  $v_2 > v_1$ , podemos concluir que:

$$p_1 > p_2$$

Esse resultado mostra que quanto maior a pressão dinâmica ( $\frac{\rho_{liq} v^2}{2}$ ) menor será a pressão estática. Em outras palavras, dizemos que no trecho em que a velocidade é maior, a pressão é menor. Este princípio é utilizado em diversas situações físicas.

### 8.9.1. A FORÇA DE SUSTENTAÇÃO DE UM AVIÃO

Para facilitar o entendimento, vamos imaginar um avião em movimento horizontal, com velocidade constante, da esquerda para a direita. Podemos analisar esse problema considerando um referencial fixo no avião, ou seja, supomos que o avião está em repouso e o ar se movimenta da direita para a esquerda.



Assim, a asa do avião é projetada (se você escolher o curso de engenharia aeronáutica no ITA, você projetará diversos perfis de aeronaves) de modo que as linhas de correntes próximas dela se curvam como na figura abaixo:

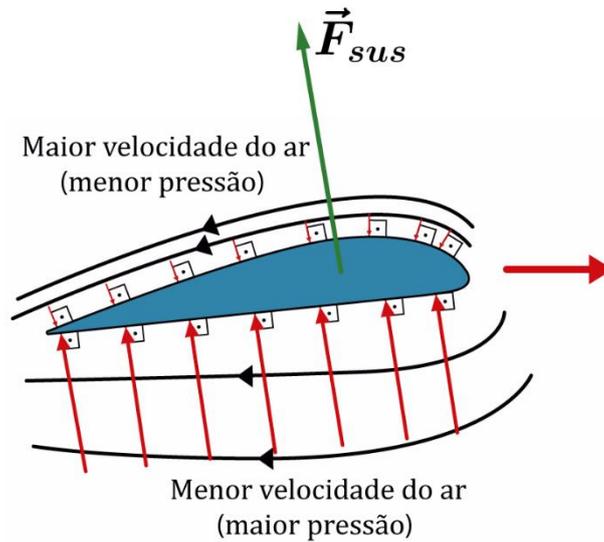


Figura 51: Asa de um avião vista em corte transversal. Devido à diferença entre as pressões na região logo acima e logo abaixo da asa, podemos representar a força resultante de sustentação ( $\vec{F}_{sus}$ ) no centroide da asa.

Dessa forma, na região logo acima da asa, as linhas de corrente estão mais próximas do que na região abaixo da asa. Portanto, logo acima da asa, a velocidade é maior do que logo abaixo. Com isso, cria-se uma diferença de pressão entre as duas regiões. Como resultado, surge uma **força de sustentação** para cima, dado que a pressão logo abaixo é maior que a pressão logo acima.

### 8.9.2. APROXIMAÇÃO DE OBJETOS

Outro experimento interessante é assoprar entre duas folhas bem leves, como bandeirinhas de festa junina. Quando você assopra entre as folhas, a pressão dinâmica aumenta e a pressão estática nessa região interna diminui. Dessa forma, a pressão estática externa empurra as folhas, aproximando-as.

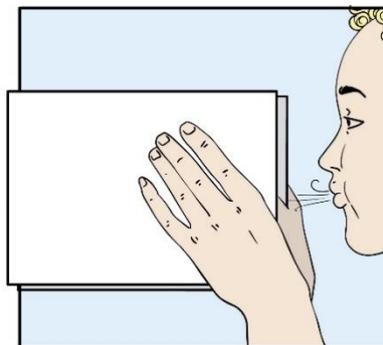


Figura 52: Quando o garoto assopra na região entre as duas folhas leves, a pressão dinâmica aumenta, diminuindo a pressão estática na região considerada. Dessa forma, as folhas se aproximam.

### 8.9.3. VAPORIZADORES

A figura abaixo representa um vaporizador simples. Quando o operador aperta a borracha, é produzido um jato de ar que provoca uma diminuição da pressão no tubo, promovendo a subida do líquido que está no recipiente.



Figura 53: Esquema simples de um vaporizador manual.

Quando o líquido entra em contato com o ar, ocorre uma dispersão das partículas em pequenas gotas que saem pelo orifício do vaporizador. Se você estreitar o tubo de saída do líquido, o efeito de dispersão será intensificado. Esse mesmo princípio é utilizado em sprays.

#### 8.9.4. LEVANTAMENTO DE TETO

Um fenômeno muito comum em tempestades é o levantamento do telhado do edifício devido aos fortes ventos.

Quando um vento de alta velocidade passa sobre o teto de uma casa, ele cria uma região de baixa pressão. Dessa forma, a pressão logo abaixo do teto torna-se muito maior que a região logo acima. Se a diferença de pressão for muito grande, o teto pode ser levantado.

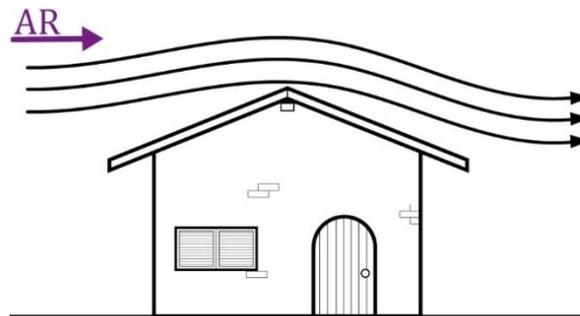


Figura 54: Vento tangenciando um telhado. Se a diferença de pressão for muito grande, ela pode ser capaz de arrancar o telhado da casa.

Para evitar esse problema são feitas amarrações entre a superfície do telhado e a casa, para evitar que o teto seja arremessado para longe.

Outro fato semelhante, ocorre quando uma rajada de vento tangencia uma janela de vidro. Nessa situação, cria-se uma região de baixa pressão e a pressão do outro lado do vidro pode ser tão maior que pode haver um estouro do vidro.

#### 8.9.5. A EQUAÇÃO DE BERNOULLI APLICADA NA NATUREZA

Sabemos que fluidos ideais tem viscosidade nula, mas os fluidos reais possuem uma certa viscosidade e isso tem algumas consequências importantíssimas na natureza.

Um caso muito interessante ocorre com os coelhos. Eles criam tocas de tal forma que o ar dentro dela circule, espontaneamente, para que eles não fiquem sufocados. Para que isso ocorra, os



coelhos criam suas tocas com duas entradas, de modo que sempre haja um pequeno desnível entre as entradas.

Por causa da viscosidade, a velocidade do ar próximo ao solo é menor que a velocidade um pouco acima. Devido a essa diferença nas velocidades, existe uma diferença de pressão entre as duas entradas, promovendo um fluxo de ar dentro da toca do coelho.

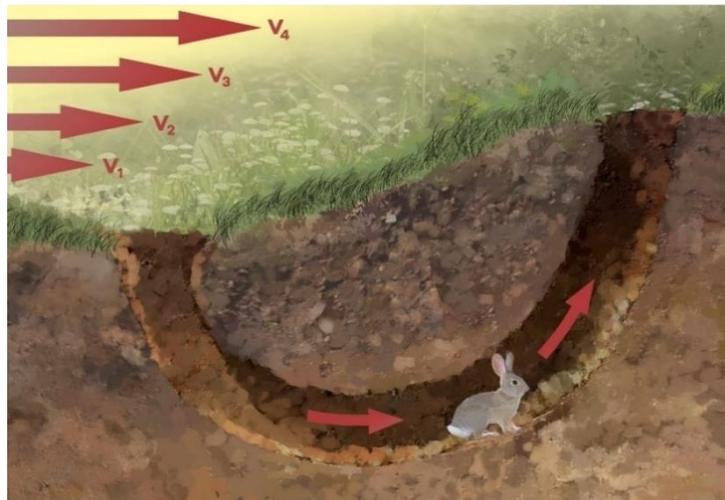


Figura 55: Tocas de coelhos são construídas de tal forma que sempre há um fluxo de ar dentro da toca, devido ao desnível das duas entradas.

### 8.9.6. EFEITO MAGNUS

Outra aplicação bem interessante é o chamado efeito Magnus (explicação fundamentada pelo físico-químico alemão Heinrich Gustav Magnus). Você já deve ter reparado que a trajetória de uma bola de futebol, por exemplo, depende do fato dela ter ou não rotação. Provavelmente, você já viu inúmeros gols de cobranças de falta e deve ter se perguntado: como a bola fez aquela curva?

Para entender um pouco sobre como isso é possível, vamos imaginar uma bola se movendo sem rotação, ou seja, somente movimento de translação. Assim, as linhas de corrente de ar podem ser representadas da seguinte forma:

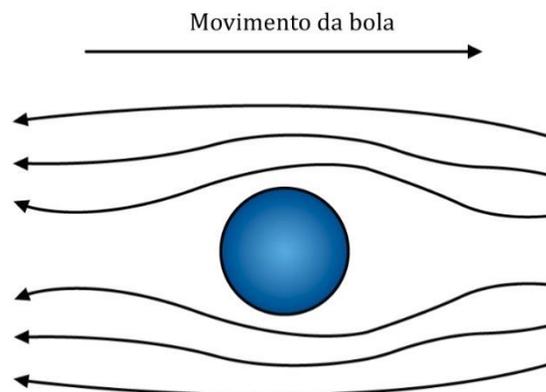


Figura 56: Bola com movimento de translação apenas.

Agora, vamos supor que ela tenha apenas rotação, isto é, ela não tem movimento de translação, como na figura abaixo.

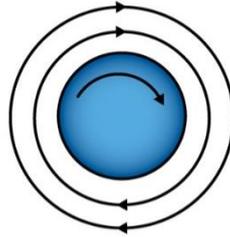


Figura 57: Bola com movimento de rotação apenas.

Devido à viscosidade do ar (que é um tipo de atrito), a bola arrasta o ar que está bem próximo, fazendo com que as linhas de corrente se tornem aproximadamente circulares. Quando fazemos a superposição dos dois movimentos (translação e rotação), temos:

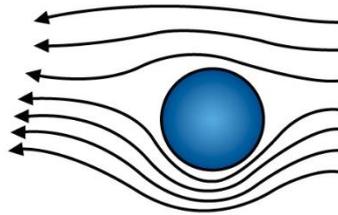


Figura 58: Bola com movimento de translação e de rotação.

Na parte superior as velocidades têm sentidos opostos e, portanto, há uma diminuição da velocidade resultante. Em contrapartida, na parte de baixo as velocidades têm o mesmo sentido, promovendo um aumento na velocidade resultante.

Dessa forma, o resultado é que a velocidade do escoamento na região logo abaixo a bola é maior que a velocidade logo acima. Com isso, a pressão logo abaixo é menor que a pressão logo acima, resultando numa força para baixo. Por isso, a um desvio na trajetória da bola, fato que não ocorreria se houvesse apenas translação.

Note que se a rotação da bola fosse no sentido oposto, a força seria para cima.

Vamos analisar as velocidades um pouco mais afundo. Para isso, considere uma bola subindo com velocidade  $-\vec{V}_0$  (velocidade de translação da bola em relação ao ar), de tal forma que a velocidade do ar em relação à bola é  $\vec{V}_0$ . Então, no referencial no centro da bola, tudo se passa como se a bola estivesse em repouso e o ar tivesse velocidade  $\vec{V}_0$ .

Além disso, em relação ao centro da bola, devido à rotação da bola, as partículas de ar nos pontos A e B são dadas por  $V_1 = \omega \cdot R$ , em que  $R$  é o raio da bola.

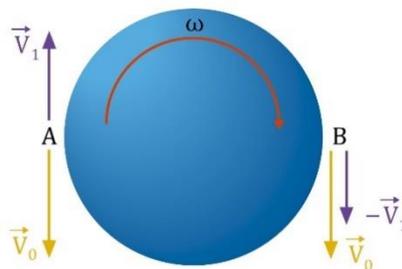


Figura 59: Diagrama das velocidades na bola rotacionando e transladando.

Supondo que  $V_0 > V_1$  (a velocidade de translação é maior que a velocidade linear na superfície da bola devido à rotação) e utilizando a composição de movimento, podemos concluir que:



$$\vec{V}_A = \vec{V}_0 + \vec{V}_1 \Rightarrow \boxed{V_A = V_0 - V_1}$$

E:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_0 + \vec{V}_1 \Rightarrow \boxed{V_B = V_0 + V_1}$$

Podemos concluir que  $V_B > V_A$ . Pela equação de Bernoulli, podemos ver que a pressão na região de A é maior que a pressão na região de B:

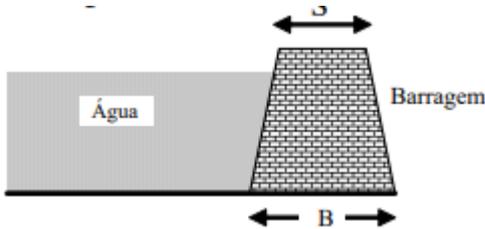
$$\boxed{P_A > P_B}$$



## Lista de questões

### 1.(EEAR 2016)

As represas são normalmente construídas com a base da barragem (B) maior que a parte superior (S) da mesma, como ilustrado na figura abaixo.



Tal geometria na construção da barragem se deve:

- a) ao fato da pressão da água ser maior, quanto maior for a profundidade.
- b) à geometria que apresenta um melhor desempenho no escoamento da água.
- c) ao fato dos peixes na parte mais profunda serem maiores, causando colisões mais intensas.
- d) à menor massa que deve ficar na parte superior da estrutura para não esmagar a base.

### 2.(EEAR 2016)

Um garoto, brincando com seus carrinhos, montou engenhosamente um elevador hidráulico utilizando duas seringas de êmbolos com diâmetros de 1,0 cm e 2,0 cm. Ligou as duas por uma mangueira cheia de água, colocando um carrinho sobre o êmbolo de maior diâmetro. Apertou, então, o êmbolo de menor diâmetro para que o carrinho fosse levantado até determinada altura. A força que o garoto aplicou, em relação ao peso do carrinho, foi:

- a) duas vezes maior
- b) duas vezes menor.
- c) quatro vezes maior.
- d) quatro vezes menor.

### 3.(EEAR 2016)

Um aluno da EEAR ao realizar o teste físico se posicionou ao solo com as mãos e os pés apoiados para executar as flexões de braço. Considerando o seu peso igual a 800N e a área apoiada no solo das mãos de 300 cm<sup>2</sup> e dos pés de 20 cm<sup>2</sup>, determine a pressão em Pascal (Pa) que o aluno exerceu sobre o solo, quando na posição para a flexão, antes de executar o exercício físico.

- a) 12500
- b) 25000



- c) 30000
- d) 50000

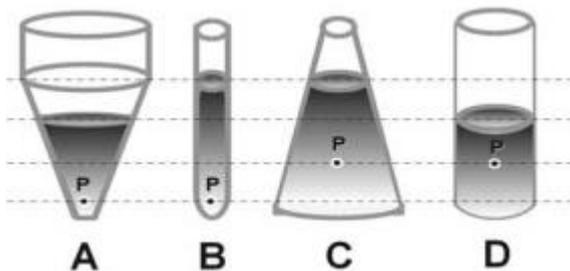
**4.(EEAR 2016)**

No interior de um pneu de bicicleta a pressão é de aproximadamente  $2,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Para encher o pneu até tal pressão é utilizada uma bomba cujo êmbolo possui um diâmetro de 6 cm. Qual o valor da força mínima, em N, que deve ser aplicada sobre a manivela da bomba para encher o pneu da bicicleta? (Considere  $\pi = 3$ ).

- a) 475
- b) 575
- c) 675
- d) 775

**5.(EEAR 2016)**

Qual dos recipientes, contendo o mesmo líquido, apresenta a maior pressão no ponto P?



- a) A
- b) B
- c) C
- d) D

**6.(EEAR 2017)**

Um paralelepípedo de dimensões 5 x 10 x 20 cm e massa igual a 2 kg será colocado sobre uma mesa, num local onde  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . A pressão exercida pelo paralelepípedo sobre a mesa, quando apoiado sobre sua base de menor área ( $p_1$ ), em função da pressão exercida quando apoiado sobre a base de maior área ( $p_2$ ), será:

- A)  $2p_2$
- B)  $4p_2$



- C)  $\frac{p_2}{2}$   
D)  $\frac{p_2}{4}$

**7. (EEAR 2017)**

Uma prensa hidráulica possui ramos com áreas iguais a  $15 \text{ cm}^2$  e  $60 \text{ cm}^2$ . Se aplicarmos uma força de intensidade  $F_1 = 8 \text{ N}$  sobre o êmbolo de menor área, a força transmitida ao êmbolo de maior área será:

- a)  $\frac{F_1}{4}$   
b)  $\frac{F_1}{2}$   
c)  $2F_1$   
d)  $4F_1$

**8.(EEAR 2017)**

Um indivíduo precisou esvaziar um reservatório de água de  $1,3 \text{ m}^3$ . Para não desperdiçar a água, resolveu guardá-la em galões de capacidade  $300 \text{ dm}^3$ . Quantos galões serão necessários para conter todo o líquido do reservatório?

- a) 2  
b) 3  
c) 4  
d) 5

**9.(EEAR 2017)**

Ao longo das estradas existem balanças de pesagem para caminhões. Um caminhoneiro teve um valor anotado de pesagem igual a 40 toneladas, correspondente a massa do caminhão juntamente com a carga. Após a pesagem, um policial rodoviário informou-o sobre o seu “excesso de peso”. O caminhoneiro questionou a informação do policial comparando a outro caminhão com massa de 50 toneladas que não havia sido multado. O policial explicou que seu caminhão tinha apenas dois eixos e que o outro tinha 3 eixos. A explicação do policial está associada ao conceito físico de:

- A) força gravitacional  
B) massa específica  
C) pressão  
C) tração

**10.(EEAR 2018)**

Um montanhista, após escalar uma montanha e atingir certa altitude em relação ao nível do mar, resolveu utilizar um recipiente e um fogareiro para preparar seu chocolate quente. Percebeu que no topo da montanha sua bebida parecia não tão quente quanto aquela que preparava na praia. Sabendo que a temperatura de ebulição é diretamente proporcional à pressão externa ao líquido e considerando a constatação da temperatura feita pelo montanhista, pode-se afirmar que a pressão no topo da montanha em relação ao nível do mar, é:

- A) independente do local
- B) igual
- C) maior
- D) menor

**11.(EEAR 2018)**

O comando hidráulico de um avião possui em uma de suas extremidades um pistão de 2 cm de diâmetro e na outra extremidade um pistão de 20 cm de diâmetro. Se a força exercida por um piloto atingiu 50 N, na extremidade de menor área, qual foi a força, em newtons, transmitida na extremidade de maior diâmetro?

- A) 50
- B) 500
- C) 5000
- D) 50000

**12.(EEAR 2018)**

Um operário produz placas de cimento para serem utilizadas como calçamento de jardins. Para a produção destas placas utiliza-se uma forma metálica de dimensões 20 cm x 10 cm e altura desprezível. Uma prensa hidráulica aplica sobre essa área uma pressão de 40 kPa visando compactar uma massa constituída de cimento, areia e água. A empresa resolveu reduzir as dimensões para 20 cm x 5 cm, mas mantendo a mesma força aplicada, logo o novo valor da pressão utilizada na produção das placas é de \_\_\_\_\_ kPa.

- A) 20
- B) 40
- C) 80



D) 160

**13.(EEAR 2018)**

O valor da pressão registrada na superfície de um lago é de  $1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , que corresponde a 1 atm. Um mergulhador se encontra, neste lago, a uma profundidade na qual ele constata uma pressão de 3 atm. Sabendo que a densidade da água do lago vale  $1,0 \text{ g/cm}^3$  e o módulo da aceleração da gravidade no local vale  $10,0 \text{ m/s}^2$ , a qual profundidade, em metros, em relação à superfície, esse mergulhador se encontra?

A) 10

B) 20

C) 30

D) 40

**14.(EEAR 2018)**

Em um sistema de vasos comunicantes, são colocados dois líquidos imiscíveis, água com densidade de  $1,0 \text{ g/cm}^3$  e óleo com densidade de  $0,85 \text{ g/cm}^3$ . Após os líquidos atingirem o equilíbrio hidrostático, observa-se, numa das extremidades do vaso, um dos líquidos isolados, que fica a 20 cm acima do nível de separação, conforme pode ser observado na figura. Determine o valor de  $x$ , em cm, que corresponde à altura acima do nível de separação e identifique o líquido que atinge a altura  $x$ .



A) 8,5; óleo

B) 8,5; água

C) 17,0; óleo

D) 17,0; água

**15.(EEAR 2019)**

A superfície de um líquido em repouso em um recipiente é sempre plana e horizontal, pois todos os seus pontos suportam a mesma pressão. Com base nessa afirmação, responda qual Lei descreve esse fenômeno físico.

A) Lei de Pascal

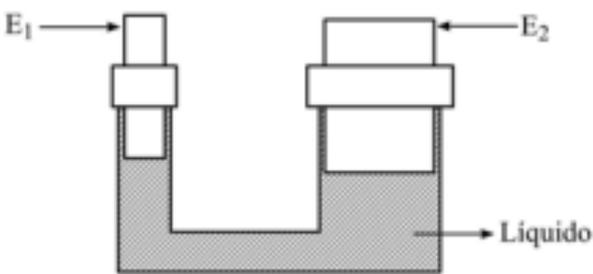


- B) Lei de Stevin
- C) Lei de Torricelli
- D) Lei de Arquimedes

**16.(EEAR 2019)**

Em uma fábrica há um sistema hidráulico composto por uma tubulação preenchida totalmente com um único líquido incompressível. Conforme a figura, nesse sistema, há uma extremidade onde há um êmbolo móvel ( $E_1$ ) de área  $A_1$  e outra extremidade também com um êmbolo móvel ( $E_2$ ) cuja área é o dobro de  $A_1$ . Uma força de intensidade  $F_1$  é aplicada em  $E_1$  para erguer um objeto que exerce uma força-peso de intensidade  $F_2$  em  $E_2$ . No instante em que se aplica a força  $F_1$  em  $E_1$ , a pressão em  $E_2$  \_\_\_\_\_.

OBS: Considere que o líquido está em repouso, os êmbolos deslocam-se na vertical, não há vazamentos em nenhuma parte do sistema hidráulico e a temperatura desse sistema é constante e não interfere no funcionamento.



- A) não se altera.
- B) sempre é duplicada.
- C) sempre é reduzida pela metade.
- D) sempre é aumentada em  $F_1/A_1$ .

**17.(EEAR 2019)**

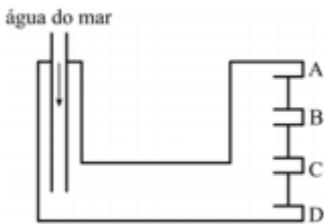
A figura a seguir representa, de maneira simplificada, o tanque de óleo diesel do submarino USS Pampanito da Classe Balao utilizado pela marinha americana durante a Segunda Guerra Mundial. Nesse tanque, inicialmente há somente a presença de óleo diesel. A medida que o óleo diesel é consumido, a mesma quantidade de água do mar entra no tanque por meio do tubo (representado a esquerda na figura) para manter o volume do tanque sempre totalmente ocupado e, em seguida, o tubo é fechado até o óleo ser consumido novamente. Há também uma válvula que permite apenas a saída de um dos líquidos, que não deve ser a água do mar, em direção aos motores do submarino. Essa válvula abre e fecha continuamente. Durante a abertura, a válvula permite que o óleo diesel vá para o motor em funcionamento.



Considerando:

- 1 – os líquidos imiscíveis;
- 2 – a razão entre a densidade do óleo diesel em relação a densidade da água do mar igual a 0,9;
- 3 – a válvula ainda fechada; e
- 4 – a presença dos dois líquidos, em repouso, dentro do tanque.

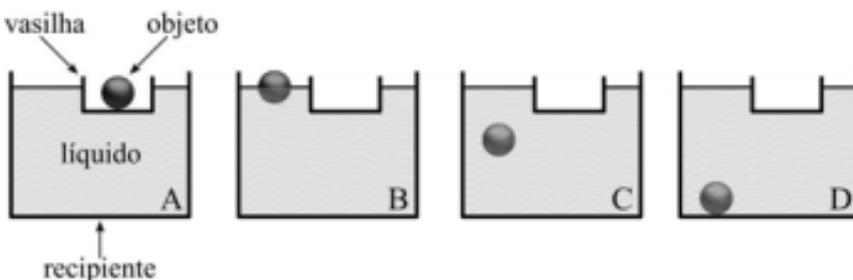
Assinale a alternativa que indica a posição (A, B, C ou D) que a válvula deve ser colocada para evitar que a água do mar vá para o motor e que a maior parte possível do óleo diesel seja consumida.



- A) A
- B) B
- C) C
- D) D

**18.(EEAR 2020)**

Dentro de um recipiente encontra-se uma vasilha flutuando sobre um líquido em repouso. No fundo dessa vasilha há um objeto maciço, homogêneo e com densidade maior que a do líquido. Olhando essa cena, um professor se imagina retirando o objeto da vasilha e abandonando-o sobre a superfície do líquido. O professor esboça quatro desenhos (A, B, C e D) que representam o objeto no fundo da vasilha (posição A) e três posições (B, C e D) do objeto durante seu deslocamento até o fundo do recipiente. O professor, propositadamente, não se preocupa em desenhar corretamente o nível do líquido. Em seguida, mostra esses desenhos aos seus alunos e pergunta a eles em qual das posições (A, B, C ou D) o volume do líquido deslocado pelo objeto é maior.



Entre as alternativas, assinale aquela que indica a resposta correta à pergunta do professor.

- A) A



- B) B
- C) C
- D) D

**19.(EEAR 2020)**

A densidade é uma grandeza física que varia com a mudança da temperatura e da pressão, sendo que nos sólidos e nos líquidos essa variação é muito pequena, enquanto que nos gases é maior. No Sistema Internacional de Unidades (SI), a densidade é dada em  $\text{kg/m}^3$ , porém, é muito comum o uso do  $\text{g/cm}^3$ .

Dentre as alternativas a seguir, assinale aquela na qual está corretamente descrito o valor de  $1 \text{ g/cm}^3$  expresso em unidades do SI ( $\text{kg/m}^3$ ).

- A) 0,001
- B) 0,01
- C) 100
- D) 1000

**20.(EEAR 2006)**

Após a explosão do compartimento de mísseis, o submarino russo Kursk afundou até uma profundidade de 400 m, em relação à superfície, em um ponto do Mar do Norte. A pressão absoluta sobre o casco do Kursk, nessa profundidade, era de \_\_\_\_\_ atm. Considere que, nesse local, a densidade da água do mar é igual a  $1,0 \text{ g/cm}^3$ , a pressão atmosférica é de 1 atm ( $1\text{atm}=10^5\text{Pa}$ ) e que a aceleração da gravidade vale  $10 \text{ m/s}^2$ .

- A) 41
- B) 40
- C) 410
- D) 400

**21.(EEAR 2006)**

O Mar Morto, situado na Jordânia, recebe este nome devido à alta concentração de sal dissolvido em suas águas, o que dificulta a sobrevivência de qualquer ser vivo no seu interior. Além disso, a alta concentração salina impede qualquer pessoa de afundar em suas águas, pois a grande quantidade de sal:

- A) aumenta a densidade da água fazendo diminuir a intensidade do empuxo.
- B) diminui a densidade da água fazendo aumentar a intensidade do empuxo.



- C) aumenta a densidade da água fazendo aumentar a intensidade do empuxo.
- D) apesar de não alterar nem a densidade da água e nem a intensidade do empuxo, aumenta consideravelmente a tensão superficial da água.

**22.(EEAR 2006)**

A pressão atmosférica na cidade do Rio de Janeiro é maior que a pressão atmosférica em Belo Horizonte. Considerando a densidade do ar constante e idêntica nos dois locais, a causa desta diferença de pressão deve-se à

- A) longitude.
- B) altitude.
- C) grande concentração de minério de ferro em Belo Horizonte.
- D) o efeito das marés sobre a atmosfera, característico da cidade do Rio de Janeiro.

**23.(EAM 2017)**

Um cinegrafista, desejando filmar a fauna marítima de uma certa localidade, mergulhou até uma profundidade de 30 metros e lá permaneceu por cerca de 15 minutos.

Qual foi a máxima pressão suportada pelo cinegrafista?

Dados:

$$g=10 \text{ m/s}^2$$

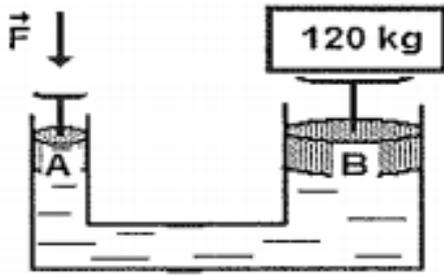
$$d_{\text{água}} = 1.10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$P_{\text{atmosférica}} = 1.10^5 \text{ N/m}^2$$

- a)  $1.10^5 \text{ N/m}^2$
- b)  $2.10^5 \text{ N/m}^2$
- c)  $3.10^5 \text{ N/m}^2$
- d)  $4.10^5 \text{ N/m}^2$
- e)  $5.10^5 \text{ N/m}^2$

**24.(EAM 2016)**

Observe a figura abaixo.



O esquema acima representa um dispositivo, que utiliza o Princípio de Pascal como base para o seu funcionamento.

O êmbolo “A” tem  $30 \text{ cm}^2$  de área e o êmbolo “B”, um valor que corresponde ao quántuplo da área do êmbolo “A”. Considerando que a gravidade local seja igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , é correto afirmar que a força “F” vale:

- A) 240N
- B) 120N
- C) 60N
- D) 30N
- E) 24N

**25.(EAM 2015)**

Sabe-se que um mergulhador em uma manobra de exercício está flutuando sobre a água. Ao inspirar o ar e mantê-lo em seus pulmões, o mesmo eleva-se em relação ao nível da água. Esse fato pode ser explicado:

- A) Pelo aumento de água deslocada.
- B) Pelo aumento do empuxo da água.
- C) Pela diminuição da densidade do mergulhador.
- D) Pela diminuição da densidade da água.
- E) Pela diminuição da massa do mergulhador.

**26. (EEAR 2014)**

Em sua célebre experiência Torricelli demonstrou que a pressão atmosférica, ao nível do mar, equivale a pressão exercida por uma coluna de mercúrio de 760 mm de altura. Um aluno de Física, em uma localidade ao nível do mar, fez uma experiência similar à de Torricelli, porém, ao invés de utilizar o mercúrio ( $d_{\text{Hg}}=13,6 \text{ g/cm}^3$ ) utilizou um líquido de densidade absoluta  $d$ . Nestas condições, a altura da coluna do líquido atingiu 206 cm, qual a densidade  $d$ , aproximada, em  $\text{g/cm}^3$ , deste líquido?

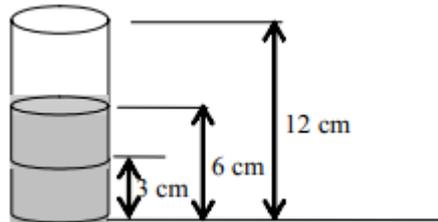


- A) 5,0
- B) 7,0
- C) 10,0
- D) 13,6

**27. (EEAR 2014)**

Em um cilindro, graduado em cm, estão colocados três líquidos imiscíveis, com densidades iguais a  $1,4 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  e  $0,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ . As alturas dos líquidos em relação a base do cilindro estão anotadas na figura. Qual a pressão, em Pa, exercida, exclusivamente, pelos líquidos no fundo do cilindro?

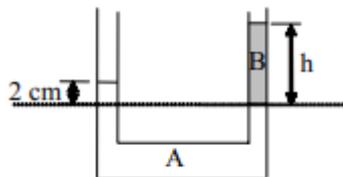
Obs.: adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$



- A) 198
- B) 1200
- C) 1546
- D) 1980

**28. (EEAR 2014)**

Um tubo em U, com as extremidades abertas contém dois líquidos imiscíveis, conforme mostrado na figura. Sabendo que a densidade de um dos líquidos é quatro vezes maior que a do outro, qual a altura  $h$ , em cm, da coluna do líquido B?



- A) 0,25
- B) 2



C) 4

D) 8

**29. (EEAR 2013)**

A prensa hidráulica é uma das aplicações do Princípio de Pascal. Um corpo, de massa 800 kg, é colocado sobre o êmbolo de área maior ( $S_2$ ) de uma prensa hidráulica. Qual deve ser o valor da razão entre  $\frac{S_2}{S_1}$  para que ao se aplicar uma força de 20 N no êmbolo menor de área  $S_1$ , o corpo descrito acima fique em equilíbrio?

Dado: aceleração da gravidade no local igual a  $10 \text{ m/s}^2$

A) 40

B) 400

C) 1600

D) 16000

**30. (EEAR 2007)**

Considere um objeto totalmente imerso em um líquido e em equilíbrio. Podemos afirmar corretamente que

A) o vetor peso é igual ao vetor empuxo.

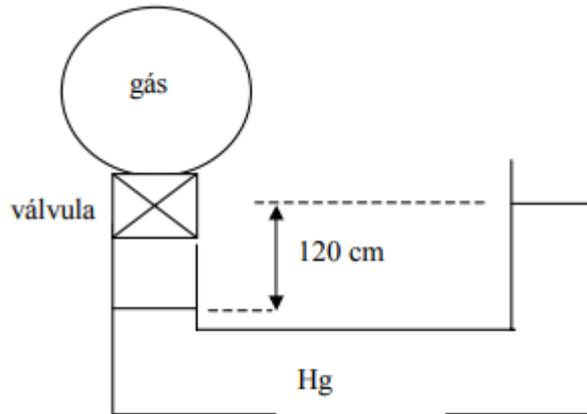
B) não há forças atuando sobre o objeto.

C) o módulo do peso é igual ao do empuxo.

D) a força resultante sobre o objeto tem módulo não nulo.

**31. (EEAR 2008)**

Um gás está confinado em um recipiente que se encontra num local onde a pressão atmosférica vale 76 cmHg. Ao conectarmos um manômetro de mercúrio de tubo aberto no recipiente, para medirmos a pressão do gás, e abrindo a válvula, percebemos que a coluna líquida de mercúrio no manômetro variou 120 cm, como indica a figura. Assim, podemos concluir que a pressão do gás, em cmHg, vale



- A) 44
- B) 120
- C) 196
- D) 212

**32. (EEAR 2010)**

Um corpo apresenta 80N de peso aparente quando mergulhado totalmente na água. Se o peso real desse corpo vale 120N, então sua densidade em kg/l, é igual a

Dado: densidade da água igual a 1kg/l.

- A) 3,0
- B) 0,3
- C) 0,03
- D) 0,003

**33. (EEAR 2012)**

Uma esfera metálica de massa igual a 500 g e volume de  $50 \text{ cm}^3$  está presa por um fio ideal e imersa em um líquido dentro de um recipiente, conforme o desenho.

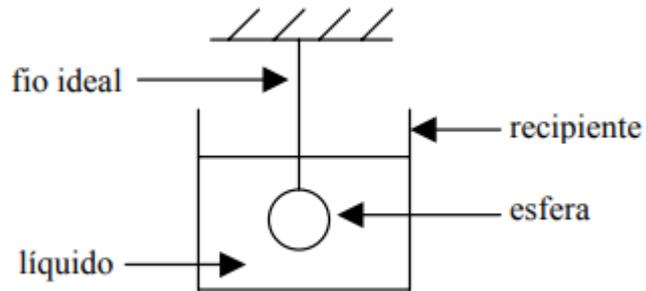
Nessas condições, a tração no fio é de \_\_\_\_\_ newtons.

Considere

que a esfera está em equilíbrio;

a densidade do líquido igual a  $1 \text{ g/cm}^3$ ;

a aceleração da gravidade local igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .



- A) 5,0
- B) 4,5
- C) 5,5
- D) 0,0

**34. (EEAR 2012)**

Assinale a alternativa que completa corretamente a lacuna do texto a seguir. Um aluno afirma que uma amostra de 10 g de água pura sempre terá uma densidade igual a  $1 \text{ g/cm}^3$ . O seu professor de física procura corrigi-lo afirmando, corretamente, que a densidade dessa amostra é sempre  $1 \text{ g/cm}^3$

- A) devido à gravidade ser constante.
- B) devido à massa ser sempre constante.
- C) independente da temperatura e pressão
- D) para um determinado valor de pressão e temperatura.

**35. (EEAR 2007)**

Depois de estudar o conceito de densidade (relação entre a massa de um corpo e seu volume), um aluno resolveu fazer uma experiência: construiu um barquinho de papel e o colocou sobre uma superfície líquida. Em seguida, pôs sobre o barquinho uma carga de massa 100 g que o fez afundar 1cm. Esse resultado fez o aluno concluir, corretamente que, para um outro barquinho de papel, com o dobro da área de contato com o líquido, afundar igualmente 1 cm, deve-se colocar uma carga, cuja massa, em gramas, valha

- A) 50
- B) 100
- C) 200
- D) 250

**36. (EEAR 2008)**

Considere um manômetro, de tubo aberto, em que um dos ramos está conectado a um recipiente fechado que contém um determinado gás. Sabendo-se que, ao invés de mercúrio, o manômetro contém um líquido cuja densidade é igual a  $10^3 \text{ kg/m}^3$  e que sua leitura indica que uma coluna de 0,2 m desse líquido equilibra a pressão do gás em um local onde a pressão atmosférica vale  $1 \times 10^5 \text{ Pa}$  e a aceleração da gravidade local vale  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , a pressão do gás é de \_\_\_\_\_ Pa.

- A)  $0,2 \times 10^5$
- B)  $1,2 \times 10^5$
- C)  $0,02 \times 10^5$
- D)  $1,02 \times 10^5$

**37. (EEAR 2008)**

Ao filósofo grego Arquimedes é atribuída a descoberta do conceito de empuxo; assim, todo corpo parcial ou totalmente imerso num líquido está submetido à ação de duas forças: o peso  $\vec{P}$  e o empuxo  $\vec{E}$ . Portanto, é correto afirmar, no caso de um corpo imerso totalmente em um líquido, e que ali permaneça em repouso, que as forças que atuam sobre ele podem ser, corretamente, expressas da seguinte maneira:

- a)  $P < E$
- B)  $P > E$
- C)  $\vec{P} - \vec{E} = 0$
- D)  $\vec{P} + \vec{E} = 0$

**38. (EEAR 2009)**

Um pescador de ostras mergulha a 40 m de profundidade da superfície da água do mar. Que pressão absoluta, em  $10^5 \text{ Pa}$ , o citado mergulhador suporta nessa profundidade?

Dados:

Pressão atmosférica =  $10^5 \text{ N/m}^2$

Densidade da água do mar =  $1,03 \text{ g/cm}^3$

Aceleração da gravidade no local =  $10 \text{ m/s}^2$

- A) 4,12
- B) 5,12



C) 412,0

D) 512,0

**39. (EEAR 2009)**

Uma substância desconhecida apresenta densidade igual a  $10 \text{ g/cm}^3$ . Qual o volume, em litros, ocupado por um cilindro feito dessa substância cuja massa é de 200 kg?

A) 0,2

B) 2,0

C) 20,0

D) 200,0

**40. (EEAR 2009)**

Um garoto percebeu que seu barômetro acusava 76 cmHg, quando se encontrava na parte térrea de um prédio. Ao subir no telhado desse prédio constatou que o barômetro acusava 75 cmHg. Dessa forma é possível considerar corretamente que a altura, em metros, do prédio vale:

Considere: A aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .

A densidade do ar, suposta constante, igual a  $0,00136 \text{ g/cm}^3$ .

A densidade do mercúrio igual a  $13,6 \text{ g/cm}^3$ .

A) 50

B) 100

C) 150

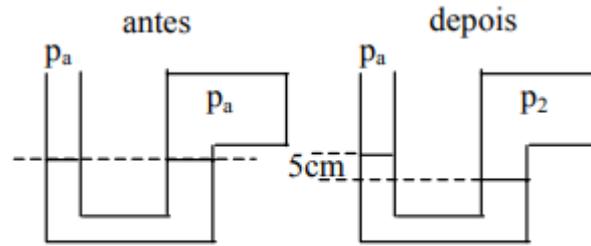
D) 10000

**41. (EEAR 2010)**

Um tubo em “U” contendo um líquido, de densidade igual a  $20 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , tem uma extremidade conectada a um recipiente que contém um gás e a outra em contato com o ar atmosférico a pressão de  $10^5 \text{ Pa}$ . Após uma transformação termodinâmica nesse gás, o nível do líquido em contato com o mesmo fica 5 cm abaixo do nível da extremidade em contato com o ar atmosférico, conforme figura. A pressão final no gás, em  $10^5 \text{ Pa}$ , é de



Considere: aceleração da gravidade no local igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .



- A) 0,4.
- B) 0,6.
- C) 1,1.
- D) 1,5.

**42. (EEAR 2011)**

Num recipiente cilíndrico, cuja área da base é igual a  $3 \text{ cm}^2$ , coloca-se 408 gramas de mercúrio. Sabendo-se que a densidade do mercúrio vale  $13,6 \text{ g/cm}^3$  e que a aceleração da gravidade vale  $10 \text{ m/s}^2$ , determine, em pascal (Pa), a pressão no fundo do recipiente, desconsiderando a pressão atmosférica local.

Dado: Considere o mercúrio um líquido ideal e em repouso.

- A) 13600.
- B) 22300.
- C) 33400.
- D) 62000.

**43. (EEAR 2011)**

Em hidrostática, pressão é uma grandeza física

- A) escalar, diretamente proporcional à área.
- B) vetorial, diretamente proporcional à área.
- C) escalar, inversamente proporcional à área.
- D) vetorial, inversamente proporcional à área.

**44. (EEAR 2010)**



Um mergulhador submerso no oceano, constata, mediante consulta a um manômetro, preso em seu pulso, que está submetido a uma pressão absoluta de 276 cmHg. Sendo assim, a profundidade, em relação à superfície do oceano na qual o mergulhador se encontra submerso vale \_\_\_\_ metros.

Observações:

- 1 – Considere a água do oceano um fluido ideal e em repouso;
  - 2 – Admita a pressão atmosférica na superfície do oceano igual a 76 cmHg;
  - 3 – Adote a densidade do mercúrio igual a  $13,6 \text{ g/cm}^3$ ;
  - 4 – Considere a densidade da água do oceano igual a  $1 \text{ g/cm}^3$ ; e
- Admita a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .

- A) 13,6.
- B) 22,4.
- C) 27,2.
- D) 36,5.

**45. (EEAR 2014)**

Na distribuição de água potável em uma cidade, utiliza-se um grande reservatório situado em um local elevado, e deste reservatório saem os canos que estão ligados às caixas d'água das residências em níveis abaixo deste. Esta forma de distribuição é explicada pelo princípio de \_\_\_\_\_ ou dos vasos comunicantes.

- A) Pascal
- B) Stevin
- C) Clapeyron
- D) Arquimedes

**46. (EEAR 2014)**

Da conhecida experiência de Torricelli originou-se o Barômetro de mercúrio, que por sua vez foi usado para determinar a atmosfera padrão, ao nível do mar, ou seja,  $1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$ .

Sabendo que a densidade do mercúrio é  $13,6 \text{ g/cm}^3$  e que em um outro barômetro foi utilizado um óleo com densidade de  $0,76 \text{ g/cm}^3$ , a altura indicada por esse novo barômetro, ao nível do mar, será de \_\_\_\_ metros.

- A) 7,6
- B) 10,3



C) 13,6

D) 15,2

**47. (EEAR 2014)**

Um garoto, na tentativa de entender o funcionamento dos submarinos, resolve realizar uma experiência. Para isso, ele utilizou um aquário com água, um recipiente cilíndrico de vidro com uma tampa rosqueada que o fecha hermeticamente e uma quantidade de areia.

Inicialmente o garoto fechou bem o recipiente “vazio” e o colocou no fundo do aquário. Como o recipiente estava “vazio”, ele percebeu que o mesmo subiu acelerado, até flutuar na superfície da água.

Logo após, foi colocando aos poucos, areia no recipiente, fechando-o e repetindo a experiência, até conseguir que o recipiente ficasse completamente submerso, e em equilíbrio.

Com base nos dados a seguir, calcule a quantidade de areia, em gramas, que foi necessária para atingir essa condição de equilíbrio.

Considere:

- diâmetro do recipiente: 8 cm

- altura total do recipiente (com a tampa): 10 cm

- massa total do recipiente (com a tampa): 180 g

- densidade da água:  $1 \text{ g/cm}^3$

-  $\pi = 3$

A) 180

B) 300

C) 480

D) 500

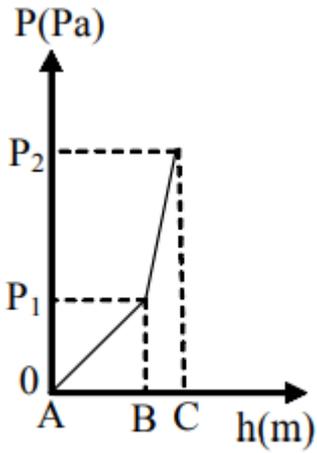
**48. (EEAR 2015)**

Um recipiente contém dois líquidos, 1 e 2, imiscíveis e em repouso em um local onde o módulo da aceleração da gravidade é constante. Os pontos A, B e C estão, respectivamente localizados na superfície do líquido 1, na interface entre os líquidos 1 e 2 e no fundo do recipiente. A pressão atmosférica local é igual a  $P_0$ , o recipiente está aberto na parte superior e o líquido 1 está sobre o líquido 2.

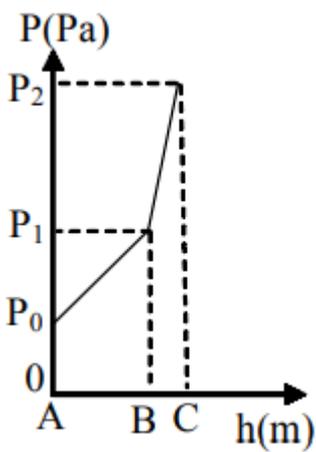


Um objeto desloca-se verticalmente do ponto A até o ponto C. Dentre as alternativas a seguir, assinale aquela em que o gráfico da pressão ( $P$ ) em função da profundidade ( $h$ ) melhor representa a pressão sobre o objeto.

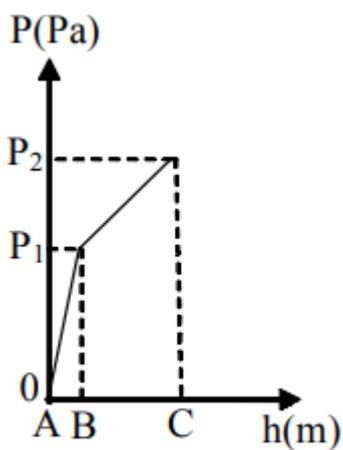
A)



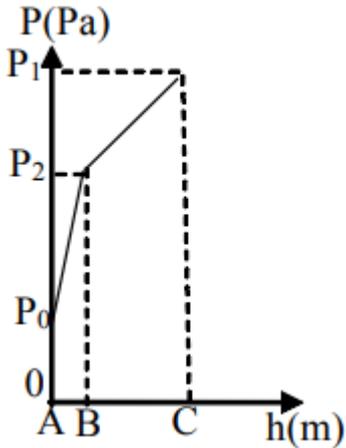
B)



C)

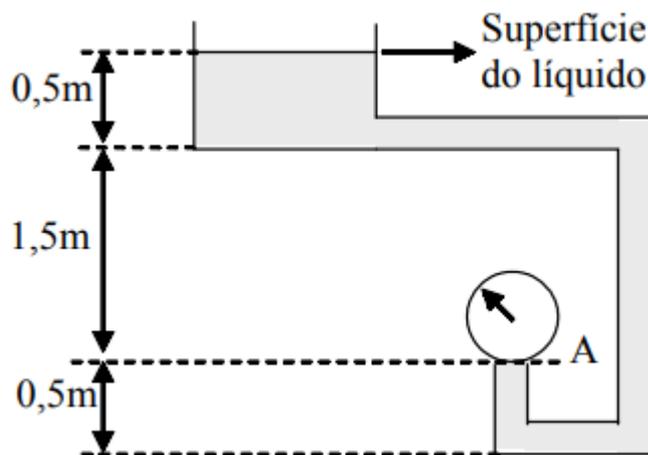


D)



**49. (EEAR 2015)**

Um sistema hidráulico é representado a seguir com algumas medidas indicando a profundidade. Nele há um líquido de densidade igual a  $10^3 \text{ kg/m}^3$  em repouso. O sistema hidráulico está em um local onde o módulo da aceleração da gravidade é igual a  $10 \text{ m/s}$ . A superfície do líquido está exposta a uma pressão atmosférica igual a  $10^5 \text{ Pa}$ . Se um manômetro (medidor de pressão) for colocado no ponto A, a pressão medida, em  $10^5 \text{ Pa}$ , nesse ponto é igual a



- A) 0,2.
- B) 1,2.
- C) 12,0.
- D) 20,0.

**50. (EEAR 2015)**

Em um líquido em repouso dentro de um recipiente fechado, as pressões nos pontos A e B são, respectivamente, iguais a  $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  e  $5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Se de alguma forma aumentarmos a pressão no ponto



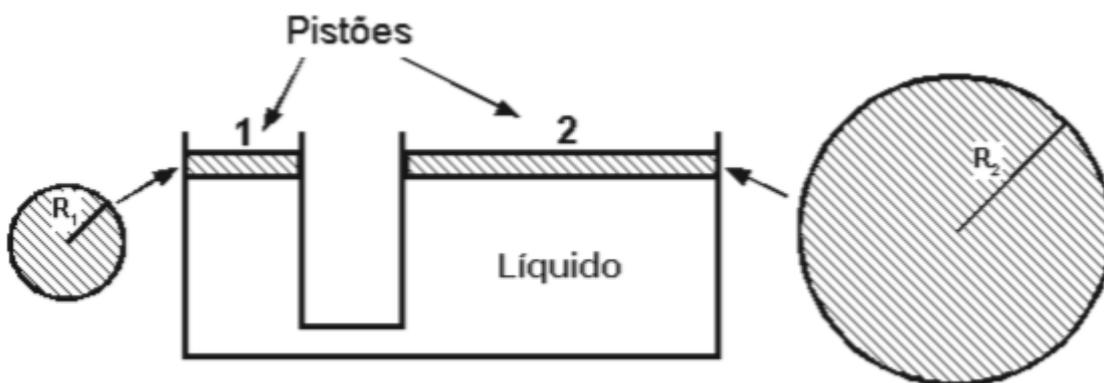
B para  $8 \cdot 10^5$  Pa e mantivermos os pontos A e B nas mesmas posições a pressão no ponto A será de \_\_\_\_\_  $\cdot 10^5$  Pa.

- A) 2
- B) 3
- C) 5
- D) 7

## Nível 2

### 1. (ESPCEX 2008)

A figura abaixo representa um elevador hidráulico. Esse elevador possui dois pistões circulares 1 e 2, de massas desprezíveis, sendo o menor com raio  $R_1$  e o maior com raio  $R_2 = 5R_1$ . O líquido que movimenta os pistões é homogêneo e incompressível.



**Figura Ilustrativa**

Colocamos um corpo de massa  $M$  sobre o pistão maior e, para que o conjunto fique em equilíbrio estático, será necessário colocar sobre o pistão menor um outro corpo cuja massa vale

- a)  $M/5$
- b)  $M/25$
- c)  $M$
- d)  $5M$
- e)  $25M$

### 2. (ESPCEX 2009)

Os astronautas precisam usar roupas apropriadas que exercem pressão sobre o seu corpo, pois no espaço há vácuo e, sem elas, não sobreviveriam. Para que a roupa exerça a pressão de uma atmosfera, ou seja, a pressão de  $10^5$  Pa sobre o corpo do astronauta, a intensidade da força aplicada por ela em cada  $1 \text{ cm}^2$  da pele do astronauta, é de



- a)  $10^5$  N
- b)  $10^4$  N
- c)  $10^{-2}$  N
- d)  $10^{-3}$  N
- e)  $10^{-5}$  N

**3. (ESPCEX 2010)**

Um bloco maciço flutua, em equilíbrio, dentro de um recipiente com água. Observa-se que  $2/5$  do volume total do bloco estão dentro do líquido. Desprezando a pressão atmosférica e considerando a densidade da água igual a  $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , pode-se afirmar que a densidade do bloco vale:

- a)  $1,2 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$
- b)  $1,6 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$
- c)  $2,4 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$
- d)  $3,0 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$
- e)  $4,0 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$

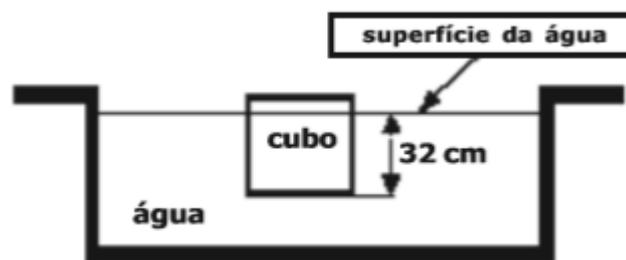
**4. (ESPCEX 2012)**

Um elevador hidráulico de um posto de gasolina é acionado por um pequeno êmbolo de área igual a  $4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ . O automóvel a ser elevado tem peso de  $2 \cdot 10^4 \text{ N}$  e está sobre o êmbolo maior de área  $0,16 \text{ m}^2$ . A intensidade mínima da força que deve ser aplicada ao êmbolo menor para conseguir elevar o automóvel é de

- a) 20 N
- b) 40 N
- c) 50 N
- d) 80 N
- e) 120 N

**5. (ESPCEX 2013)**

Um cubo maciço e homogêneo, com 40 cm de aresta, está em equilíbrio estático flutuando em uma piscina, com parte de seu volume submerso, conforme desenho abaixo. Sabendo-se que a densidade da água é igual a  $1 \text{ g/cm}^3$  e a distância entre o fundo do cubo (face totalmente submersa) e a superfície da água é de 32 cm, então a densidade do cubo é:



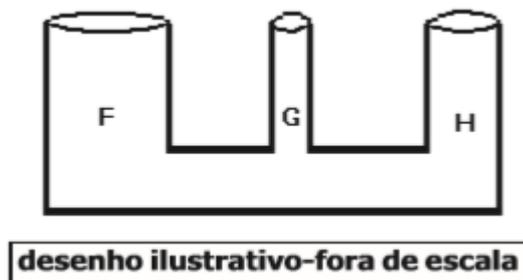
desenho ilustrativo - fora de escala



- a)  $0,20 \text{ g/cm}^3$
- b)  $0,40 \text{ g/cm}^3$
- c)  $0,60 \text{ g/cm}^3$
- d)  $0,70 \text{ g/cm}^3$
- e)  $0,80 \text{ g/cm}^3$

**6. (ESPCEX 2014)**

Pode-se observar, no desenho abaixo, um sistema de três vasos comunicantes cilíndricos F, G e H distintos, abertos e em repouso sobre um plano horizontal na superfície da Terra. Coloque-se um líquido homogêneo no interior dos vasos de modo que não haja transbordamento por nenhum deles. Sendo  $h_F$ ,  $h_G$  e  $h_H$  o nível das alturas do líquido em equilíbrio em relação à base nos respectivos vasos F, G e H, então, a relação entre as alturas em cada vaso que representa este sistema em equilíbrio estático é:



- a)  $h_F = h_G = h_H$
- b)  $h_G > h_H > h_F$
- c)  $h_F = h_G > h_H$
- d)  $h_F < h_G = h_H$
- e)  $h_F > h_H > h_G$

**7. (ESPCEX 2016)**

Um cubo homogêneo de densidade  $\rho$  e volume  $V$  encontra-se totalmente imerso em um líquido homogêneo de densidade  $\rho_0$  contido em um recipiente que está fixo a uma superfície horizontal. Uma mola ideal, de volume desprezível e constante elástica  $k$ , tem uma de suas extremidades presa ao centro geométrico da superfície inferior do cubo, e a outra extremidade presa ao fundo do recipiente de modo que ela fique posicionada verticalmente. Um fio ideal vertical está preso ao centro geométrico da superfície superior do cubo e passa por duas roldanas idênticas e ideais A e B. A roldana A é móvel a roldana B é fixa e estão montadas conforme o desenho abaixo. Uma força vertical de intensidade  $F$  é aplicada ao eixo central da roldana A fazendo com que a distensão na mola seja  $X$  e o sistema todo fique em equilíbrio estático, com o cubo totalmente imerso no líquido. Considerando a intensidade da aceleração da gravidade igual a  $g$ , o módulo da força  $F$  é:



C

- a)  $[V g(\rho_0 - \rho) + kx]$
- b)  $2[V g(\rho - \rho_0) - kx]$
- c)  $2[V g(\rho_0 + \rho) + kx]$
- d)  $[V g(\rho_0 - \rho) - kx]$
- e)  $2[V g(\rho - \rho_0) + kx]$

**8. (ESPCEX 2017)**

Quatro objetos esféricos A, B, C e D, sendo respectivamente suas massas  $m_A$ ,  $m_B$ ,  $m_C$  e  $m_D$ , tendo as seguintes relações  $m_A > m_B$  e  $m_B = m_C = m_D$ , são lançados dentro de uma piscina contendo um líquido de densidade homogênea. Após algum tempo, os objetos ficam em equilíbrio estático. Os objetos A e D mantêm metade de seus volumes submersos e os objetos C e B ficam totalmente submersos conforme o desenho abaixo. Sendo  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$  e  $V_D$  os volumes dos objetos A, B, C e D, respectivamente, podemos afirmar que:



- a)  $V_A = V_D > V_C = V_B$
- b)  $V_A = V_D > V_C > V_B$
- c)  $V_A > V_D > V_B = V_C$
- d)  $V_A < V_D = V_B = V_C$
- e)  $V_A = V_D < V_C < V_B$

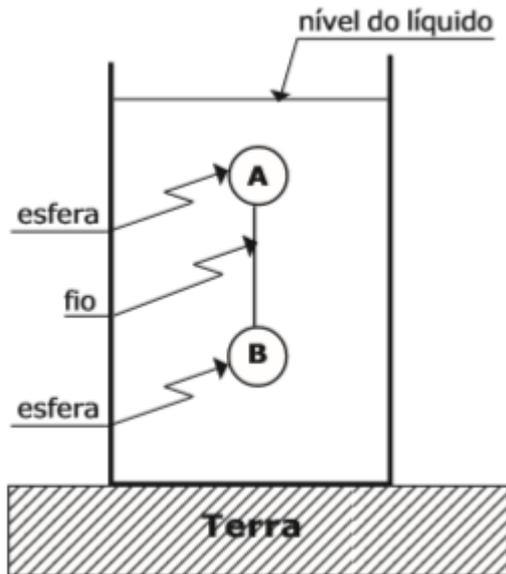
**9. (ESPCEX 2018)**

Duas esferas homogêneas A e B, unidas por um fio ideal na posição vertical, encontram-se em equilíbrio estático completamente imersas em um líquido homogêneo em repouso de densidade  $1 \text{ kg/dm}^3$ , contido em um recipiente apoiado na superfície da Terra, conforme desenho abaixo. As



esferas A e B possuem, respectivamente, as massas  $m_A = 1 \text{ kg}$  e  $m_B = 5 \text{ kg}$ . Sabendo que a densidade da esfera B é de  $2,5 \text{ kg/dm}^3$ , o volume da esfera A é de:

Dado: considere a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .



- a)  $2 \text{ dm}^3$
- b)  $3 \text{ dm}^3$
- c)  $4 \text{ dm}^3$
- d)  $5 \text{ dm}^3$
- e)  $6 \text{ dm}^3$

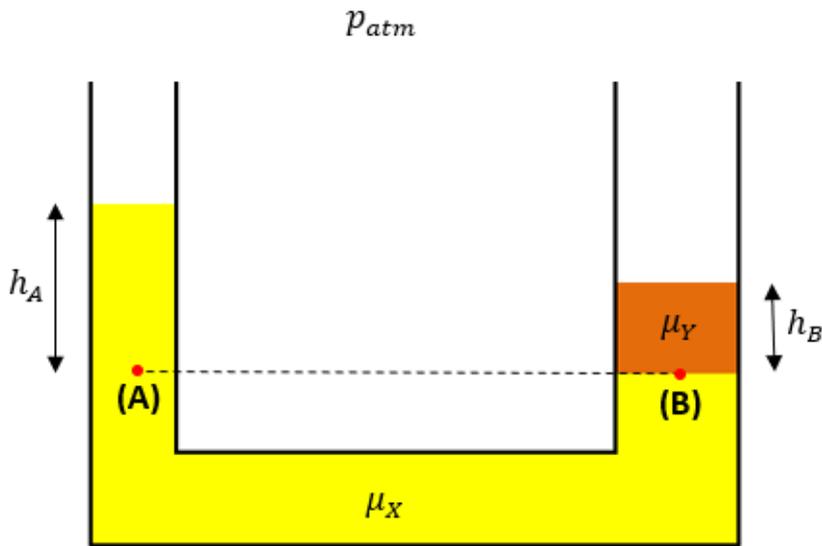
**10. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Quanto maior a altitude, em relação ao nível do mar,

- a) maior será a pressão atmosférica.
- b) maior será a temperatura.
- c) menor será a pressão atmosférica.
- d) maior será densidade do ar.

**11. (Prof. Vinicius Fulconi)**

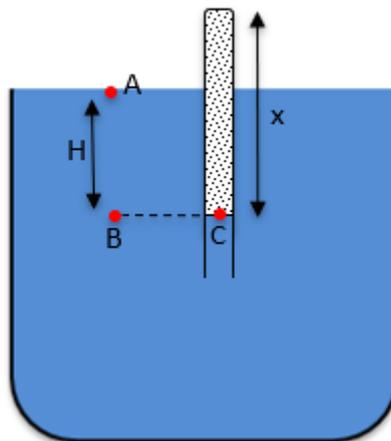
Um líquido de densidade  $\mu_x$  é colocado no interior de um tubo em U. No ramo esquerdo desse tubo, sobre o primeiro líquido, é colocado outro líquido de densidade  $\mu_y$ . Em relação as pressões em A e B, assinale a alternativa correta:



- a)  $P_A = P_B$ , pelo princípio de Pascal.
- b)  $P_A \neq P_B$ , pelo princípio de Pascal.
- c)  $P_A \neq P_B$ , pelo princípio de Stevin.
- d)  $P_A = P_B$ , pelo princípio de Stevin.

**12. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Considere um tubo que contém ar emborcado na água. Sabendo que a distância entre os pontos A e B é H e que o tamanho da coluna de gás é, qual é a pressão do gás? A densidade da água é  $\rho$  e a pressão atmosférica é  $P_{atm}$ .





- a)  $p_{ATM} + \rho \cdot g \cdot H$
- b)  $p_{ATM} + \rho \cdot g \cdot X$
- c)  $\rho \cdot g \cdot H$
- d)  $\rho \cdot g \cdot x$

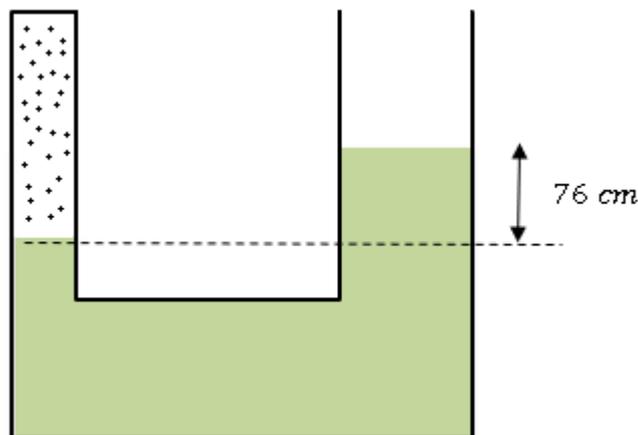
**13. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Assinale a alternativa correta em relação aos princípios da hidrostática.

- a) O empuxo atuando sobre um corpo totalmente submerso sempre é igual ao peso.
- b) Se um corpo oco é colocado em recipiente com água, para calcular a força empuxo sobre o corpo, devemos utilizar apenas o volume que contém material.
- c) Se a medição estiver sendo feito em outro planeta, a força de empuxo tem valor diferente.
- d) Se, sobre um corpo em equilíbrio, só está atuando a força peso e a força de empuxo, a medição do volume submerso do corpo no fluido depende do planeta em que está sendo feita a medida.
- e) A força de empuxo é uma resultante horizontal das forças hidrostáticas que atuam sobre o corpo.

**14. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Considere um tubo em U, em que o ramo da esquerda é fechado e o ramo da direita é aberto contendo mercúrio. O ramo da esquerda contém 1 mol de gás confinado. Se a pressão atmosférica vale 76 cm de mercúrio, a temperatura do gás é 27 °C e a constante dos gases é 62  $L \cdot mmHg/mol \cdot K$ , qual é o volume ocupado pelo gás?



- a) 11,3 L



- b) 12,3 L
- c) 13,3 L
- d) 14,3 L
- e) 15,3 L

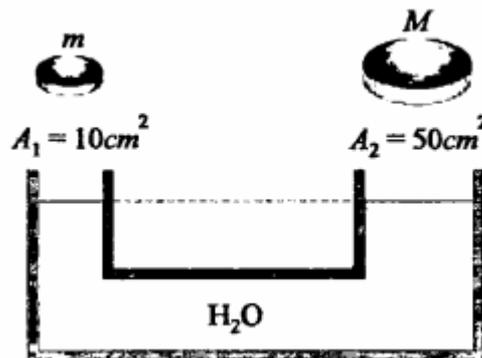
**15. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Um corpo de massa  $m$  e densidade  $\rho \text{ kg/m}^3$  está flutuando em equilíbrio em um recipiente que contém um líquido de densidade  $5\rho \text{ kg/m}^3$ . Se o volume emerso vale  $V$ , qual é o valor da massa  $m$ ?

- a)  $\frac{\rho V}{4}$
- b)  $\frac{5\rho V}{4}$
- c)  $5\rho V$
- d)  $4\rho V$
- e)  $3\rho V$

**16. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Nos tubos comunicantes verticais da figura, deseja-se instalar os êmbolos que são mostrados e cujas massas são  $m = 100 \text{ g}$  e  $M = 800 \text{ g}$ . Deseja-se averiguar as posições desses êmbolos quando o sistema estiver em equilíbrio. Considerar que os êmbolos fecham hermeticamente os tubos e que não existe atrito. A densidade da água é  $1 \text{ g/cm}^3$  e a gravidade vale  $10 \text{ m/s}^2$ . Qual será a distância vertical entre os êmbolos no equilíbrio do sistema?



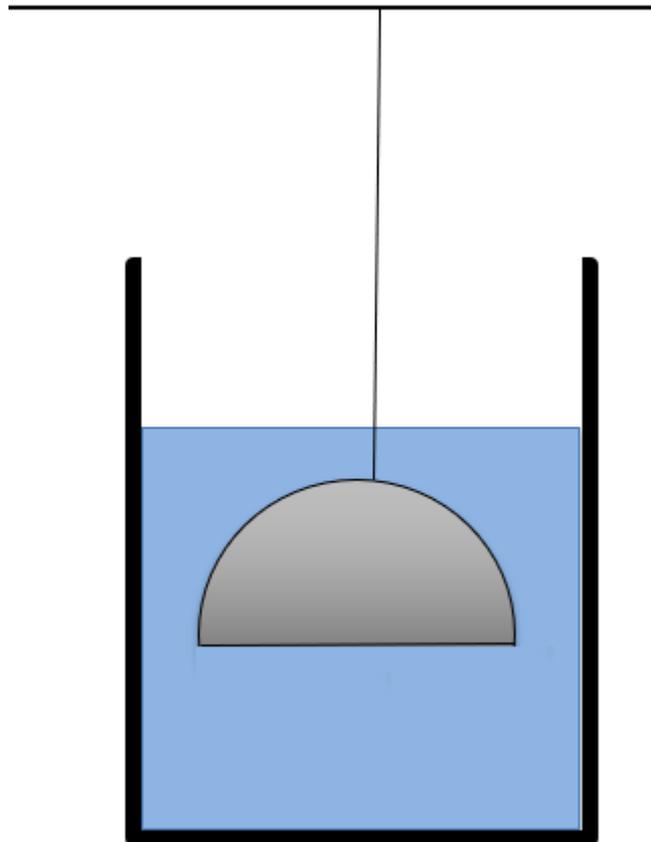
- a) 3 cm
- b) 4 cm
- c) 5 cm
- d) 6 cm



## Nível 3

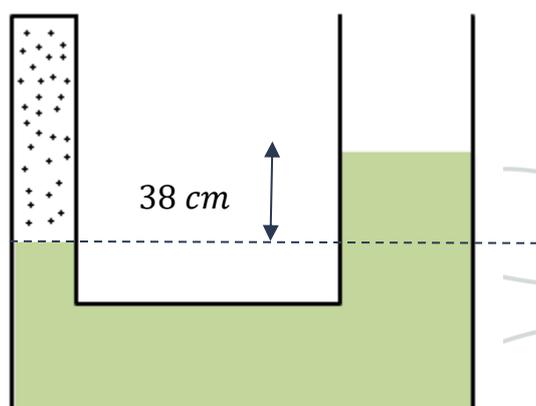
### 1. (Prof. Vinicius Fulconi)

Um objeto com o formato de uma semiesfera sólida de raio  $R$  é colocado dentro de um líquido de densidade  $\rho$ . O objeto tem densidade  $d$ . A semiesfera está presa a um fio que está fixo no teto. Qual é tração na corda?



### 2. (Prof. Vinicius Fulconi)

A figura mostra um tubo em U, com um ramo aberto e o outro ramo fechado. A seções do tubo aberto e fechado estão na proporção de 2:1, respectivamente. Inicialmente, a coluna de gás tem 12 cm. O ramo fechado contém uma certa quantidade de gás e o ramo aberto há uma certa quantidade de mercúrio. Qual a altura da coluna de mercúrio adicional que devemos inserir no ramo aberto para que a pressão de gás no ramo fechado aumente de  $1/3$ ? A temperatura é mantida constante e a pressão atmosférica é de 76 cm de mercúrio.





- a) 63 *cm*
- b) 41 *cm*
- c) 76 *cm*
- d) 152 *cm*
- e) 82 *cm*

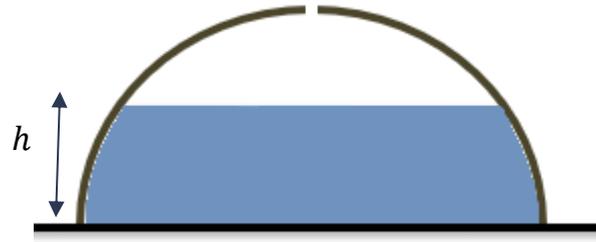
### 3. (Prof. Vinicius Fulconi)

Um estudante deseja saber se seu anel é de ouro maciço. Utilizando uma balança, ele encontra que a massa do anel é de 53,2 g. Após medir a massa, ele mergulha completamente o anel em um recipiente com água e percebe que houve uma variação de 3,8  $\text{cm}^3$  no volume de água. Sabendo que a massa específica do ouro vale 19  $\text{g}/\text{cm}^3$ , assinale a alternativa correta.

- I) O anel é oco.
  - II) O anel é maciço.
  - III) O anel é oco e o volume de ouro é de 1,4  $\text{cm}^3$ .
  - IV) O anel é oco e o volume de ouro é de 1  $\text{cm}^3$ .
- a) Apenas I é verdadeira.
  - b) Apenas II é verdadeira.
  - c) Apenas I, III e IV são verdadeiras.
  - d) Apenas I e IV são verdadeiras.
  - e) Apenas I e III são verdadeiras.

### 4. (Prof. Vinicius Fulconi)

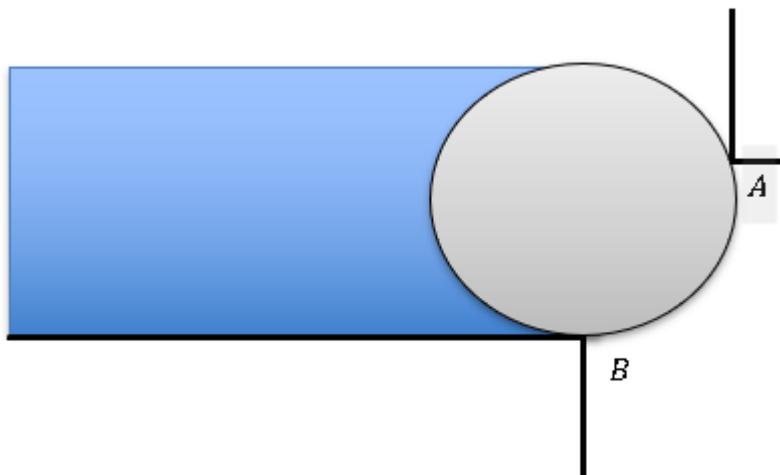
Considere uma campanula com formato semiesférico. Por um furo muito pequeno no topo, coloca-se um líquido de densidade  $\rho$ . Qual é a menor altura do líquido para que a campanula perca o contato com o solo? A massa da campanula é  $m$  e aceleração da gravidade é  $g$



- a)  $\sqrt[3]{\frac{m}{\rho}}$
- b)  $\sqrt[3]{\frac{3m}{\rho}}$
- c)  $\sqrt[3]{\frac{m}{3\rho\pi}}$
- d)  $\sqrt[3]{\frac{m}{\rho\pi}}$
- e)  $\sqrt[3]{\frac{3m}{\rho\pi}}$

**5. (Prof. Vinicius Fulconi)**

No esquema da figura a seguir, o cilindro de diâmetro  $d$ , longitude  $L$  e massa  $m$  funciona como uma represa do líquido de densidade  $\rho$ . Qual é a razão entre as reações nos pontos A e B?



- a)  $\frac{\rho}{(d)}$
- b)  $\frac{2\rho}{\pi(d-\frac{\rho}{2})}$
- c)  $\frac{\rho}{\pi(d-\frac{\rho}{2})}$
- d)  $\frac{\rho}{(d-\frac{\rho}{2})}$



e)  $\frac{2\rho}{\left(d + \frac{\rho}{2}\right)}$

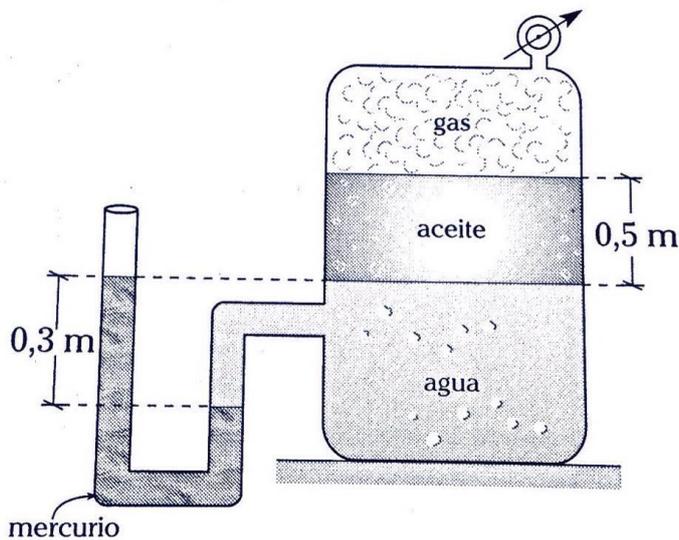
**6. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Ao pesar um bloco por meio de um dinamômetro no ar, na água e em um líquido desconhecido se obtém as indicações de 26 N; 18 N e 16 N respectivamente. Qual é a densidade (em  $\text{g/cm}^3$ ) tem o líquido desconhecido? A densidade da água vale  $1 \text{ g/cm}^3$ .

- a) 1,25
- b) 1,4
- c) 1,5
- d) 1,75
- e) 2

**7. (Prof. Vinicius Fulconi)**

A figura abaixo mostra um sistema em repouso. Qual é a pressão do gás (em kPa)? Considere as densidades como  $\rho_{\text{azeite}} = 0,8 \text{ g/cm}^3$  e  $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \text{ g/cm}^3$ . A pressão atmosférica é 101 vezes maior que a pressão do gás e a densidade da água vale  $1 \text{ g/cm}^3$ .



- a) 38,8
- b) 0,368
- c) 0,348
- d) 0,338
- e) 32,8

**8. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Dentro de um elevador que sobe com uma aceleração igual a  $5 \text{ m/s}^2$ , há um recipiente com água de altura de  $7,5 \text{ cm}$ . Se do fundo do recipiente se solta uma esfera, determine o tempo que demora à chegar a superfície. Considere  $\rho_{\text{esfera}} = 0,5\rho_{\text{H}_2\text{O}}$ . A aceleração da gravidade vale  $10 \text{ m/s}^2$ .

- a)  $0,05 \text{ s}$
- b)  $0,1 \text{ s}$
- c)  $0,15 \text{ s}$
- d)  $0,2 \text{ s}$
- e)  $0,25 \text{ s}$

**9. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Uma esfera maciça de alumínio, de raio  $R$  e densidade  $\rho$  está sobre uma balança submersa em água, cuja densidade vale  $d$ . Qual o valor da leitura da balança (em unidades de massa)? Adote a gravidade como  $g$ . A balança e a esfera estão totalmente submersas.

- a)  $\frac{4\pi R^3}{3} (d)$
- b)  $\frac{4\pi R^3}{3} (\rho - d)$
- c)  $\frac{4\pi R^3}{3} (\rho)$
- d)  $\frac{4\pi R^3}{3} (2\rho - d)$
- e)  $\frac{4\pi R^3}{3} (\rho - 2d)$

**10. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Considere o tubo em U mostrado na figura. No ramo da esquerda há uma certa quantidade de gás. No ramo da direita, há água. Sabendo que o volume de gás é de  $24,6 \text{ L}$ , qual será a temperatura de um mol de gás?

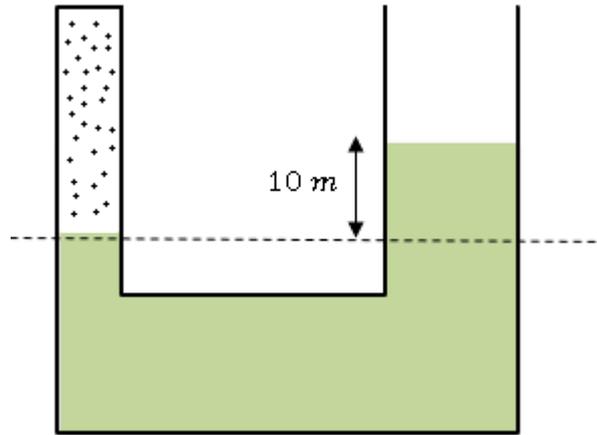
Dado:

A pressão atmosférica vale  $1 \text{ atm}$ .

A densidade da água é  $1 \text{ g/cm}^3$ .

$$1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$$

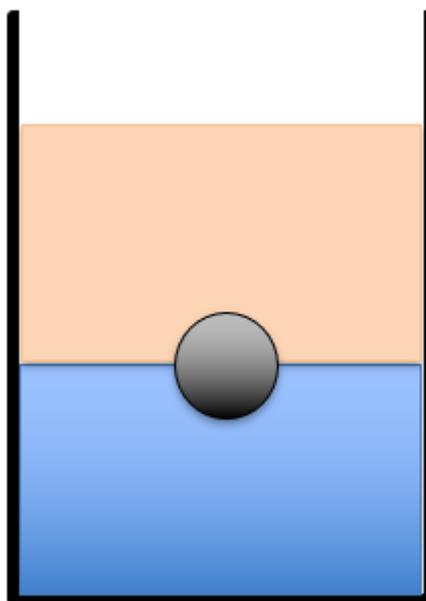
A constante dos gases ideais é de  $0,082 \text{ atm}\cdot\text{L/mol}\cdot\text{K}$



- a) 300 K
- b) 400 K
- c) 500 K
- d) 600 K

**11. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Considere um bloco esférico que está imerso com metade do seu volume no líquido 1 e a outra metade no líquido 2. A densidade do líquido 1 é  $1 \text{ g/cm}^3$  e a densidade do líquido 2 é  $2 \text{ g/cm}^3$ . Se o sistema está em equilíbrio, qual deve a densidade do corpo?



- a)  $1,0 \text{ g/cm}^3$



- b)  $1,5 \text{ g/cm}^3$
- c)  $2,0 \text{ g/cm}^3$
- d)  $2,5 \text{ g/cm}^3$
- e)  $3,5 \text{ g/cm}^3$



## Gabarito

### Nível 1

1. A	2. D	3. B	4. C	5. B
6. B	7. D	8. D	9. C	10. D
11. C	12. C	13. B	14. D	15. B
16. D	17. A	18. A	19. D	20. A
21. C	22. B	23. D	24. A	25. C/B
26. A	27. B	28. D	29. B	30. C
31. C	32. A	33. B	34. D	35. C
36. D	37. D	38. B	39. C	40. B
41. C	42. A	43. C	44. C	45. B
46. C	47. B	48. B	49. B	50. C
51. B	52. D	53. E	54. E	55. E
56. A	57. E	58. C	59. C	

### Nível 2

1. B	2. D	3. E	4. E	5. E
6. A	7. E	8. C	9. C	10. C
11. D	12. A	13. C	14. B	15. B
16. D				



**Nível 3**

1.  $T = \frac{2\pi R^3 g}{3} (2d - \rho)$

2. B

3. D

4. E

5. B

6. A

7. D

8. B

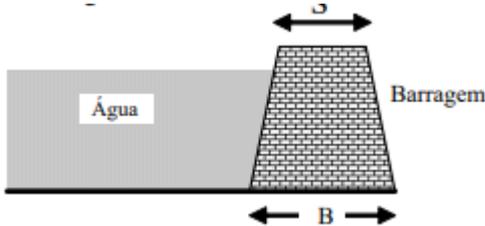
9. B



## Lista de Questões Resolvidas e Comentadas

### 1.(EEAR 2016)

As represas são normalmente construídas com a base da barragem (B) maior que a parte superior (S) da mesma, como ilustrado na figura abaixo.



Tal geometria na construção da barragem se deve:

- ao fato da pressão da água ser maior, quanto maior for a profundidade.
- à geometria que apresenta um melhor desempenho no escoamento da água.
- ao fato dos peixes na parte mais profunda serem maiores, causando colisões mais intensas.
- à menor massa que deve ficar na parte superior da estrutura para não esmagar a base.

#### Comentário:

Sabendo que:

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

Temos que quanto maior a profundidade, maior será o aumento de pressão.

#### Gabarito: A

### 2.(EEAR 2016)

Um garoto, brincando com seus carrinhos, montou engenhosamente um elevador hidráulico utilizando duas seringas de êmbolos com diâmetros de 1,0 cm e 2,0 cm. Ligou as duas por uma mangueira cheia de água, colocando um carrinho sobre o êmbolo de maior diâmetro. Apertou, então, o êmbolo de menor diâmetro para que o carrinho fosse levantado até determinada altura. A força que o garoto aplicou, em relação ao peso do carrinho, foi:

- duas vezes maior
- duas vezes menor.
- quatro vezes maior.
- quatro vezes menor.

#### Comentário:

Utilizando o princípio dos vasos comunicantes, temos:

$$P_{\text{êmbolo menor}} = P_{\text{êmbolo maior}}$$



Sabendo que:

$$Pressão = \frac{Força}{Área}$$

Assim:

$$\frac{Peso\ do\ Carrinho}{\pi \cdot (1cm)^2} = \frac{Força}{\pi \cdot (0,5\ cm)^2}$$

Logo:

$$Força = \frac{Peso\ do\ Carrinho}{4}$$

**Gabarito: D**

**3.(EEAR 2016)**

Um aluno da EEAR ao realizar o teste físico se posicionou ao solo com as mãos e os pés apoiados para executar as flexões de braço. Considerando o seu peso igual a 800N e a área apoiada no solo das mãos de 300 cm<sup>2</sup> e dos pés de 20 cm<sup>2</sup>, determine a pressão em Pascal (Pa) que o aluno exerceu sobre o solo, quando na posição para a flexão, antes de executar o exercício físico.

- a) 12500
- b) 25000
- c) 30000
- d) 50000

**Comentário:**

Sabendo que:

$$Pressão = \frac{Força}{Área}$$

Temos que:

$$Pressão = \frac{800}{(300 + 20) \cdot 10^{-4}}$$

OBS: A unidade de área é em m<sup>2</sup>.

Assim:

$$Pressão = 2,5 \cdot 10^4\ N/m^2$$

**Gabarito: B**

**4.(EEAR 2016)**

No interior de um pneu de bicicleta a pressão é de aproximadamente 2,5.10<sup>5</sup>N/m<sup>2</sup>. Para encher o pneu até tal pressão é utilizada uma bomba cujo êmbolo possui um diâmetro de 6 cm. Qual o valor da



força mínima, em N, que deve ser aplicada sobre a manivela da bomba para encher o pneu da bicicleta? (Considere  $\pi = 3$ ).

- a) 475
- b) 575
- c) 675
- d) 775

**Comentário:**

Sabendo que:

$$Press\tilde{a}o = \frac{For\tilde{c}a}{\acute{A}rea}$$

Temos:

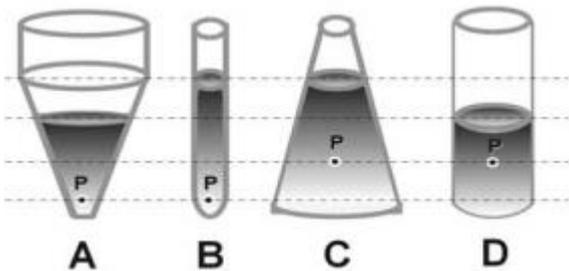
$$2,5 \cdot 10^5 = \frac{For\tilde{c}a}{3 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$\boxed{For\tilde{c}a = 675N}$$

**Gabarito: C**

**5.(EEAR 2016)**

Qual dos recipientes, contendo o mesmo líquido, apresenta a maior pressão no ponto P?



- a) A
- b) B
- c) C
- d) D

**Comentário:**

Sabendo que:

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

Podemos concluir que pressão só depende da profundidade. Assim, observamos que quanto maior a coluna de água acima do ponto P, maior a pressão.

**Gabarito: B**



**6.(EEAR 2017)**

Um paralelepípedo de dimensões 5 x 10 x 20 cm e massa igual a 2 kg será colocado sobre uma mesa, num local onde  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . A pressão exercida pelo paralelepípedo sobre a mesa, quando apoiado sobre sua base de menor área ( $p_1$ ), em função da pressão exercida quando apoiado sobre a base de maior área ( $p_2$ ), será:

- A)  $2p_2$
- B)  $4p_2$
- C)  $\frac{p_2}{2}$
- D)  $\frac{p_2}{4}$

**Comentário:**



Área menor:

$$A = 5 \times 10 = 50 \text{ cm}^2$$

Área maior:

$$A = 10 \times 20 = 200 \text{ cm}^2$$

Assim, temos que  $p_1$ :

$$p_1 = \frac{20}{50 \cdot 10^{-4}} = 4000 \text{ N/m}^2$$

Analogamente, temos que  $p_2$ :

$$p_2 = \frac{20}{200 \cdot 10^{-4}} = 1000 \text{ N/m}^2$$

Logo:

$$\boxed{p_1 = 4p_2}$$

**Gabarito: B**

---

**7. (EEAR 2017)**

Uma prensa hidráulica possui ramos com áreas iguais a  $15 \text{ cm}^2$  e  $60 \text{ cm}^2$ . Se aplicarmos uma força de intensidade  $F_1 = 8 \text{ N}$  sobre o êmbolo de menor área, a força transmitida ao êmbolo de maior área será:

a)  $\frac{F_1}{4}$

b)  $\frac{F_1}{2}$

c)  $2F_1$

d)  $4F_1$

**Comentário:**

Utilizando o princípio da prensa hidráulica, temos:

$$P_{\text{êmbolo menor}} = P_{\text{êmbolo maior}}$$

Sabendo que:

$$\text{Pressão} = \frac{\text{Força}}{\text{Área}}$$

Dessa forma:

$$\frac{8}{15} = \frac{F_2}{60}$$

$$F_2 = 32 \text{ N}$$

$$\boxed{F_2 = 4F_1}$$

**Gabarito: D**

---

**8. (EEAR 2017)**

Um indivíduo precisou esvaziar um reservatório de água de  $1,3 \text{ m}^3$ . Para não desperdiçar a água, resolveu guardá-la em galões de capacidade  $300 \text{ dm}^3$ . Quantos galões serão necessários para conter todo o líquido do reservatório?

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

**Comentário:**

Do enunciado



$$V_{\text{res}} = 1,3 \text{ m}^3 = 1,3 \cdot 10^3 \text{ dm}^3$$

$$V_{\text{gal}} = 300 \text{ dm}^3$$

Para a questão queremos o menor valor inteiro de K, tal que:

$$V_{\text{res}} = K \cdot V_{\text{gal}}$$

$$1,3 \cdot 10^3 = K \cdot 300$$

$$K = 4,333$$

Com isso, o menor valor inteiro de K é:

$$\boxed{K = 5}$$

**Gabarito: D**

---

### 9.(EEAR 2017)

Ao longo das estradas existem balanças de pesagem para caminhões. Um caminhoneiro teve um valor anotado de pesagem igual a 40 toneladas, correspondente a massa do caminhão juntamente com a carga. Após a pesagem, um policial rodoviário informou-o sobre o seu “excesso de peso”. O caminhoneiro questionou a informação do policial comparando a outro caminhão com massa de 50 toneladas que não havia sido multado. O policial explicou que seu caminhão tinha apenas dois eixos e que o outro tinha 3 eixos. A explicação do policial está associada ao conceito físico de:

- A) força gravitacional
- B) massa específica
- C) pressão
- C) tração

#### Comentário:

O desgaste das pistas é devido a alta pressão dos automóveis no solo. Dessa forma, ao analisar um caminhão com 2 eixos comparativamente a outro de 3 eixos, temos que quanto maior o número de eixos, maior é a quantidade de pontos de contato com o solo, e assim menor a pressão.

$$\text{Pressão} = \frac{\text{Força}}{\text{Área}}$$

**Gabarito: C**

---

### 10.(EEAR 2018)

Um montanhista, após escalar uma montanha e atingir certa altitude em relação ao nível do mar, resolveu utilizar um recipiente e um fogareiro para preparar seu chocolate quente. Percebeu que no



topo da montanha sua bebida parecia não tão quente quanto aquela que preparava na praia. Sabendo que a temperatura de ebulição é diretamente proporcional à pressão externa ao líquido e considerando a constatação da temperatura feita pelo montanhista, pode-se afirmar que a pressão no topo da montanha em relação ao nível do mar, é:

- A) independente do local
- B) igual
- C) maior
- D) menor

**Comentário:**

Sabendo que:

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

Temos que quanto maior a profundidade, maior será o aumento de pressão. Dessa forma, conseguimos concluir que ao subir a montanha, a pressão constatada é menor que a da praia.

**Gabarito: D****11.(EEAR 2018)**

O comando hidráulico de um avião possui em uma de suas extremidades um pistão de 2 cm de diâmetro e na outra extremidade um pistão de 20 cm de diâmetro. Se a força exercida por um piloto atingiu 50 N, na extremidade de menor área, qual foi a força, em newtons, transmitida na extremidade de maior diâmetro?

- A) 50
- B) 500
- C) 5000
- D) 50000

**Comentário:**

Utilizando o princípio da prensa hidráulica, temos:

$$P_{\text{êmbolo menor}} = P_{\text{êmbolo maior}}$$

Sabendo que:

$$\text{Pressão} = \frac{\text{Força}}{\text{Área}}$$

Logo:

$$\frac{50}{\pi \cdot (1\text{cm})^2} = \frac{F}{\pi \cdot (10\text{cm})^2}$$

$$\boxed{F = 5000\text{N}}$$

**Gabarito: C**

---

**12.(EEAR 2018)**

Um operário produz placas de cimento para serem utilizadas como calçamento de jardins. Para a produção destas placas utiliza-se uma forma metálica de dimensões 20 cm x 10 cm e altura desprezível. Uma prensa hidráulica aplica sobre essa área uma pressão de 40 kPa visando compactar uma massa constituída de cimento, areia e água. A empresa resolveu reduzir as dimensões para 20 cm x 5 cm, mas mantendo a mesma força aplicada, logo o novo valor da pressão utilizada na produção das placas é de \_\_\_\_\_ kPa.

- A) 20
- B) 40
- C) 80
- D) 160

**Comentário:**

Sabendo que:

$$Pressão = \frac{Força}{Área}$$

$$Força = 40 \cdot 10^3 \cdot 200 \cdot 10^{-4} = 8 \cdot 10^7 N$$

Como a força aplicada é a mesma:

$$Pressão = \frac{8 \cdot 10^7}{100 \cdot 10^{-4}} = 8 \cdot 10^9 N/m^2$$

$$\boxed{Pressão = 80kPa}$$

**Gabarito: C**

---

**13.(EEAR 2018)**

O valor da pressão registrada na superfície de um lago é de  $1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , que corresponde a 1 atm. Um mergulhador se encontra, neste lago, a uma profundidade na qual ele constata uma pressão de 3 atm. Sabendo que a densidade da água do lago vale  $1,0 \text{ g/cm}^3$  e o módulo da aceleração da gravidade no local vale  $10,0 \text{ m/s}^2$ , a qual profundidade, em metros, em relação à superfície, esse mergulhador se encontra?

- A) 10
- B) 20
- C) 30



D) 40

**Comentário:**

Sabendo que:

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

Temos que quanto maior a profundidade, maior será o aumento de pressão. Logo:

$$(3 - 1) \cdot 10^5 = 1000 \cdot 10 \cdot \Delta h$$

$$\boxed{\Delta h = 20m}$$

**Gabarito: B**

**14.(EEAR 2018)**

Em um sistema de vasos comunicantes, são colocados dois líquidos imiscíveis, água com densidade de  $1,0 \text{ g/cm}^3$  e óleo com densidade de  $0,85 \text{ g/cm}^3$ . Após os líquidos atingirem o equilíbrio hidrostático, observa-se, numa das extremidades do vaso, um dos líquidos isolados, que fica a 20 cm acima do nível de separação, conforme pode ser observado na figura. Determine o valor de  $x$ , em cm, que corresponde à altura acima do nível de separação e identifique o líquido que atinge a altura  $x$ .



- A) 8,5; óleo
- B) 8,5; água
- C) 17,0; óleo
- D) 17,0; água

**Comentário:**

Utilizando o princípio dos vasos comunicantes, temos:

$$P_{\text{ênbolo menor}} = P_{\text{ênbolo maior}}$$

Sabendo que:

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

Dessa forma, temos:

$$\rho_{\text{óleo}} \cdot g \cdot (20 \text{ cm}) = \rho_{\text{água}} \cdot g \cdot (x \text{ cm})$$

$$0,85 \cdot 10 \cdot 20 = 1 \cdot 10 \cdot x$$

$$x = 17 \text{ cm}$$



Como o óleo é menos denso que a água, ele tende a permanecer acima da água. Portanto o líquido que atinge a altura  $x$  é a água.

**Gabarito: D**

---

**15.(EEAR 2019)**

A superfície de um líquido em repouso em um recipiente é sempre plana e horizontal, pois todos os seus pontos suportam a mesma pressão. Com base nessa afirmação, responda qual Lei descreve esse fenômeno físico.

- A) Lei de Pascal
- B) Lei de Stevin
- C) Lei de Torricelli
- D) Lei de Arquimedes

**Comentário:**

A lei de pascal (ou princípio de Pascal) é a lei a qual se baseiam os vasos comunicantes, e, portanto, não se adequa à afirmação.

A lei de Arquimedes é a lei relacionada ao empuxo. (a força que atua quando um corpo é imerso em um líquido). Logo, também não se adequa à afirmação.

A lei de Stevin é a responsável pela análise de pressão na superfície de um líquido, exatamente como descreve a afirmação.

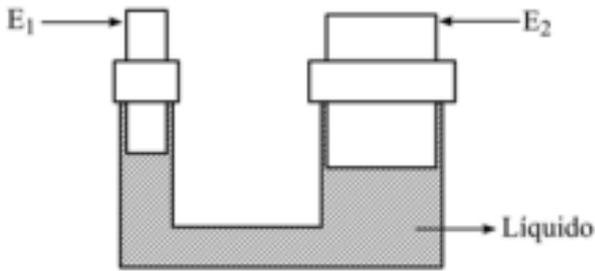
**Gabarito: B**

---

**16.(EEAR 2019)**

Em uma fábrica há um sistema hidráulico composto por uma tubulação preenchida totalmente com um único líquido incompressível. Conforme a figura, nesse sistema, há uma extremidade onde há um êmbolo móvel ( $E_1$ ) de área  $A_1$  e outra extremidade também com um êmbolo móvel ( $E_2$ ) cuja área é o dobro de  $A_1$ . Uma força de intensidade  $F_1$  é aplicada em  $E_1$  para erguer um objeto que exerce uma força-peso de intensidade  $F_2$  em  $E_2$ . No instante em que se aplica a força  $F_1$  em  $E_1$ , a pressão em  $E_2$  \_\_\_\_\_.

OBS: Considere que o líquido está em repouso, os êmbolos deslocam-se na vertical, não há vazamentos em nenhuma parte do sistema hidráulico e a temperatura desse sistema é constante e não interfere no funcionamento.



- A) não se altera.
- B) sempre é duplicada.
- C) sempre é reduzida pela metade.
- D) sempre é aumentada em  $F_1/A_1$ .

**Comentário:**

Utilizando o princípio dos vasos comunicantes, temos:

$$P_1 = P_2$$

Sabendo que:

$$Pressão = \frac{Força}{Área}$$

Assim, temos:

$$P_1 = \frac{F_1}{A_1}$$

Como a pressão em  $E_2$  é sempre igual a de  $E_1$ , há um aumento consecutivo de  $P_1$  em  $E_2$ .

**Gabarito: D**

**17.(EEAR 2019)**

A figura a seguir representa, de maneira simplificada, o tanque de óleo diesel do submarino USS Pampanito da Classe Balao utilizado pela marinha americana durante a Segunda Guerra Mundial. Nesse tanque, inicialmente há somente a presença de óleo diesel. A medida que o óleo diesel é consumido, a mesma quantidade de água do mar entra no tanque por meio do tubo (representado a esquerda na figura) para manter o volume do tanque sempre totalmente ocupado e, em seguida, o tubo é fechado até o óleo ser consumido novamente. Há também uma válvula que permite apenas a saída de um dos líquidos, que não deve ser a água do mar, em direção aos motores do submarino. Essa válvula abre e fecha continuamente. Durante a abertura, a válvula permite que o óleo diesel vá para o motor em funcionamento.

Considerando:

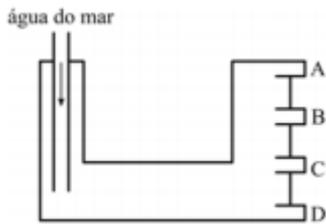
- 1 – os líquidos imiscíveis;
- 2 – a razão entre a densidade do óleo diesel em relação a densidade da água do mar igual a 0,9;



3 – a válvula ainda fechada; e

4 – a presença dos dois líquidos, em repouso, dentro do tanque.

Assinale a alternativa que indica a posição (A, B, C ou D) que a válvula deve ser colocada para evitar que a água do mar vá para o motor e que a maior parte possível do óleo diesel seja consumida.



A) A

B) B

C) C

D) D

**Comentário:**

Como a razão entre as densidades do óleo e da água do mar é 0,9 temos:

$$\rho_{\text{óleo}} = 0,9 \cdot \rho_{\text{mar}}$$

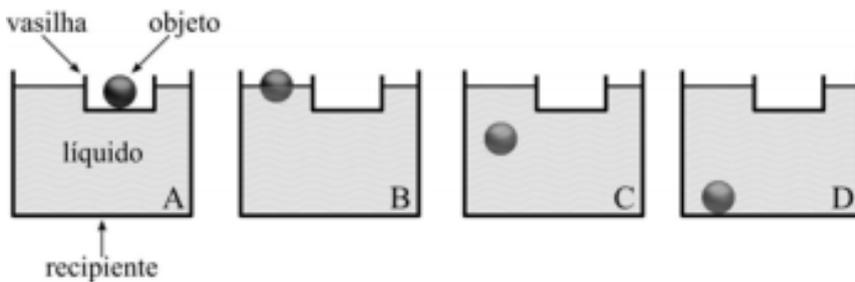
O óleo é menos denso que a água e então ficará acima da água do mar.

Como queremos que entre apenas óleo no motor, e já sabemos que o óleo fica acima da água, concluímos então que a melhor posição para a válvula é a “A”, pois apenas o óleo será constantemente consumido.

**Gabarito: A**

**18.(EEAR 2020)**

Dentro de um recipiente encontra-se uma vasilha flutuando sobre um líquido em repouso. No fundo dessa vasilha há um objeto maciço, homogêneo e com densidade maior que a do líquido. Olhando essa cena, um professor se imagina retirando o objeto da vasilha e abandonando-o sobre a superfície do líquido. O professor esboça quatro desenhos (A, B, C e D) que representam o objeto no fundo da vasilha (posição A) e três posições (B, C e D) do objeto durante seu deslocamento até o fundo do recipiente. O professor, propositadamente, não se preocupa em desenhar corretamente o nível do líquido. Em seguida, mostra esses desenhos aos seus alunos e pergunta a eles em qual das posições (A, B, C ou D) o volume do líquido deslocado pelo objeto é maior.



Entre as alternativas, assinale aquela que indica a resposta correta à pergunta do professor.

- A) A
- B) B
- C) C
- D) D

**Comentário:**

Pelo princípio de Arquimedes, temos:

$$E = \rho_{\text{líquido}} \cdot V_{\text{líquido deslocado}} \cdot g$$

Contudo, ao analisar as configurações possíveis, temos que colocar o objeto dentro da vasilha aumenta a quantidade de líquido deslocado.

Tal fato é particular da posição A pois o objeto maciço é mais denso que o líquido e, aliado à vasilha, o conjunto promove um maior deslocamento de líquido, assim um maior empuxo.

**Gabarito: A**

**19.(EEAR 2020)**

A densidade é uma grandeza física que varia com a mudança da temperatura e da pressão, sendo que nos sólidos e nos líquidos essa variação é muito pequena, enquanto que nos gases é maior. No Sistema Internacional de Unidades (SI), a densidade é dada em  $\text{kg/m}^3$ , porém, é muito comum o uso do  $\text{g/cm}^3$ .

Dentre as alternativas a seguir, assinale aquela na qual está corretamente descrito o valor de  $1 \text{ g/cm}^3$  expresso em unidades do SI ( $\text{kg/m}^3$ ).

- A) 0,001
- B) 0,01
- C) 100
- D) 1000

**Comentário:**

Sabendo que:

$$1\text{m}^3 = 1000\text{dm}^3$$

$$1\text{kg} = 1000\text{g}$$



Assim, temos:

$$1\text{g/cm}^3=1000\text{kg/m}^3$$

**Gabarito: D**

---

**20.(EEAR 2006)**

Após a explosão do compartimento de mísseis, o submarino russo Kursk afundou até uma profundidade de 400 m, em relação à superfície, em um ponto do Mar do Norte. A pressão absoluta sobre o casco do Kursk, nessa profundidade, era de \_\_\_\_\_ atm. Considere que, nesse local, a densidade da água do mar é igual a  $1,0\text{ g/cm}^3$ , a pressão atmosférica é de 1 atm ( $1\text{atm}=10^5\text{Pa}$ ) e que a aceleração da gravidade vale  $10\text{ m/s}^2$ .

- A) 41
- B) 40
- C) 410
- D) 400

**Comentário:**

Sabendo que:

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

Podemos concluir que:

$$\Delta P = 1000 \cdot 10 \cdot 400 = 4 \cdot 10^6 = 40 \cdot 10^5 \text{Pa} = 40 \text{atm}$$

Porém, o submarino está sujeito à pressão atmosférica, logo:

$$P = 41 \text{ atm}$$

**Gabarito: A**

---

**21.(EEAR 2006)**

O Mar Morto, situado na Jordânia, recebe este nome devido à alta concentração de sal dissolvido em suas águas, o que dificulta a sobrevivência de qualquer ser vivo no seu interior. Além disso, a alta concentração salina impede qualquer pessoa de afundar em suas águas, pois a grande quantidade de sal:

- A) aumenta a densidade da água fazendo diminuir a intensidade do empuxo.
- B) diminui a densidade da água fazendo aumentar a intensidade do empuxo.
- C) aumenta a densidade da água fazendo aumentar a intensidade do empuxo.
- D) apesar de não alterar nem a densidade da água e nem a intensidade do empuxo, aumenta consideravelmente a tensão superficial da água.

**Comentário:**



Pelo princípio de Arquimedes, temos:

$$E = \rho_{\text{líquido}} \cdot V_{\text{líquido deslocado}} \cdot g$$

A alta concentração de sal na água, aumenta sua densidade e, portanto, aumenta consideravelmente a intensidade do Empuxo. Tal fato permite que as pessoas flutuem com uma maior facilidade.

---

**Gabarito: C****22.(EEAR 2006)**

A pressão atmosférica na cidade do Rio de Janeiro é maior que a pressão atmosférica em Belo Horizonte. Considerando a densidade do ar constante e idêntica nos dois locais, a causa desta diferença de pressão deve-se à

- A) longitude.
- B) altitude.
- C) grande concentração de minério de ferro em Belo Horizonte.
- D) o efeito das marés sobre a atmosfera, característico da cidade do Rio de Janeiro.

**Comentário:**

Sabendo que:

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

Portanto a altitude influencia no aumento ou diminuição da pressão.

---

**Gabarito: B****23.(EAM 2017)**

Um cinegrafista, desejando filmar a fauna marítima de uma certa localidade, mergulhou até uma profundidade de 30 metros e lá permaneceu por cerca de 15 minutos.

Qual foi a máxima pressão suportada pelo cinegrafista?

Dados:

$$g=10 \text{ m/s}^2$$

$$d_{\text{água}} = 1.10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$P_{\text{atmosférica}} = 1.10^5 \text{ N/m}^2$$

- a)  $1.10^5 \text{ N/m}^2$
- b)  $2.10^5 \text{ N/m}^2$
- c)  $3.10^5 \text{ N/m}^2$
- d)  $4.10^5 \text{ N/m}^2$



e)  $5.10^5 \text{ N/m}^2$

**Comentário:**

Sabendo que:

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

Temos:

$$\Delta P = 1000 \cdot 10 \cdot 30 = 3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

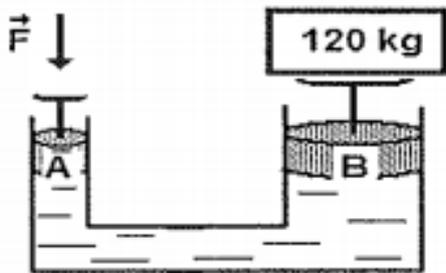
Porém o cinegrafista está sujeito à pressão atmosférica também, logo:

$$P = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

**Gabarito: D**

**24.(EAM 2016)**

Observe a figura abaixo.



O esquema acima representa um dispositivo, que utiliza o Princípio de Pascal como base para o seu funcionamento.

O êmbolo “A” tem  $30 \text{ cm}^2$  de área e o êmbolo “B”, um valor que corresponde ao quíntuplo da área do êmbolo “A”. Considerando que a gravidade local seja igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , é correto afirmar que a força “F” vale:

- A) 240N
- B) 120N
- C) 60N
- D) 30N
- E) 24N

**Comentário:**

Utilizando o princípio dos vasos comunicantes, temos:

$$P_A = P_B$$

Sabendo que:



$$Pressão = \frac{Força}{Área}$$

Assim, temos:

$$P_B = \frac{1200N}{150cm^2}$$

$$P_A = \frac{F}{30cm^2}$$

$$\frac{F}{30} = \frac{1200}{150} \rightarrow$$

$$\boxed{F = 240N}$$

**Gabarito: A**

---

**25.(EAM 2015)**

Sabe-se que um mergulhador em uma manobra de exercício está flutuando sobre a água. Ao inspirar o ar e mantê-lo em seus pulmões, o mesmo eleva-se em relação ao nível da água. Esse fato pode ser explicado:

- A) Pelo aumento de água deslocada.
- B) Pelo aumento do empuxo da água.
- C) Pela diminuição da densidade do mergulhador.
- D) Pela diminuição da densidade da água.
- E) Pela diminuição da massa do mergulhador.

**Comentário:**

Inspirar o ar não aumenta o peso da água deslocada, pois o mesmo não interfere no mergulhador.

Para analisarmos o empuxo, devemos ter em mente a seguinte equação:

$$Empuxo = densidade \cdot VolumeDeslocado \cdot gravidade;$$

Assim o empuxo sobre o mergulhador aumenta se aumentarmos o volume de água deslocado, o que ocorre quando aumentamos o volume de ar em nossos pulmões.

A densidade do mergulhador diminui, pois ao inspirar ele aumenta a proporção de ar em relação ao seu corpo. Como o ar é menos denso que o mergulhador, a densidade do mergulhador diminui.

A densidade da água permanece a mesma pelo mesmo motivo supracitado.

A massa do mergulhador permanece a mesma, pois ele não se desfaz de nenhum equipamento (por exemplo).

Desta forma, não encontramos uma única resposta para a questão.

**Gabarito: B e C ANULADA!**

---

**26. (EEAR 2014)**



Em sua célebre experiência Torricelli demonstrou que a pressão atmosférica, ao nível do mar, equivale a pressão exercida por uma coluna de mercúrio de 760 mm de altura. Um aluno de Física, em uma localidade ao nível do mar, fez uma experiência similar à de Torricelli, porém, ao invés de utilizar o mercúrio ( $d_{Hg}=13,6 \text{ g/cm}^3$ ) utilizou um líquido de densidade absoluta  $d$ . Nestas condições, a altura da coluna do líquido atingiu 206 cm, qual a densidade  $d$ , aproximada, em  $\text{g/cm}^3$ , deste líquido?

- A) 5,0
- B) 7,0
- C) 10,0
- D) 13,6

**Comentário:**

Como devem medir a mesma pressão:

$$p_{Hg} = p_1$$

$$d_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg} = d_1 \cdot g \cdot h_1$$

$$13,6 \cdot 760 \cdot 10^{-3} = d \cdot 206 \cdot 10^{-2}$$

$$d = 5,02 \text{ g/cm}^3$$

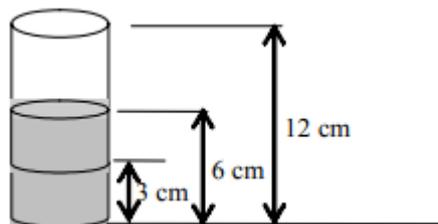
$d = 5,0 \text{ g/cm}^3$

**Gabarito: A**

**27. (EEAR 2014)**

Em um cilindro, graduado em cm, estão colocados três líquidos imiscíveis, com densidades iguais a  $1,4 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  e  $0,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ . As alturas dos líquidos em relação a base do cilindro estão anotadas na figura. Qual a pressão, em Pa, exercida, exclusivamente, pelos líquidos no fundo do cilindro?

Obs.: adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$



- A) 198
- B) 1200



C) 1546

D) 1980

**Comentário:**

Sabendo que o líquido com a maior densidade é o que fica na parte mais baixa do recipiente, temos que:

$$p_{\text{Fundo}} = p_1 + p_2 + p_3$$

$$p_{\text{Fundo}} = d_1 \cdot g \cdot h_1 + d_2 \cdot g \cdot h_2 + d_3 \cdot g \cdot h_3$$

$$p_{\text{Fundo}} = 1,4 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 10^{-2} + 10^3 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 10^{-2} + 0,8 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 10^{-2}$$

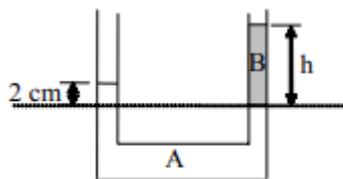
$$p_{\text{Fundo}} = 420 + 300 + 480$$

$$\boxed{p_{\text{Fundo}} = 1200 \text{ Pa}}$$

**Gabarito: B**

**28. (EEAR 2014)**

Um tubo em U, com as extremidades abertas contém dois líquidos imiscíveis, conforme mostrado na figura. Sabendo que a densidade de um dos líquidos é quatro vezes maior que a do outro, qual a altura  $h$ , em cm, da coluna do líquido B?



A) 0,25

B) 2

C) 4

D) 8

**Comentário:**

Sabendo que o líquido com a maior densidade é o que fica na parte mais baixa do recipiente, temos que:

$$d_A = 4 \cdot d_B$$

Analisando a pressão na linha do enunciado, temos:

$$p_A = p_B$$

$$d_A \cdot g \cdot h_A = d_B \cdot g \cdot h_B$$

$$4 \cdot d_B \cdot 2 \cdot 10^{-2} = d_B \cdot h_B$$



$$8 \cdot 10^{-2} = h_B$$

$$\boxed{h_B = 8 \text{ cm}}$$

**Gabarito: D**

---

**29. (EEAR 2013)**

A prensa hidráulica é uma das aplicações do Princípio de Pascal. Um corpo, de massa 800 kg, é colocado sobre o êmbolo de área maior ( $S_2$ ) de uma prensa hidráulica. Qual deve ser o valor da razão entre  $\frac{S_2}{S_1}$  para que ao se aplicar uma força de 20 N no êmbolo menor de área  $S_1$ , o corpo descrito acima fique em equilíbrio?

Dado: aceleração da gravidade no local igual a  $10 \text{ m/s}^2$

- A) 40
- B) 400
- C) 1600
- D) 16000

**Comentário:**

Sabendo que as pressões nos êmbolos são iguais, temos:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 \\ \frac{F_1}{S_1} &= \frac{F_2}{S_2} \\ \frac{20}{S_1} &= \frac{8000}{S_2} \\ \boxed{\frac{S_2}{S_1} = 400} \end{aligned}$$

**Gabarito: B**

---

**30. (EEAR 2007)**

Considere um objeto totalmente imerso em um líquido e em equilíbrio. Podemos afirmar corretamente que

- A) o vetor peso é igual ao vetor empuxo.
- B) não há forças atuando sobre o objeto.
- C) o módulo do peso é igual ao do empuxo.
- D) a força resultante sobre o objeto tem módulo não nulo.

**Comentário:**

Como o objeto está em equilíbrio, temos que:



$$\Sigma \vec{F} = 0$$

$$\vec{P} + \vec{E} = 0$$

Analisando os módulos, temos que:

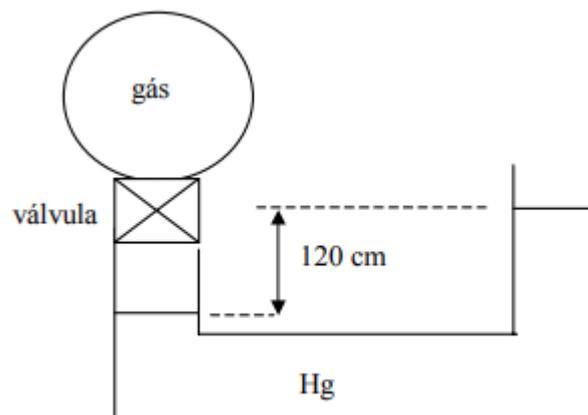
$$P = E$$

O que nos dá a alternativa sendo a letra C.

**Gabarito: C**

**31. (EEAR 2008)**

Um gás está confinado em um recipiente que se encontra num local onde a pressão atmosférica vale 76 cmHg. Ao conectarmos um manômetro de mercúrio de tubo aberto no recipiente, para medirmos a pressão do gás, e abrindo a válvula, percebemos que a coluna líquida de mercúrio no manômetro variou 120 cm, como indica a figura. Assim, podemos concluir que a pressão do gás, em cmHg, vale



- A) 44
- B) 120
- C) 196
- D) 212

**Comentário:**

Analisando o líquido no contato entre o gás e o líquido e igualando a pressão do outro lado no mesmo nível, temos que:

$$p_G = p_{ATM} + p_H$$

$$p_G = 76 + 120$$

$$p_G = 196 \text{ cmHg}$$

**Gabarito: C**



**32. (EEAR 2010)**

Um corpo apresenta 80N de peso aparente quando mergulhado totalmente na água. Se o peso real desse corpo vale 120N, então sua densidade em kg/l, é igual a

Dado: densidade da água igual a 1kg/l.

- A) 3,0
- B) 0,3
- C) 0,03
- D) 0,003

**Comentário:**

Sabendo que o peso aparente é dado por:

$$P_{AP} = P - E$$

$$80 = 120 - E$$

$$E = 40 \text{ N}$$

Sabendo que o empuxo e o peso são dados por:

$$E = \rho \cdot g \cdot V$$

$$P = d \cdot g \cdot V$$

Com isso, temos:

$$\frac{P}{E} = \frac{d}{\rho} = \frac{120}{40}$$

Do enunciado:

$$\rho = 1 \text{ kg / l}$$

Portanto:

$$\boxed{d = 3 \text{ kg / l}}$$

**Gabarito: A**

---

**33. (EEAR 2012)**

Uma esfera metálica de massa igual a 500 g e volume de 50 cm<sup>3</sup> está presa por um fio ideal e imersa em um líquido dentro de um recipiente, conforme o desenho.

Nessas condições, a tração no fio é de \_\_\_\_\_ newtons.

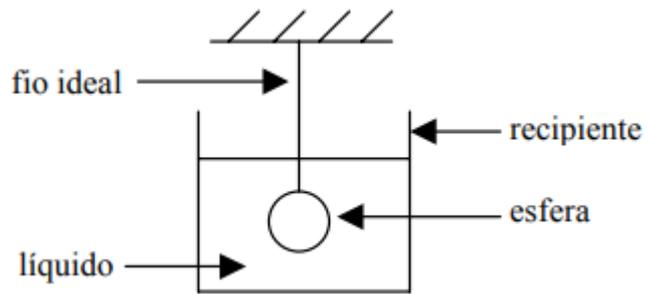
Considere

que a esfera está em equilíbrio;

a densidade do líquido igual a 1g/cm<sup>3</sup>;



a aceleração da gravidade local igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .



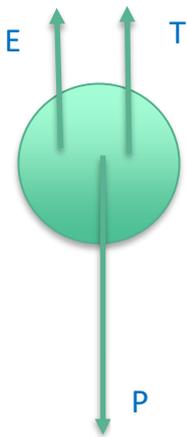
- A) 5,0
- B) 4,5
- C) 5,5
- D) 0,0

**Comentário:**

Do enunciado

$$d = 1 \text{ g / cm}^3 = 10^3 \text{ kg / m}^3$$

Analisando as forças na esfera:



Com isso:

$$P = T + E$$

$$T = 500 \cdot 10^{-3} \cdot 10 - 10^3 \cdot 10 \cdot 50 \cdot 10^{-6}$$

$$T = 5 - 0,5$$



$$T = 4,5 N$$

**Gabarito: B**

---

**34. (EEAR 2012)**

Assinale a alternativa que completa corretamente a lacuna do texto a seguir. Um aluno afirma que uma amostra de 10 g de água pura sempre terá uma densidade igual a 1 g/cm<sup>3</sup>. O seu professor de física procura corrigi-lo afirmando, corretamente, que a densidade dessa amostra é sempre 1 g/cm<sup>3</sup>

- \_\_\_\_\_
- A) devido à gravidade ser constante.
  - B) devido à massa ser sempre constante.
  - C) independente da temperatura e pressão
  - D) para um determinado valor de pressão e temperatura.

**Comentário:**

Sabendo que a densidade não depende da gravidade, temos que a alternativa A está incorreta. Aliado a isso, como o volume varia com a mudança da temperatura e da pressão, temos que a densidade depende desses fatores. Sendo assim, a letra D é a alternativa correta.

**Gabarito: D**

---

**35. (EEAR 2007)**

Depois de estudar o conceito de densidade (relação entre a massa de um corpo e seu volume), um aluno resolveu fazer uma experiência: construiu um barquinho de papel e o colocou sobre uma superfície líquida. Em seguida, pôs sobre o barquinho uma carga de massa 100 g que o fez afundar 1cm. Esse resultado fez o aluno concluir, corretamente que, para um outro barquinho de papel, com o dobro da área de contato com o líquido, afundar igualmente 1 cm, deve-se colocar uma carga, cuja massa, em grammas, valha

- A) 50
- B) 100
- C) 200
- D) 250

**Comentário:**

Analisando o equilíbrio inicial:

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= 0 \\ \vec{P} + \vec{E} &= 0\end{aligned}$$

Analisando os módulos, temos que:

$$P = E$$



$$m \cdot g = d \cdot g \cdot h \cdot A$$

$$100 \cdot 10^{-3} = d \cdot 10^{-2} \cdot A$$

$$d \cdot A = 10$$

Analogamente, analisando o equilíbrio final:

$$P = E$$

$$M \cdot g = d \cdot g \cdot h \cdot A'$$

$$M = d \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot A$$

Da análise inicial:

$$M = 20 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$$

$$\boxed{M = 200 \text{ g}}$$

**Gabarito: C**

---

**36. (EEAR 2008)**

Considere um manômetro, de tubo aberto, em que um dos ramos está conectado a um recipiente fechado que contém um determinado gás. Sabendo-se que, ao invés de mercúrio, o manômetro contém um líquido cuja densidade é igual a  $10^3 \text{ kg/m}^3$  e que sua leitura indica que uma coluna de 0,2 m desse líquido equilibra a pressão do gás em um local onde a pressão atmosférica vale  $1 \times 10^5 \text{ Pa}$  e a aceleração da gravidade local vale  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , a pressão do gás é de \_\_\_\_\_ Pa.

- A)  $0,2 \times 10^5$
- B)  $1,2 \times 10^5$
- C)  $0,02 \times 10^5$
- D)  $1,02 \times 10^5$

**Comentário:**

Sabendo que:

*pressão total = pressão atmosférica + pressão hidrostática*

$$p_G = p_{ATM} + p_H$$

Dos dados do enunciado:

$$p_G = 1 \cdot 10^5 + d \cdot g \cdot h$$

$$p_G = 1 \cdot 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 0,2$$

$$p_G = 1 \cdot 10^5 + 0,02 \cdot 10^5$$

$$\boxed{p_G = 1,02 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$$

**Gabarito: D**

---



**37. (EEAR 2008)**

Ao filósofo grego Arquimedes é atribuída a descoberta do conceito de empuxo; assim, todo corpo parcial ou totalmente imerso num líquido está submetido à ação de duas forças: o peso  $\vec{P}$  e o empuxo  $\vec{E}$ . Portanto, é correto afirmar, no caso de um corpo imerso totalmente em um líquido, e que ali permaneça em repouso, que as forças que atuam sobre ele podem ser, corretamente, expressas da seguinte maneira:

- b)  $P < E$
- B)  $P > E$
- C)  $\vec{P} - \vec{E} = 0$
- D)  $\vec{P} + \vec{E} = 0$

**Comentário:**

Analisando o equilíbrio inicial:

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

$$\boxed{\vec{P} + \vec{E} = 0}$$

**Gabarito: D**

---

**38. (EEAR 2009)**

Um pescador de ostras mergulha a 40 m de profundidade da superfície da água do mar. Que pressão absoluta, em  $10^5$  Pa, o citado mergulhador suporta nessa profundidade?

Dados:

Pressão atmosférica =  $10^5$  N/m<sup>2</sup>

Densidade da água do mar = 1,03 g/cm<sup>3</sup>

Aceleração da gravidade no local = 10 m/s<sup>2</sup>

- A) 4,12
- B) 5,12
- C) 412,0
- D) 512,0

**Comentário:**

De conhecimentos prévios temos que:

$$d = 1,03 \text{ g/cm}^3 = 1,03 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Sabendo que:

$$\textit{pressão total} = \textit{pressão atmosférica} + \textit{pressão hidrostática}$$



$$p_G = p_{ATM} + p_H$$

$$p_G = 1 \cdot 10^5 + d \cdot g \cdot h$$

$$p_G = 1 \cdot 10^5 + 1,03 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 40$$

$$p_G = 1 \cdot 10^5 + 4,12 \cdot 10^5$$

$$\boxed{p_G = 5,12 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}$$

**Gabarito: B**

---

**39. (EEAR 2009)**

Uma substância desconhecida apresenta densidade igual a  $10 \text{ g/cm}^3$ . Qual o volume, em litros, ocupado por um cilindro feito dessa substância cuja massa é de  $200 \text{ kg}$ ?

- A) 0,2
- B) 2,0
- C) 20,0
- D) 200,0

**Comentário:**

De conhecimentos prévios temos que:

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

Sabendo que:

$$d = \frac{m}{V}$$

$$10 = \frac{200 \cdot 10^3}{V}$$

$$V = 20 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$$

$$V = 20 \text{ dm}^3$$

$$\boxed{V = 20 \text{ l}}$$

**Gabarito: C**

---

**40. (EEAR 2009)**

Um garoto percebeu que seu barômetro acusava  $76 \text{ cmHg}$ , quando se encontrava na parte térrea de um prédio. Ao subir no telhado desse prédio constatou que o barômetro acusava  $75 \text{ cmHg}$ . Dessa forma é possível considerar corretamente que a altura, em metros, do prédio vale:

Considere: A aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .

A densidade do ar, suposta constante, igual a  $0,00136 \text{ g/cm}^3$ .

A densidade do mercúrio igual a  $13,6 \text{ g/cm}^3$ .



- A) 50
- B) 100
- C) 150
- D) 10000

**Comentário:**

Do enunciado:

$$p_i = 76 \text{ cmHg}$$

$$p_f = 75 \text{ cmHg}$$

Então temos que a diferença de pressões é dada por:

$$\Delta p = 1 \text{ cmHg}$$

Ou seja, corresponde a uma altura de 1 cm no mercúrio

Portanto:

$$\Delta p_{AR} = \Delta p_{Hg}$$

$$d_{AR} \cdot g \cdot h = d_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg}$$

$$0,00136 \cdot h = 13,6 \cdot 1 \cdot 10^{-2}$$

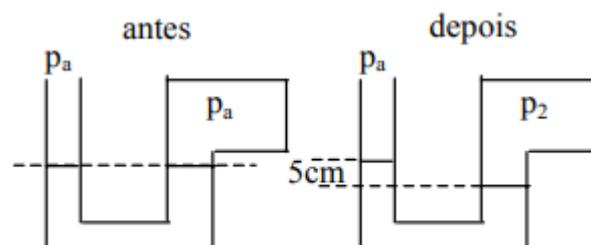
$$\boxed{h = 100 \text{ m}}$$

**Gabarito: B**

**41. (EEAR 2010)**

Um tubo em “U” contendo um líquido, de densidade igual a  $20 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , tem uma extremidade conectada a um recipiente que contém um gás e a outra em contato com o ar atmosférico a pressão de  $10^5 \text{ Pa}$ . Após uma transformação termodinâmica nesse gás, o nível do líquido em contato com o mesmo fica 5 cm abaixo do nível da extremidade em contato com o ar atmosférico, conforme figura. A pressão final no gás, em  $10^5 \text{ Pa}$ , é de

Considere: aceleração da gravidade no local igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .



- A) 0,4.
- B) 0,6.



C) 1,1.

D) 1,5.

**Comentário:**

Analisando o líquido no contato entre o gás e o líquido e igualando a pressão do outro lado no mesmo nível, temos que:

$$p_2 = p_A + p_H$$

$$p_2 = p_A + d \cdot g \cdot h$$

$$p_2 = 10^5 + 20 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2}$$

$$p_2 = 10^5 + 0,1 \cdot 10^5$$

$$\boxed{p_2 = 1,1 \cdot 10^5 Pa}$$

**Gabarito: C****42. (EEAR 2011)**

Num recipiente cilíndrico, cuja área da base é igual a  $3 \text{ cm}^3$ , coloca-se 408 gramas de mercúrio. Sabendo-se que a densidade do mercúrio vale  $13,6 \text{ g/cm}^3$  e que a aceleração da gravidade vale  $10 \text{ m/s}^2$ , determine, em pascal (Pa), a pressão no fundo do recipiente, desconsiderando a pressão atmosférica local.

Dado: Considere o mercúrio um líquido ideal e em repouso.

A) 13600.

B) 22300.

C) 33400.

D) 62000.

**Comentário:**

Sabendo que:

$$p = d \cdot g \cdot h$$

$$p = \frac{d \cdot g \cdot h \cdot A}{A}$$

$$p = \frac{d \cdot g \cdot V}{A} = \frac{m \cdot g}{A}$$

$$p = \frac{408 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{3 \cdot 10^{-4}}$$

$$\boxed{p = 13600 Pa}$$

**Gabarito: A****43. (EEAR 2011)**



Em hidrostática, pressão é uma grandeza física

- A) escalar, diretamente proporcional à área.
- B) vetorial, diretamente proporcional à área.
- C) escalar, inversamente proporcional à área.
- D) vetorial, inversamente proporcional à área.

**Comentário:**

Sabendo que a pressão é uma grandeza escalar, as alternativas B e C estão erradas.

Da fórmula da pressão, temos:

$$p = \frac{F}{A}$$

Logo, é inversamente proporcional à área.

Portanto, a alternativa correta é a letra C.

**Gabarito: C**

---

**44. (EEAR 2010)**

Um mergulhador submerso no oceano, constata, mediante consulta a um manômetro, preso em seu pulso, que está submetido a uma pressão absoluta de 276 cmHg. Sendo assim, a profundidade, em relação à superfície do oceano na qual o mergulhador se encontra submerso vale \_\_\_\_ metros.

Observações:

- 1 – Considere a água do oceano um fluido ideal e em repouso;
- 2 – Admita a pressão atmosférica na superfície do oceano igual a 76 cmHg;
- 3 – Adote a densidade do mercúrio igual a 13,6 g/cm<sup>3</sup>;
- 4 – Considere a densidade da água do oceano igual a 1 g/cm<sup>3</sup>; e
- Admita a aceleração da gravidade igual a 10 m/s<sup>2</sup>.

- A) 13,6.
- B) 22,4.
- C) 27,2.
- D) 36,5.

**Comentário:**

Calculando a pressão hidrostática naquele ponto:

$$p_{\text{total}} = p_{\text{atmosférica}} + p_{\text{hidrostática}}$$

$$p_T = p_{ATM} + p_{Hg}$$



$$276 = 76 + p_{Hg}$$

$$p_{Hg} = 200 \text{ cmHg}$$

Sabendo que a pressão de 200 cm Hg corresponde a uma pressão exercida por uma coluna de 200 cm feita de mercúrio. Portanto:

$$p_{Hg} = p_{\text{Água}}$$

$$d_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg} = d_{\text{Água}} \cdot g \cdot h_{\text{Água}}$$

$$13,6 \cdot 200 \cdot 10^{-2} = 1 \cdot h$$

$$\boxed{h = 27,2 \text{ m}}$$

**Gabarito: C**

---

**45. (EEAR 2014)**

Na distribuição de água potável em uma cidade, utiliza-se um grande reservatório situado em um local elevado, e deste reservatório saem os canos que estão ligados às caixas d'água das residências em níveis abaixo deste. Esta forma de distribuição é explicada pelo princípio de \_\_\_\_\_ ou dos vasos comunicantes.

- A) Pascal
- B) Stevin
- C) Clapeyron
- D) Arquimedes

**Comentário:**

Sabendo os teoremas:

- Princípio de Pascal: Estabelece que a pressão aplicada num determinado ponto de um fluido em repouso transmite-se integralmente a todos os pontos desse fluido.
- Princípio de Stevin: Estabelece que a diferença de pressão entre dois pontos é proporcional a diferença de altura entre eles. Dessa forma, se dois pontos de um líquido estão a uma mesma altura, eles possuem a mesma pressão.
- Clapeyron não se relacionou com a hidrostática
- Princípio de Arquimedes: Estabelece que todo o corpo mergulhado num fluido recebe um impulso de baixo para cima igual ao peso do volume do fluido deslocado.

Do enunciado, temos a diferença de pressões gerada por diferença de altura. Logo, estamos falando do Princípio de Stevin o que nos dá a letra B como alternativa correta.

**Gabarito: B**

---

**46. (EEAR 2014)**



Da conhecida experiência de Torricelli originou-se o Barômetro de mercúrio, que por sua vez foi usado para determinar a atmosfera padrão, ao nível do mar, ou seja,  $1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$ .

Sabendo que a densidade do mercúrio é  $13,6 \text{ g/cm}^3$  e que em um outro barômetro foi utilizado um óleo com densidade de  $0,76 \text{ g/cm}^3$ , a altura indicada por esse novo barômetro, ao nível do mar, será de \_\_\_\_ metros.

- A) 7,6
- B) 10,3
- C) 13,6
- D) 15,2

**Comentário:**

Sabendo que a pressão de  $760 \text{ mmHg}$  corresponde a pressão gerada pela por uma coluna de mercúrio de  $760 \text{ mm}$ , temos que:

$$p_{Hg} = p_{oleo}$$

$$d_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg} = d_{oleo} \cdot g \cdot h_{oleo}$$

$$13,6 \cdot 760 \cdot 10^{-3} = 0,76 \cdot h_{oleo}$$

$$\boxed{h_{oleo} = 13,6 \text{ m}}$$

**Gabarito: C**

---

**47. (EEAR 2014)**

Um garoto, na tentativa de entender o funcionamento dos submarinos, resolve realizar uma experiência. Para isso, ele utilizou um aquário com água, um recipiente cilíndrico de vidro com uma tampa rosqueada que o fecha hermeticamente e uma quantidade de areia.

Inicialmente o garoto fechou bem o recipiente “vazio” e o colocou no fundo do aquário. Como o recipiente estava “vazio”, ele percebeu que o mesmo subiu acelerado, até flutuar na superfície da água.

Logo após, foi colocando aos poucos, areia no recipiente, fechando-o e repetindo a experiência, até conseguir que o recipiente ficasse completamente submerso, e em equilíbrio.

Com base nos dados a seguir, calcule a quantidade de areia, em gramas, que foi necessária para atingir essa condição de equilíbrio.

Considere:

- diâmetro do recipiente:  $8 \text{ cm}$
- altura total do recipiente (com a tampa):  $10 \text{ cm}$



- massa total do recipiente (com a tampa): 180 g

- densidade da água: 1 g/cm<sup>3</sup>

-  $\pi = 3$

A) 180

B) 300

C) 480

D) 500

**Comentário:**

De conhecimentos prévios temos que:

$$d = 1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

O recipiente só ficará em equilíbrio completamente submerso quando o Empuxo for igual ao peso total do recipiente. Portanto:

$$E = P$$

$$d \cdot g \cdot V = mT \cdot g$$

$$d \cdot A \cdot h = mT$$

$$10^3 \cdot \pi \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 10 \cdot 10^{-2} = (m + 180) \cdot 10^{-3}$$

$$3 \cdot 16 \cdot 10 = m + 180$$

$$480 = m + 180$$

$$\boxed{m = 300 \text{ g}}$$

**Gabarito: B**

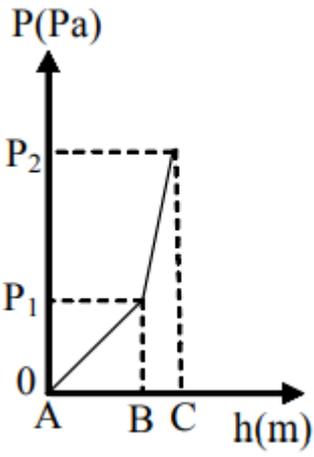
---

**48. (EEAR 2015)**

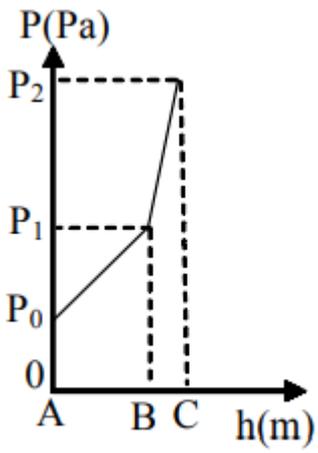
Um recipiente contém dois líquidos, 1 e 2, imiscíveis e em repouso em um local onde o módulo da aceleração da gravidade é constante. Os pontos A, B e C estão, respectivamente localizados na superfície do líquido 1, na interface entre os líquidos 1 e 2 e no fundo do recipiente. A pressão atmosférica local é igual a  $P_0$ , o recipiente está aberto na parte superior e o líquido 1 está sobre o líquido 2.

Um objeto desloca-se verticalmente do ponto A até o ponto C. Dentre as alternativas a seguir, assinale aquela em que o gráfico da pressão (P) em função da profundidade (h) melhor representa a pressão sobre o objeto.

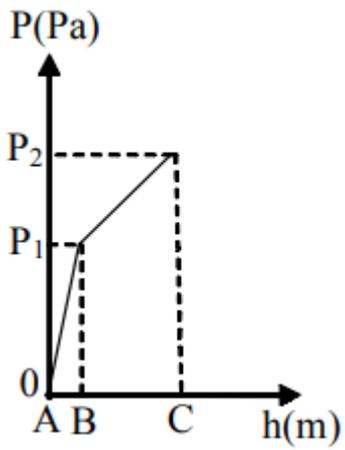
A)



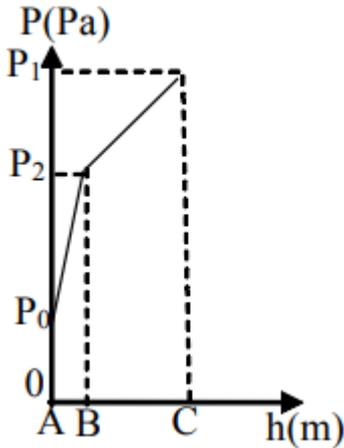
B)



C)



D)



**Comentário:**

Sabendo que:

*pressão total = pressão atmosférica + pressão hidrostática*

$$p_G = p_{ATM} + p_H$$

$$p_G = p_{ATM} + d \cdot g \cdot h$$

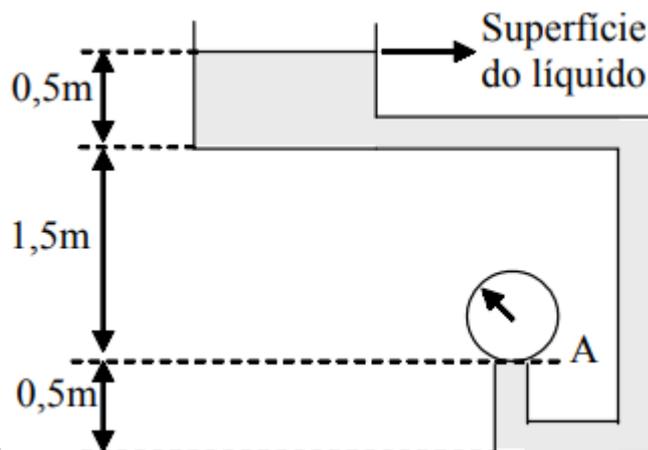
Com isso, a pressão em A é  $P_0$ . Logo, as alternativas A e C estão incorretas.

Somado a isso, da equação temos que quanto maior a densidade maior a variação de pressão para uma mesma variação de altura, ou seja, o gráfico é mais inclinado para maiores densidades. E como o líquido de maior densidade fica em baixo, temos que o gráfico correto é o expresso na letra B.

**Gabarito: B**

**49. (EEAR 2015)**

Um sistema hidráulico é representado a seguir com algumas medidas indicando a profundidade. Nele há um líquido de densidade igual a  $10^3 \text{ kg/m}^3$  em repouso. O sistema hidráulico está em um local onde o módulo da aceleração da gravidade é igual a  $10 \text{ m/s}$ . A superfície do líquido está exposta a uma pressão atmosférica igual a  $10^5 \text{ Pa}$ . Se um manômetro (medidor de pressão) for colocado no ponto A, a pressão medida, em  $10^5 \text{ Pa}$ , nesse ponto é igual a





- A) 0,2.
- B) 1,2.
- C) 12,0.
- D) 20,0.

**Comentário:**

Calculando a diferença de altura entre a superfície do líquido e o ponto A:

$$h = 2,0 \text{ m}$$

Sabendo que:

*pressão total = pressão atmosférica + pressão hidrostática*

$$p_A = p_{ATM} + p_H$$

$$p_A = p_{ATM} + d \cdot g \cdot h$$

$$p_A = 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 2$$

$$p_A = 10^5 + 0,2 \cdot 10^5$$

$$\boxed{p_A = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$$

**Gabarito: B****50. (EEAR 2015)**

Em um líquido em repouso dentro de um recipiente fechado, as pressões nos pontos A e B são, respectivamente, iguais a  $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  e  $5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Se de alguma forma aumentarmos a pressão no ponto B para  $8 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  e mantivermos os pontos A e B nas mesmas posições a pressão no ponto A será de \_\_\_\_\_  $\cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

- A) 2
- B) 3
- C) 5
- D) 7

**Comentário:**

Pelo Princípio de Stevin, temos que a diferença de pressões num líquido é dada por:

$$\Delta p = d \cdot g \cdot \Delta h$$

Com isso, para um mesmo líquido a diferença de pressão entre dois pontos não muda se mantivermos a mesma distância entre eles.

O enunciado diz que os pontos são mantidos nas mesmas posições e, portanto, a distância entre eles é a mesma nos dois casos. Logo, a diferença de pressões será igual.



Sendo assim:

$$\Delta p_1 = \Delta p_2$$

$$5 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^5 = 8 \cdot 10^5 - p_A$$

$$p_A = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

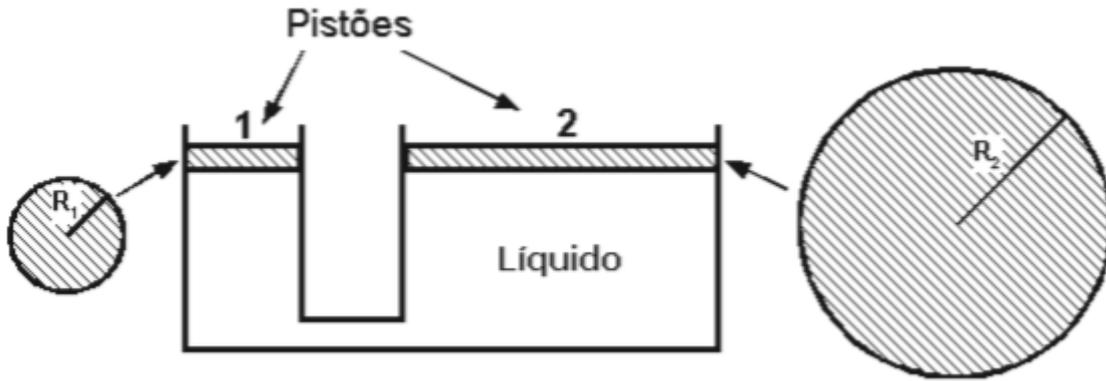
**Gabarito: C**

---

## Nível 2

### 1. (ESPCEX 2008)

A figura abaixo representa um elevador hidráulico. Esse elevador possui dois pistões circulares 1 e 2, de massas desprezíveis, sendo o menor com raio  $R_1$  e o maior com raio  $R_2 = 5R_1$ . O líquido que movimentava os pistões é homogêneo e incompressível.



**Figura Ilustrativa**

Colocamos um corpo de massa  $M$  sobre o pistão maior e, para que o conjunto fique em equilíbrio estático, será necessário colocar sobre o pistão menor um outro corpo cuja massa vale

- a)  $M/5$
- b)  $M/25$
- c)  $M$
- d)  $5 M$
- e)  $25 M$

**Comentário:**

Para resolver a questão, utilizaremos o princípio de pascal:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\frac{M}{25A_1} = \frac{F_1}{A_1}$$

$$\boxed{F_1 = M/25}$$

**Gabarito: B**

**2. (ESPCEX 2009)**

Os astronautas precisam usar roupas apropriadas que exercem pressão sobre o seu corpo, pois no espaço há vácuo e, sem elas, não sobreviveriam. Para que a roupa exerça a pressão de uma atmosfera, ou seja, a pressão de  $10 \text{ Pa}$  sobre o corpo do astronauta, a intensidade da força aplicada por ela em cada  $1 \text{ cm}^2$  da pele do astronauta, é de

- a)  $10^5 \text{ N}$
- b)  $10^4 \text{ N}$
- c)  $10^{-2} \text{ N}$
- d)  $10^{-3} \text{ N}$
- e)  $10^{-5} \text{ N}$

**Comentário:**

Usaremos a definição de pressão:

$$P = \frac{F}{A}$$



$$10 = \frac{F}{10^{-4}}$$

$$\boxed{F = 10^{-3} \text{ N}}$$

**Gabarito: D**

**3. (ESPCEX 2010)**

Um bloco maciço flutua, em equilíbrio, dentro de um recipiente com água. Observa-se que  $\frac{2}{5}$  do volume total do bloco estão dentro do líquido. Desprezando a pressão atmosférica e considerando a densidade da água igual a  $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , pode-se afirmar que a densidade do bloco vale:

- a)  $1,2 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$
- b)  $1,6 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$
- c)  $2,4 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$
- d)  $3,0 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$
- e)  $4,0 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$

**Comentário:**

Há equilíbrio entre o peso do bloco e o empuxo que atua sobre ele:

$$mg = \rho g V$$

$$mg = \rho g \cdot \frac{2m}{5d}$$

$$1 = \rho \cdot \frac{2}{5} \cdot d$$

$$1 = 1000 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{d}$$

$$\boxed{d = 4,0 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3}$$

**Gabarito: E**

**4. (ESPCEX 2012)**

Um elevador hidráulico de um posto de gasolina é acionado por um pequeno êmbolo de área igual a  $4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ . O automóvel a ser elevado tem peso de  $2 \cdot 10^4 \text{ N}$  e está sobre o êmbolo maior de área  $0,16 \text{ m}^2$ . A intensidade mínima da força que deve ser aplicada ao êmbolo menor para conseguir elevar o automóvel é de

- a) 20 N
- b) 40 N
- c) 50 N
- d) 80 N
- e) 120 N

**Comentário:**

Pela lei de Pascal:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$



$$\frac{F_1}{4 \cdot 10^{-4}} = \frac{2 \cdot 10^4}{0,16}$$

$$F_1 = 50 \text{ N}$$

**Gabarito: C**

**5. (ESPCEX 2013)**

Um cubo maciço e homogêneo, com 40 cm de aresta, está em equilíbrio estático flutuando em uma piscina, com parte de seu volume submerso, conforme desenho abaixo. Sabendo-se que a densidade da água é igual a  $1 \text{ g/cm}^3$  e a distância entre o fundo do cubo (face totalmente submersa) e a superfície da água é de 32 cm, então a densidade do cubo é:



- a)  $0,20 \text{ g/cm}^3$
- b)  $0,40 \text{ g/cm}^3$
- c)  $0,60 \text{ g/cm}^3$
- d)  $0,70 \text{ g/cm}^3$
- e)  $0,80 \text{ g/cm}^3$

**Comentário:**

Há equilíbrio entre o peso do bloco e o empuxo que atua sobre ele:

$$mg = \rho g V_{sub}$$

$$d \cdot a^3 \cdot g = \rho \cdot g \cdot a^2 \cdot h$$

$$d \cdot a = \rho \cdot h$$

$$d = \frac{\rho \cdot h}{a}$$

$$d = \frac{1 \cdot 32}{40} = 0,8 \text{ g/cm}^3$$

$$d = 0,8 \text{ g/cm}^3$$

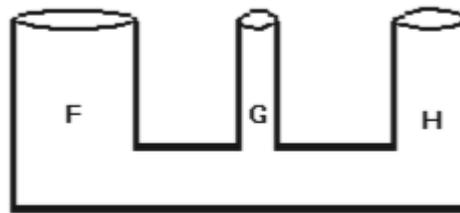
**Gabarito: E**

**6. (ESPCEX 2014)**

Pode-se observar, no desenho abaixo, um sistema de três vasos comunicantes cilíndricos F, G e H distintos, abertos e em repouso sobre um plano horizontal na superfície da Terra. Coloque-se um líquido homogêneo no interior dos vasos de modo que não haja transbordamento por nenhum deles. Sendo  $h_F$ ,  $h_G$  e  $h_H$  o nível das alturas do líquido em equilíbrio em relação à base



nos respectivos vasos F, G e H, então, a relação entre as alturas em cada vaso que representa este sistema em equilíbrio estático é:



**desenho ilustrativo-fora de escala**

- a)  $h_F = h_G = h_H$
- b)  $h_G > h_H > h_F$
- c)  $h_F = h_G > h_H$
- d)  $h_F < h_G = h_H$
- e)  $h_F > h_H > h_G$

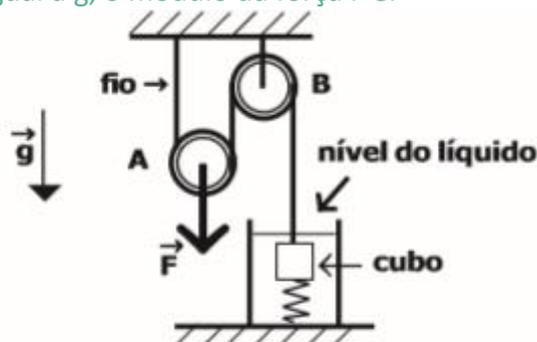
**Comentário:**

Pelo teorema de Stevin (Pontos de um mesmo líquido que estão na mesma horizontal, tem a mesma pressão), as alturas devem ser iguais.

**Gabarito: A**

**7. (ESPCEX 2016)**

Um cubo homogêneo de densidade  $\rho$  e volume  $V$  encontra-se totalmente imerso em um líquido homogêneo de densidade  $\rho_0$  contido em um recipiente que está fixo a uma superfície horizontal. Uma mola ideal, de volume desprezível e constante elástica  $k$ , tem uma de suas extremidades presa ao centro geométrico da superfície inferior do cubo, e a outra extremidade presa ao fundo do recipiente de modo que ela fique posicionada verticalmente. Um fio ideal vertical está preso ao centro geométrico da superfície superior do cubo e passa por duas roldanas idênticas e ideais A e B. A roldana A é móvel a roldana B é fixa e estão montadas conforme o desenho abaixo. Uma força vertical de intensidade  $F$  é aplicada ao eixo central da roldana A fazendo com que a distensão na mola seja  $X$  e o sistema todo fique em equilíbrio estático, com o cubo totalmente imerso no líquido. Considerando a intensidade da aceleração da gravidade igual a  $g$ , o módulo da força  $F$  é:



**DESENHO ILUSTRATIVO FORA DE ESCALA**

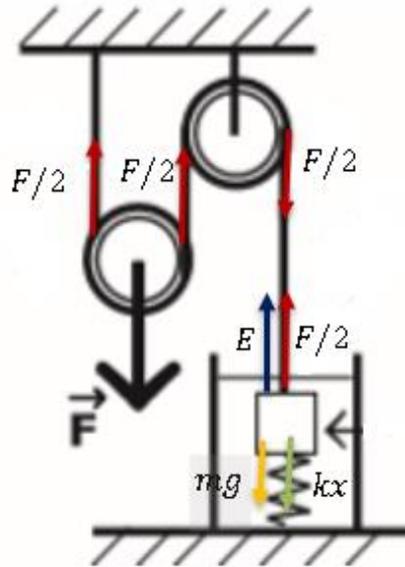
C



- a)  $[V g(\rho_0 - \rho) + kx]$
- b)  $2[V g(\rho - \rho_0) - kx]$
- c)  $2[V g(\rho_0 + \rho) + kx]$
- d)  $[V g(\rho_0 - \rho) - kx]$
- e)  $2[V g(\rho - \rho_0) + kx]$

**Comentário:**

Análise do diagrama de forças que age sobre o bloco:



Para o equilíbrio do bloco, temos:

$$E + F/2 = Kx + mg$$

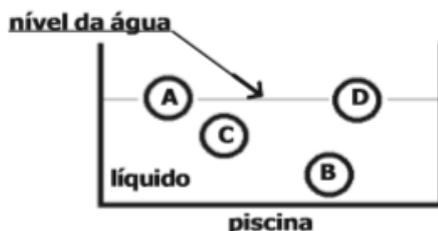
$$\rho_0 \cdot g \cdot V + \frac{F}{2} = Kx + \rho \cdot V \cdot g$$

$$F = 2 \cdot (V \cdot g \cdot (\rho - \rho_0) + kx)$$

**Gabarito: E**

**8. (ESPCEX 2017)**

Quatro objetos esféricos A, B, C e D, sendo respectivamente suas massas  $m_A$ ,  $m_B$ ,  $m_C$  e  $m_D$ , tendo as seguintes relações  $m_A > m_B$  e  $m_B = m_C = m_D$ , são lançados dentro de uma piscina contendo um líquido de densidade homogênea. Após algum tempo, os objetos ficam em equilíbrio estático. Os objetos A e D mantêm metade de seus volumes submersos e os objetos C e B ficam totalmente submersos conforme o desenho abaixo. Sendo  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$  e  $V_D$  os volumes dos objetos A, B, C e D, respectivamente, podemos afirmar que:



**Desenho Ilustrativo Fora de Escala**



- a)  $V_A = V_D > V_C = V_B$
- b)  $V_A = V_D > V_C > V_B$
- c)  $V_A > V_D > V_B = V_C$
- d)  $V_A < V_D = V_B = V_C$
- e)  $V_A = V_D < V_C < V_B$

**Comentário:**

Repare que os corpos A e D estão em equilíbrio com metade do seu volume submerso e os corpos C e B estão em equilíbrio ambos completamente imersos no líquido. Assim temos as seguintes equações do equilíbrio de cada corpo, onde  $d$  é a densidade do líquido:

Seja  $m_A = M$  e  $m_B = m$  os valores do enunciado e fazendo as devidas comparações temos:

$$Mg = d \frac{V_A}{2} g \text{ (I)}$$

$$mg = d V_B g \text{ (II)}$$

$$mg = d V_C g \text{ (III)}$$

$$mg = d \frac{V_D}{2} g \text{ (IV)}$$

Por (II) e (III)  $\rightarrow V_B = V_C$

Por (I) e (IV)  $\rightarrow V_A > V_D$

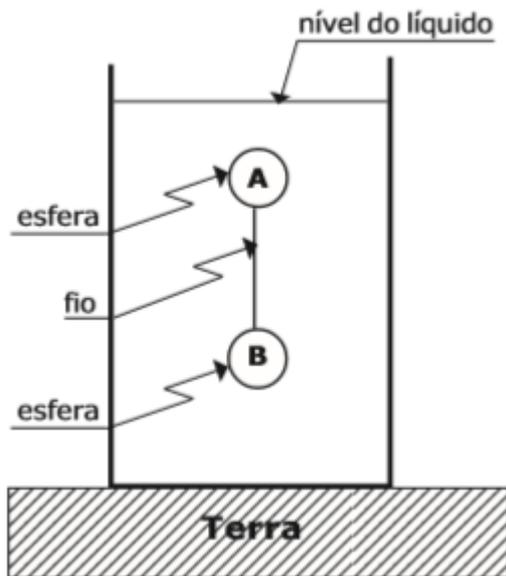
Por (II) e (IV)  $\rightarrow V_D > V_B$

**Gabarito: C**

**9. (ESPCEX 2018)**

Duas esferas homogêneas A e B, unidas por um fio ideal na posição vertical, encontram-se em equilíbrio estático completamente imersas em um líquido homogêneo em repouso de densidade  $1 \text{ kg/dm}^3$ , contido em um recipiente apoiado na superfície da Terra, conforme desenho abaixo. As esferas A e B possuem, respectivamente, as massas  $m_A = 1 \text{ kg}$  e  $m_B = 5 \text{ kg}$ . Sabendo que a densidade da esfera B é de  $2,5 \text{ kg/dm}^3$ , o volume da esfera A é de:

Dado: considere a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .



- a)  $2 \text{ dm}^3$



- b)  $3 \text{ dm}^3$
- c)  $4 \text{ dm}^3$
- d)  $5 \text{ dm}^3$
- e)  $6 \text{ dm}^3$

**Comentário:**

Analisando as forças em cada corpo:



Com E sendo o empuxo no corpo, P o peso do corpo e T a tração no fio. Para que esteja em equilíbrio, devemos ter:

$$P_A + T = E_A$$

$$m_A g + T = \rho V_A g$$

$$10 + T = 10 \cdot V_A$$

$$P_B = E_B + T$$

$$m_B g = \rho V_B g + T$$

$$50 = 10 \cdot V_B + T$$

Porém, foi dado a densidade e a massa do corpo B, então podemos encontrar seu volume:

$$V_B = \frac{m_B}{\rho_B} = \frac{5}{2.5} \text{ dm}^3 = 2 \text{ dm}^3$$

Com isso, encontramos o valor da tração:



$$50 = 10 \cdot V_B + T$$

$$50 = 20 + T$$

$$T = 30 \text{ N}$$

Com isso, substituindo na seguinte equação, é possível obter o valor do volume do corpo A:

$$10 + T = 10 \cdot V_A$$

$$40 = 10 \cdot V_A$$

$$V_A = 4 \text{ dm}^3$$

**Gabarito: C**

**10. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Quanto maior a altitude, em relação ao nível do mar,

- a) maior será a pressão atmosférica.
- b) maior será a temperatura.
- c) menor será a pressão atmosférica.
- d) maior será densidade do ar.

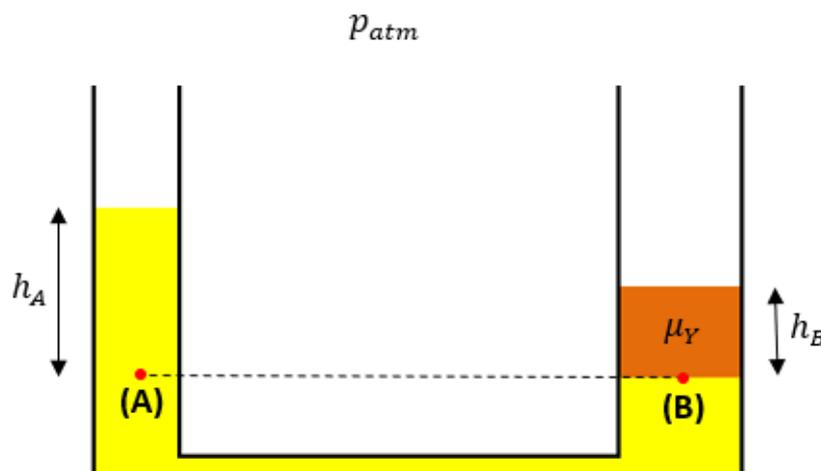
**Comentário:**

Altitudes elevadas apresentam baixas pressões.

**Gabarito: C**

**11. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Um líquido de densidade  $\mu_x$  é colocado no interior de um tubo em U. No ramo esquerdo desse tubo, sobre o primeiro líquido, é colocado outro líquido de densidade  $\mu_y$ . Em relação as pressões em A e B, assinale a alternativa correta:





- a)  $P_A = P_B$ , pelo princípio de Pascal.
- b)  $P_A \neq P_B$ , pelo princípio de Pascal.
- c)  $P_A \neq P_B$ , pelo princípio de Stevin.
- d)  $P_A = P_B$ , pelo princípio de Stevin.

**Comentário:**

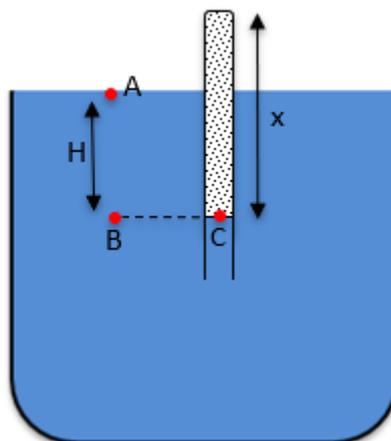
Para um mesmo líquido, pontos que estão na mesma horizontal tem a mesma pressão – Stevin.  
Desta maneira,

$$P_A = P_B$$

**Gabarito: D**

**12. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Considere um tubo que contém ar emborcado na água. Sabendo que a distância entre os pontos A e B é H e que o tamanho da coluna de gás é, qual é a pressão do gás? A densidade da água é  $\rho$  e a pressão atmosférica é  $P_{atm}$ .





- a)  $p_{ATM} + \rho \cdot g \cdot H$
- b)  $p_{ATM} + \rho \cdot g \cdot X$
- c)  $\rho \cdot g \cdot H$
- d)  $\rho \cdot g \cdot x$

**Comentário:**

Pela figura vemos que o ponto C, que está na interface entre o líquido e o gás, possui a pressão de dentro do tubo, dessa forma, almejamos saber a pressão de C.

$$p_C = p_B$$

Sabendo que o ponto A está em contato direto com a atmosfera temos que sua pressão é dada por:

$$p_A = p_{ATM}$$

Pelo teorema de Stevin, podemos calcular a pressão do ponto B como:

$$p_B = p_A + \rho \cdot g \cdot H$$

$$p_B = p_{ATM} + \rho \cdot g \cdot H$$

Como,

$$p_C = p_B$$

Então:

$$p_C = p_{ATM} + \rho \cdot g \cdot H$$

**Gabarito: A**

**13. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Assinale a alternativa correta em relação aos princípios da hidrostática.

- a) O empuxo atuando sobre um corpo totalmente submerso sempre é igual ao peso.
- b) Se um corpo oco é colocado em recipiente com água, para calcular a força empuxo sobre o corpo, devemos utilizar apenas o volume que contém material.
- c) Se a medição estiver sendo feito em outro planeta, a força de empuxo tem valor diferente.
- d) Se, sobre um corpo em equilíbrio, só está atuando a força peso e a força de empuxo, a medição do volume submerso do corpo no fluido depende do planeta em que está sendo feita a medida.
- e) A força de empuxo é uma resultante horizontal das forças hidrostáticas que atuam sobre o corpo.

**Comentário:**

- a) Falsa. Podem conter mais forças atuando sobre o corpo.
- b) Falsa. Deve ser utilizado o volume total, incluindo parte oca.



- c) Verdadeira. A força de empuxo depende da gravidade local.  
d) Falsa.

$$mg = \rho g V_{SUB}$$

$$m = \rho V_{SUB}$$

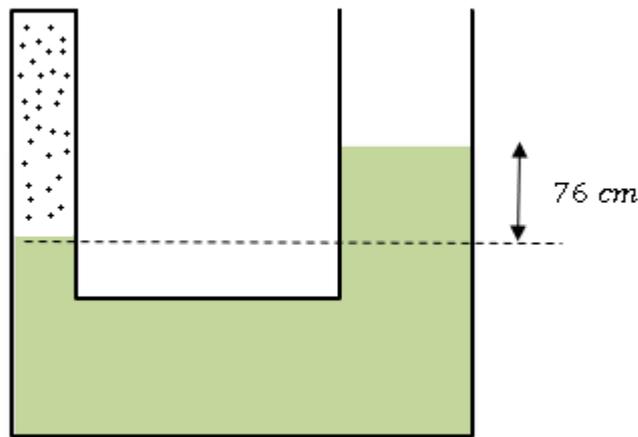
O volume submerso não depende da gravidade utilizada.

- e) Falsa. O empuxo é a resultante vertical das forças hidrostáticas.

**Gabarito: C**

**14. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Considere um tubo em U, em que o ramo da esquerda é fechado e o ramo da direita é aberto contendo mercúrio. O ramo da esquerda contém 1 mol de gás confinado. Se a pressão atmosférica vale 76 cm de mercúrio, a temperatura do gás é 27 °C e a constante dos gases é 62  $L \cdot mmHg/mol \cdot K$ , qual é o volume ocupado pelo gás?



- a) 11,3 L  
b) 12,3 L  
c) 13,3 L  
d) 14,3 L  
e) 15,3 L

**Comentário:**

A pressão no gás é numericamente igual a pressão da coluna de líquido acrescida da pressão atmosférica.

$$p_{gás} = 152 \text{ cmHg} = 1520 \text{ mmHg}$$

Desta maneira, temos:

$$p_{gás} \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$1520 \cdot V = 1 \cdot 62 \cdot 300$$



$$V = 12,3 L$$

**Gabarito: B**

**15. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Um corpo de massa  $m$  e densidade  $\rho \text{ kg/m}^3$  está flutuando em equilíbrio em um recipiente que contém um líquido de densidade  $5\rho \text{ kg/m}^3$ . Se o volume emerso vale  $V$ , qual é o valor da massa  $m$ ?

- a)  $\frac{\rho V}{4}$
- b)  $\frac{5\rho V}{4}$
- c)  $5\rho V$
- d)  $4\rho V$
- e)  $3\rho V$

**Comentário:**

O volume total do bloco é:

$$V_{total} = \frac{m}{\rho}$$

$$\frac{m}{\rho} = V + V_{submerso}$$

$$V_{submerso} = \frac{m}{\rho} - V$$

Se o bloco está em equilíbrio, a força peso é igual a força de empuxo sobre o bloco.

$$E = mg$$

$$\rho \cdot g \cdot V_{sub} = mg$$

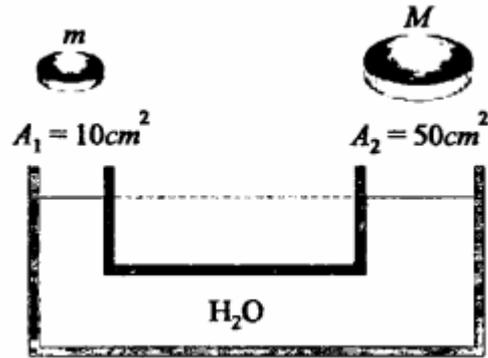
$$5\rho \cdot g \cdot \left(\frac{m}{\rho} - V\right) = mg$$

$$m = \frac{5\rho V}{4}$$

**Gabarito: B**

**16. (Prof. Vinicius Fulconi)**

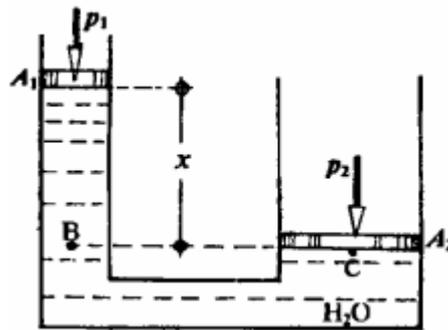
Nos tubos comunicantes verticais da figura, deseja-se instalar os êmbolos que são mostrados e cujas massas são  $m = 100 g$  e  $M = 800 g$ . Deseja-se averiguar as posições desses êmbolos quando o sistema estiver em equilíbrio. Considerar que os êmbolos fecham hermeticamente os tubos e que não existe atrito. A densidade da água é  $1 \text{ g/cm}^3$  e a gravidade vale  $10 \text{ m/s}^2$ . Qual será a distância vertical entre os êmbolos no equilíbrio do sistema?



- a) 3 cm
- b) 4 cm
- c) 5 cm
- d) 6 cm

**Comentário**

Desenhando o problema no equilíbrio:



Com isso, igualando as pressões entre B e C, temos:

$$\frac{m \cdot g}{A_1} + \rho_{\text{agua}} \cdot g \cdot x = \frac{M \cdot g}{A_2}$$

Considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$

$$\frac{100 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{10 \cdot 10^{-4}} + 10^3 \cdot 10 \cdot x = \frac{800 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{50 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow \frac{1}{10} \cdot 10^4 + 10^4 \cdot x = \frac{8}{50} \cdot 10^4$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10} + x = \frac{8}{50} \Rightarrow x = \frac{8}{50} - \frac{5}{50} = \frac{3}{50} = \frac{6}{100}$$

$$\boxed{x = 6 \text{ cm}}$$

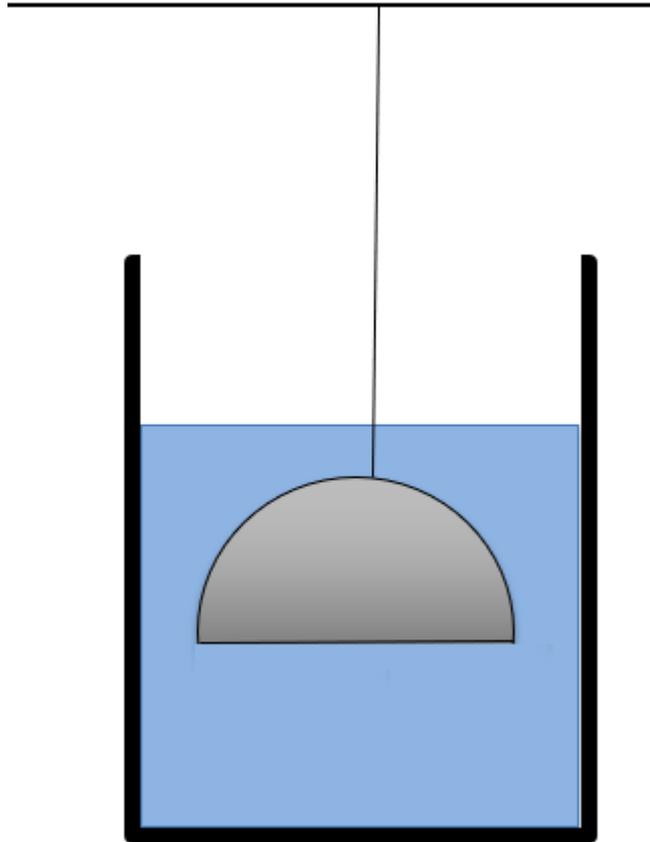
**Gabarito: D**

**Nível 3**

1. (Prof. Vinicius Fulconi)



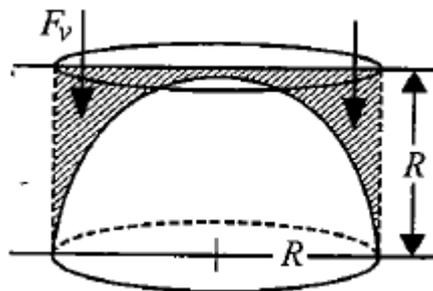
Um objeto com o formato de uma semiesfera sólida de raio  $R$  é colocado dentro de um líquido de densidade  $\rho$ . O objeto tem densidade  $d$ . A semiesfera está presa a um fio que está fixo no teto. Qual é tração na corda?



**Comentário:**

Sobre a semiesfera há dois tipos de força atuando. Uma força vertical para baixo e uma força vertical para cima.

A força vertical para baixo é numericamente igual a peso da água sobre a superfície. Esse peso é dado pelo volume hachurado.



$$F_V = \rho \cdot g \cdot V_{Hachurada}$$



$$V_{Hachurada} = \pi R^2 \cdot R - \frac{2\pi R^3}{3} = \frac{\rho \cdot g \cdot \pi R^3}{3}$$

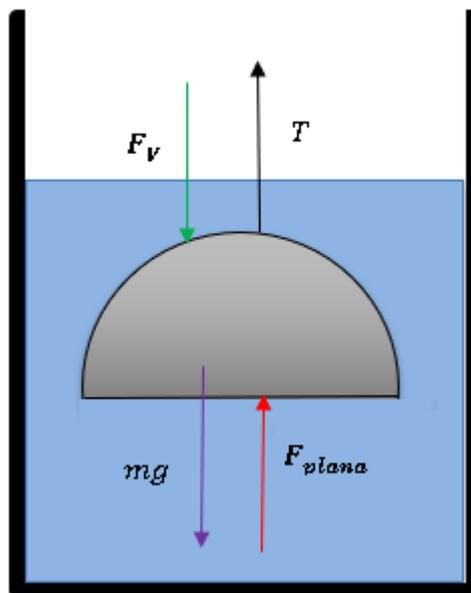
Substituindo, temos:

$$F_V = \frac{\rho \cdot g \cdot \pi R^3}{3}$$

Na parte plana, a força vertical é numericamente igual ao peso total da coluna de líquido. Esse peso corresponde ao volume de um cilindro.

$$F_{plana} = \rho \cdot g \cdot V_{cilindro}$$

$$F_{plana} = \rho \cdot g \cdot \pi R^3$$



Para o equilíbrio das forças, temos:

$$T + F_{plana} = F_V + mg$$

$$T + \rho \cdot g \cdot \pi R^3 = \frac{\rho \cdot g \cdot \pi R^3}{3} + mg$$

$$T = d \cdot \frac{4\pi R^3}{3} \cdot g - \frac{2\rho \cdot g \cdot \pi R^3}{3}$$

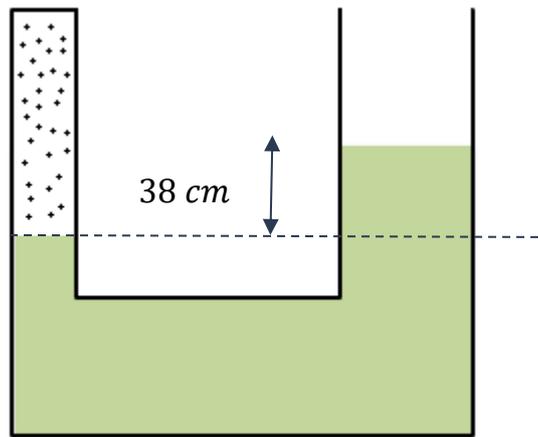


$$T = \frac{2\pi R^3 g}{3} (2d - \rho)$$

**Gabarito:**  $T = \frac{2\pi R^3 g}{3} (2d - \rho)$

**2. (Prof. Vinicius Fulconi)**

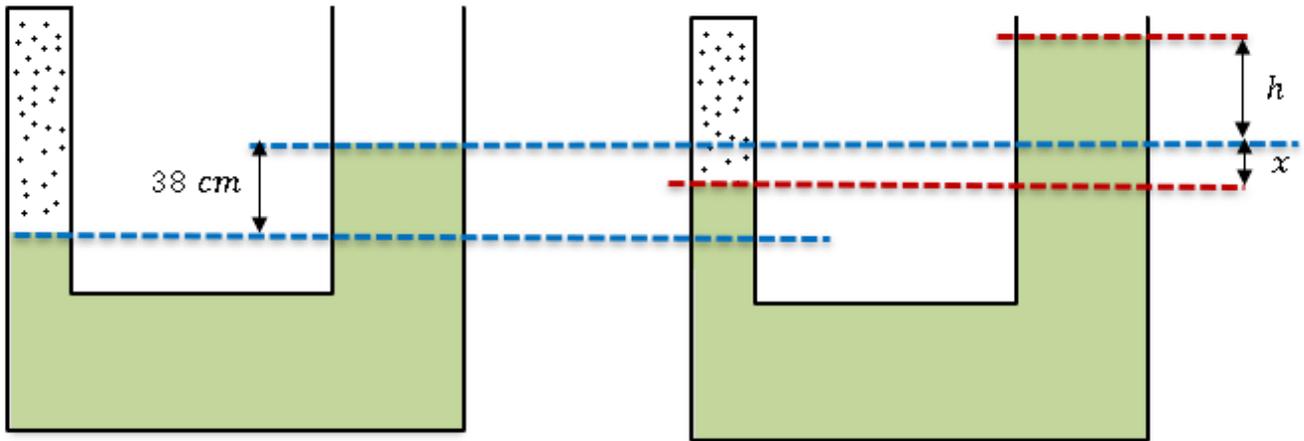
A figura mostra um tubo em U, com um ramo aberto e o outro ramo fechado. A seções do tubo aberto e fechado estão na proporção de 2:1, respectivamente. Inicialmente, a coluna de gás tem 12 cm. O ramo fechado contém uma certa quantidade de gás e o ramo aberto há uma certa quantidade de mercúrio. Qual a altura da coluna de mercúrio adicional que devemos inserir no ramo aberto para que a pressão de gás no ramo fechado aumente de 1/3? A temperatura é mantida constante e a pressão atmosférica é de 76 cm de mercúrio.



- a) 63 cm
- b) 41 cm
- c) 76 cm
- d) 152 cm
- e) 82 cm

**Comentário:**

Considere a situação inicial e a situação final do sistema:



A pressão inicial do gás é dada por:

$$p_{gás}^{inicial} = p_{atm} + p_{líquido}$$

$$p_{gás}^{inicial} = 76 + 38 = 114 \text{ cm}$$

A pressão final é dois terços da pressão inicial:

$$p_{gás}^{final} = \frac{4}{3} p_{gás}^{inicial} = \frac{4}{3} \cdot 114$$

$$p_{gás}^{final} = 152 \text{ cm}$$

Desta maneira, temos:

$$p_{gás}^{final} = h + x + 76 = 152$$

$$h + x = 76 \text{ (I)}$$

Para o gás ideal dentro do tubo, temos:

$$p_o \cdot V_o = P_f \cdot V_f$$

$$114 \cdot 12 = 152 \cdot (12 - (38 - x))$$

$$9 = x - 26$$

$$x = 35 \text{ cm}$$

Portanto, temos:

$$\boxed{h = 41 \text{ cm}}$$

**Gabarito: B**

### 3. (Prof. Vinicius Fulconi)

Um estudante deseja saber se seu anel é de ouro maciço. Utilizando uma balança, ele encontra que a massa do anel é de 53,2 g. Após medir a massa, ele mergulha completamente o anel em um recipiente com água e percebe que houve uma variação de 3,8 cm<sup>3</sup> no volume de água. Sabendo que a massa específica do ouro vale 19 g/cm<sup>3</sup>, assinale a alternativa correta.



- I) O anel é oco.
- II) O anel é maciço.
- III) O anel é oco e o volume de ouro é de  $1,4 \text{ cm}^3$ .
- IV) O anel é oco e o volume de ouro é de  $1 \text{ cm}^3$ .
- a) Apenas I é verdadeira.
- b) Apenas II é verdadeira.
- c) Apenas I, III e IV são verdadeiras.
- d) Apenas I e IV são verdadeiras.
- e) Apenas I e III são verdadeiras.

**Comentário:**

Esse problema evidencia a diferença entre densidade e massa específica. A densidade é calculada utilizando o volume total do corpo, contando partes ocas e preenchidas.

$$d = \frac{m}{V_{material} + V_{material}}$$

$$V_{material} + V_{material} = V_{total} = V_{deslocado \text{ de } \acute{a}gua}$$

Portanto, temos:

$$d = \frac{53,2}{3,8} = 14 \text{ g/cm}^3$$

Como a densidade é diferente da massa específica, o corpo não é maciço.

Para encontrar o volume de ouro (volume de material), fazemos:

$$\mu = \frac{m}{V_{material}}$$

$$19 = \frac{53,2}{V_{material}}$$

$$\boxed{V_{material} = 2,8 \text{ cm}^3}$$

Desta maneira, o volume oco é dado por:

$$V_{oco} + V_{material} = 3,8 \text{ cm}^3$$

$$V_{oco} + 2,8 \text{ cm}^3 = 3,8 \text{ cm}^3$$

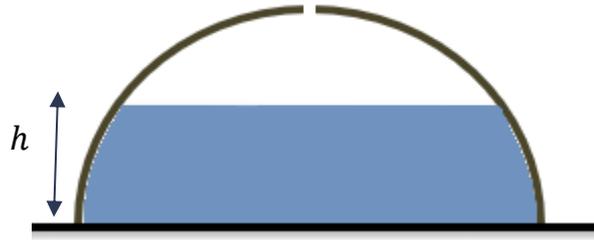
$$\boxed{V_{oco} = 1 \text{ cm}^3}$$

**Gabarito: D**

**4. (Prof. Vinicius Fulconi)**



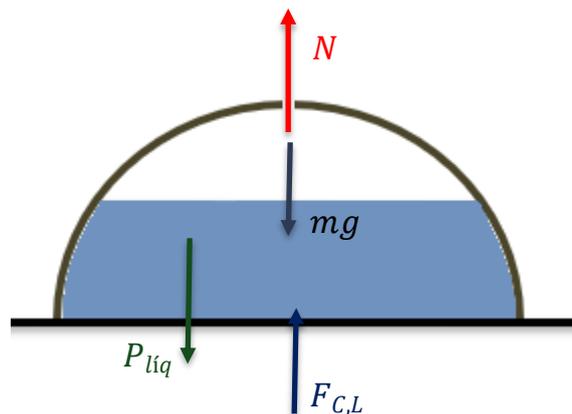
Considere uma campanula com formato semiesférico. Por um furo muito pequeno no topo, coloca-se um líquido de densidade  $\rho$ . Qual é a menor altura do líquido para que a campanula perca o contato com o solo? A massa da campanula é  $m$  e aceleração da gravidade é  $g$



- a)  $\sqrt[3]{\frac{m}{\rho}}$
- b)  $\sqrt[3]{\frac{3m}{\rho}}$
- c)  $\sqrt[3]{\frac{m}{3\rho\pi}}$
- d)  $\sqrt[3]{\frac{m}{\rho\pi}}$
- e)  $\sqrt[3]{\frac{3m}{\rho\pi}}$

**Comentário:**

Isolando o hemisfério + água, temos:



- A  $F_{C,L}$  é a resultante das forças que o chão faz no líquido, em reposta às forças que o líquido faz sobre o chão.
- A  $N$  é a resultante das forças de contato entre o chão e a borda do hemisfério.

Quando a água vaza (hemisfério perde o contato), temos  $N = 0$ .

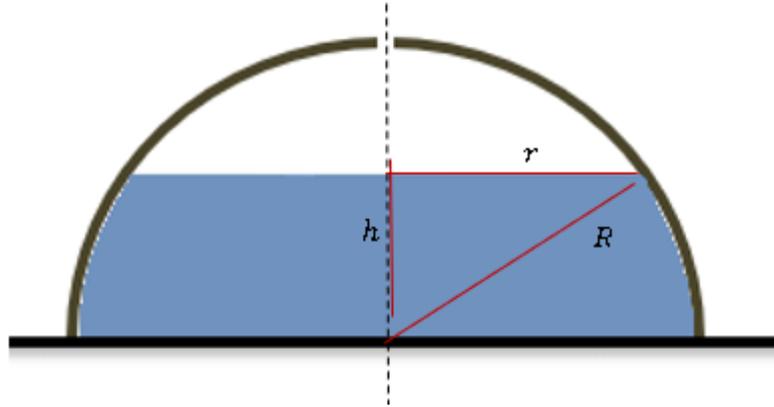
$$F_{C,L} = mg + P_{líq}$$



$$\rho g h \cdot \pi R^2 = m g + \rho \cdot V_{\text{líquido}} \cdot g$$

$$m = \rho (h \cdot \pi \cdot R^2 - V_{\text{líquido}})$$

O volume do líquido é:



O volume desse segmento esférico é dado por:

$$V_{\text{líquido}} = \frac{\pi h}{3} (3R^2 - h^2)$$

Substituindo na expressão da massa, temos:

$$m = \rho \left( h \cdot \pi \cdot R^2 - \frac{\pi h}{3} (3R^2 - h^2) \right)$$

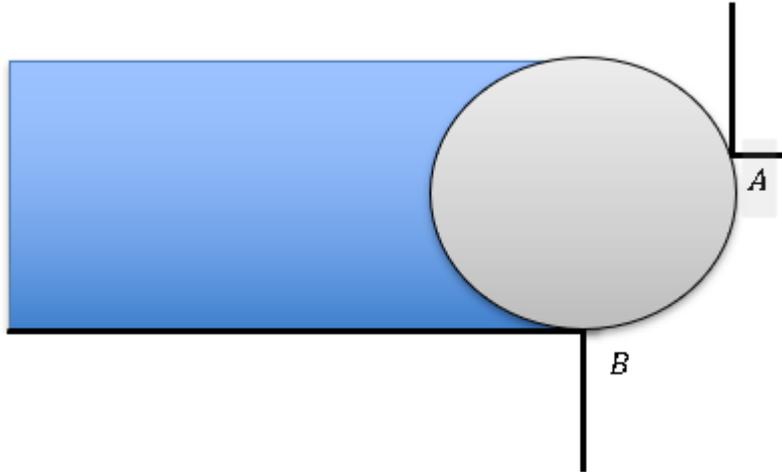
$$m = \frac{\rho \pi h^3}{3}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{3m}{\rho \pi}}$$

**Gabarito: E**

### 5. (Prof. Vinicius Fulconi)

No esquema da figura a seguir, o cilindro de diâmetro  $d$ , longitude  $L$  e massa  $m$  funciona como uma represa do líquido de densidade  $\rho$ . Qual é a razão entre as reações nos pontos A e B?



- a)  $\frac{\rho}{(d)}$
- b)  $\frac{2\rho}{\pi(d-\frac{\rho}{2})}$
- c)  $\frac{\rho}{\pi(d-\frac{\rho}{2})}$
- d)  $\frac{\rho}{(d-\frac{\rho}{2})}$
- e)  $\frac{2\rho}{(d+\frac{\rho}{2})}$

**Comentário:**



Para a reação do apoio A, temos:

$$R_A = p_{m\u00e9dia} \cdot A_{proj}$$

$$R_A = \frac{\rho \cdot g \cdot 2R}{2} \cdot 2R \cdot L$$

$$R_A = 2 \cdot \rho \cdot g \cdot L \cdot R^2$$

Para a reação do apoio B, temos:

$$R_B = P - E = mg - \rho \cdot g \cdot L \cdot \frac{\pi R^2}{2} = \pi R^2 L d g - \rho \cdot g \cdot L \cdot \frac{\pi R^2}{2}$$

$$R_B = \pi R^2 \cdot L \cdot g \left( d - \frac{\rho}{2} \right)$$

A razão é de:



$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{2\rho}{\pi \left( d - \frac{\rho}{2} \right)}$$

**Gabarito: B**

**6. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Ao pesar um bloco por meio de um dinamômetro no ar, na água e em um líquido desconhecido se obtém as indicações de 26 N; 18 N e 16 N respectivamente. Qual é a densidade (em  $\text{g/cm}^3$ ) tem o líquido desconhecido? A densidade da água vale  $1 \text{ g/cm}^3$ .

- a) 1,25
- b) 1,4
- c) 1,5
- d) 1,75
- e) 2

**Comentário:**

A indicação do dinamômetro é sempre a subtração entre o peso do bloco e o empuxo. No ar não há empuxo e, portanto, o dinamômetro mede o próprio peso do bloco.

$$P = 26 \text{ N}$$

Para a água temos:

$$\begin{aligned} 18 &= 26 - E_{\text{água}} \\ 8 &= E_{\text{água}} = \rho_{\text{água}} \cdot g \cdot V = 1 \cdot g \cdot V \\ 8 &= g \cdot V \end{aligned}$$

Para o outro líquido:

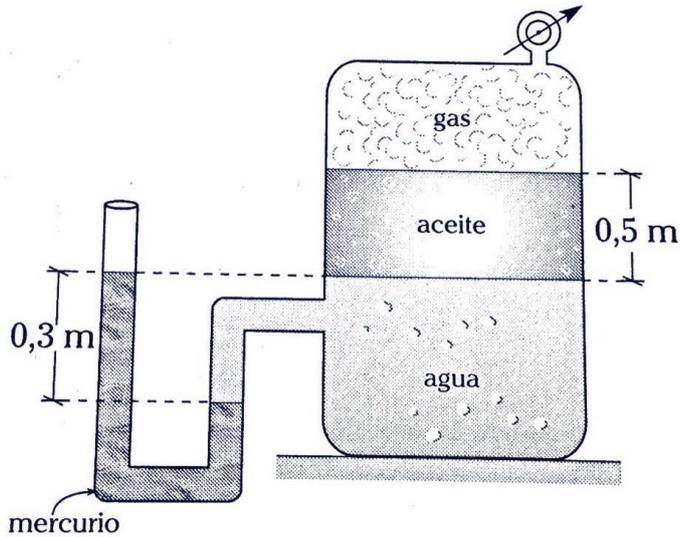
$$\begin{aligned} 16 &= 26 - E_{\text{líquido}} \\ 10 &= E_{\text{líquido}} = \rho_{\text{líquido}} \cdot g \cdot V = 1 \cdot g \cdot V \\ 10 &= \rho_{\text{líquido}} \cdot g \cdot V \\ 10 &= \rho_{\text{líquido}} \cdot 8 \end{aligned}$$

$$\rho_{\text{líquido}} = 1,25$$

**Gabarito: A**

**7. (Prof. Vinicius Fulconi)**

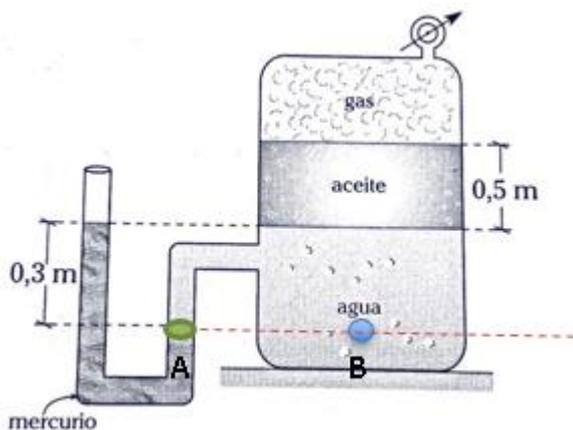
A figura abaixo mostra um sistema em repouso. Qual é a pressão do gás (em kPa)? Considere as densidades como  $\rho_{\text{azeite}} = 0,8 \text{ g/cm}^3$  e  $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \text{ g/cm}^3$ . A pressão atmosférica é 101 vezes maior que a pressão do gás e a densidade da água vale  $1 \text{ g/cm}^3$ .



- a) 38,8
- b) 0,368
- c) 0,348
- d) 0,338
- e) 32,8

**Comentário:**

Para uma mesma horizontal, as pressões para um mesmo líquido são iguais.



A pressão em A é dada pela coluna de 0,3 m de mercúrio acrescida da pressão atmosférica.

$$P_A = P_{ATM} + \rho \cdot g \cdot h$$

$$P_A = P_{ATM} + 13,6 \cdot g \cdot 0,3$$

A pressão em B é dada pela pressão do gás mais as colunas de água e de azeite:

$$P_B = P_{GÁS} + \rho' \cdot g \cdot h' + \rho \cdot g \cdot h$$

$$P_B = P_{GÁS} + 1 \cdot g \cdot 0,3 + 0,8 \cdot g \cdot 0,5$$



Pela lei de Stevin, temos:

$$P_A = P_B$$

$$101P_{GÁS} + 13,6 \cdot g \cdot 0,3 = P_{GÁS} + 1 \cdot g \cdot 0,3 + 0,8 \cdot g \cdot 0,5$$

$$P_{GÁS} = \frac{40,8 - 3 - 4}{100} = 0,338$$

$$\boxed{P_{GÁS} = 0,338 \text{ kPa}}$$

**Gabarito: D**

**8. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Dentro de um elevador que sobe com uma aceleração igual a  $5 \text{ m/s}^2$ , há um recipiente com água de altura de  $7,5 \text{ cm}$ . Se do fundo do recipiente se solta uma esfera, determine o tempo que demora à chegar a superfície. Considere  $\rho_{esfera} = 0,5\rho_{H_2O}$ . A aceleração da gravidade vale  $10 \text{ m/s}^2$ .

- a)  $0,05 \text{ s}$
- b)  $0,1 \text{ s}$
- c)  $0,15 \text{ s}$
- d)  $0,2 \text{ s}$
- e)  $0,25 \text{ s}$

**Comentário:**

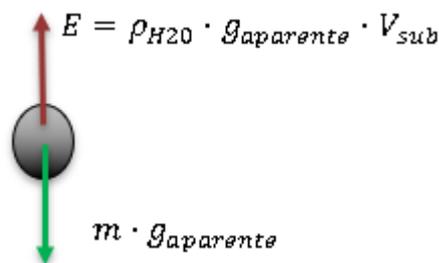
No referencial do elevador, a aceleração da gravidade é dada por:

$$a_{gravidade/elevador} = a_{gravidade/terra} - a_{elevador/terra}$$

$$a_{gravidade/elevador} = -10 \frac{m}{s^2} - 5 \frac{m}{s^2} = -15 \text{ m/s}^2$$

No interior do elevador há uma gravidade aparente de  $15 \text{ m/s}^2$ .

Sobre a esfera, atuam as seguintes forças:



A força resultante será dada por:

$$Fr = m \cdot a$$

$$\rho_{H_2O} \cdot g_{aparente} \cdot V_{sub} - m \cdot g_{aparente} = m \cdot a$$



$$\rho_{H20} \cdot g_{aparente} \cdot \frac{m}{\rho_{esfera}} - m \cdot g_{aparente} = m \cdot a$$

$$\rho_{H20} \cdot g_{aparente} \cdot \frac{1}{\rho_{esfera}} - g_{aparente} = a$$

$$g_{aparente} \cdot \left( \frac{\rho_{H20}}{\rho_{esfera}} - 1 \right) = a$$

$$15 \cdot (2 - 1) = a$$

$$a = 15 \text{ m/s}^2 (\text{Para cima})$$

Desta maneira, temos um movimento uniformemente acelerado de subida da esfera.

$$h = \frac{at^2}{2}$$

$$0,075 = \frac{15t^2}{2}$$

$$t = 0,1 \text{ s}$$

**Gabarito: B**

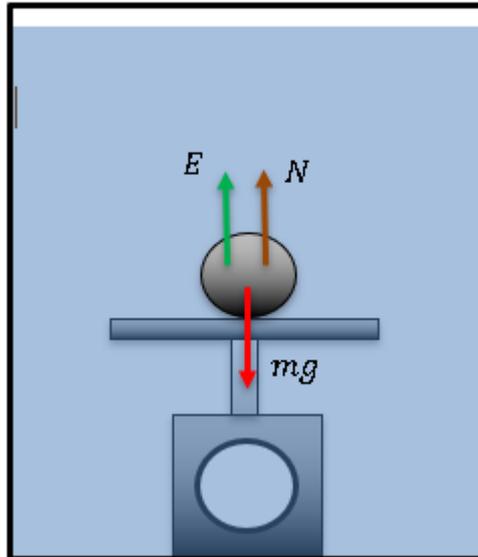
### 9. (Prof. Vinicius Fulconi)

Uma esfera maciça de alumínio, de raio  $R$  e densidade  $\rho$  está sobre uma balança submersa em água, cuja densidade vale  $d$ . Qual o valor da leitura da balança (em unidades de massa)? Adote a gravidade como  $g$ . A balança e a esfera estão totalmente submersas.

- a)  $\frac{4\pi R^3}{3} (d)$
- b)  $\frac{4\pi R^3}{3} (\rho - d)$
- c)  $\frac{4\pi R^3}{3} (\rho)$
- d)  $\frac{4\pi R^3}{3} (2\rho - d)$
- e)  $\frac{4\pi R^3}{3} (\rho - 2d)$

#### Comentário:

Devemos estabelecer todas as forças na esfera:



$$E + N = mg$$

$$d \cdot g \cdot V_{sub} + N = \rho \cdot V \cdot g$$

$$d \cdot g \cdot \frac{4\pi R^3}{3} + N = \rho \cdot \frac{4\pi R^3}{3} \cdot g$$

$$N = \frac{4\pi g R^3}{3} (\rho - d)$$

$$m' = \frac{4\pi R^3}{3} (\rho - d)$$

**Gabarito: B**

**10. (Prof. Vinicius Fulconi)**

Considere o tubo em U mostrado na figura. No ramo da esquerda há uma certa quantidade de gás. No ramo da direita, há água. Sabendo que o volume de gás é de 24,6 L, qual será a temperatura de um mol de gás?

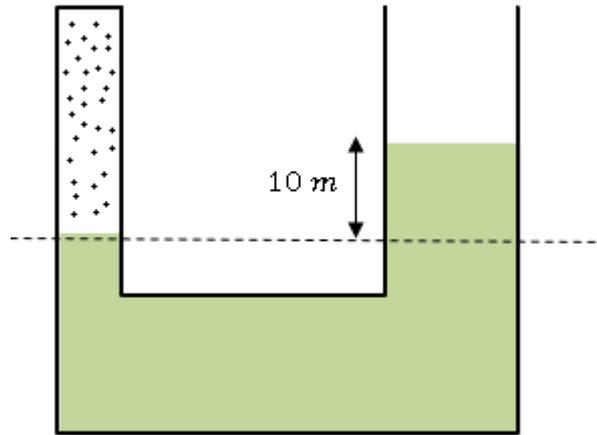
Dado:

A pressão atmosférica vale 1 atm.

A densidade da água é 1g/cm<sup>3</sup>.

1 atm = 10<sup>5</sup> Pa

A constante dos gases ideias é de 0,082 atm.L/mol.K



- a) 300 K
- b) 400 K
- c) 500 K
- d) 600 K

**Comentário:**

A pressão no gás é a soma entre a pressão atmosférica e a pressão da coluna de água. Um bizu muito interessante para saber é que 10 metros de água produzem 1 atm de pressão.

Desta maneira, a pressão no gás é de 2 atm.

Portanto, temos:

$$pV = nRT$$

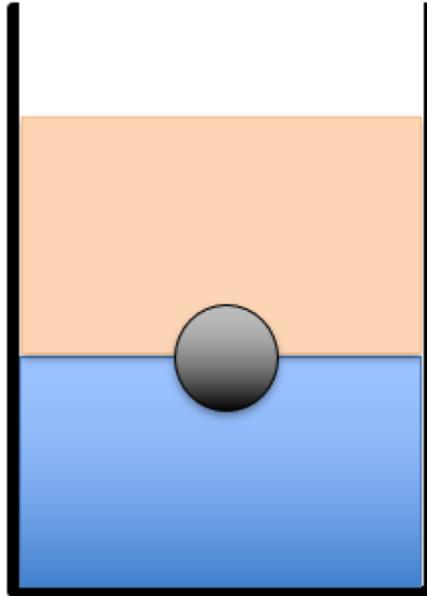
$$2 \cdot 24,6 = 1 \cdot 0,082 \cdot T$$

$$\boxed{T = 600 K}$$

**Gabarito: D**

**11. (Prof. Vinicius Fulconi)**

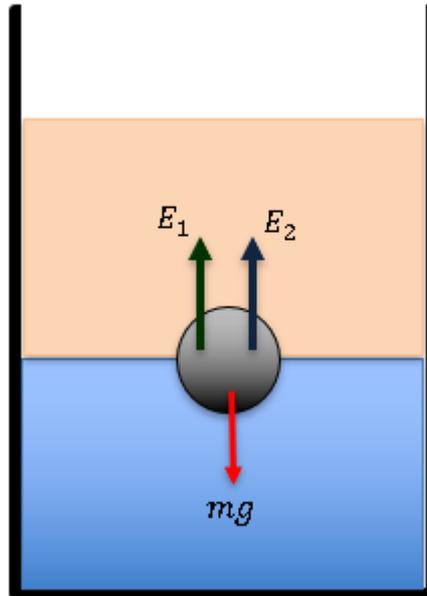
Considere um bloco esférico que está imerso com metade do seu volume no líquido 1 e a outra metade no líquido 2. A densidade do líquido 1 é  $1 \text{ g/cm}^3$  e a densidade do líquido 2 é  $2 \text{ g/cm}^3$ . Se o sistema está em equilíbrio, qual deve a densidade do corpo?



- a)  $1,0 \text{ g/cm}^3$
- b)  $1,5 \text{ g/cm}^3$
- c)  $2,0 \text{ g/cm}^3$
- d)  $2,5 \text{ g/cm}^3$
- e)  $3,5 \text{ g/cm}^3$

**Comentário:**

O diagrama de forças sobre o bloco é dado por:



Para o equilíbrio do bloco, temos:

$$mg = E_1 + E_2$$

$$d \cdot V \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot \frac{V}{2} + \rho_2 \cdot g \cdot \frac{V}{2}$$

$$d = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

$$d = \frac{1 + 2}{2}$$

$$d = 1,5 \text{ g/cm}^3$$

**Gabarito: B**



## Referências Bibliográficas

- [1] Tópicos da física 1: Volume 1 – Ricardo Helou Doca, Gualter José Biscuola, Newton Villas Boas – 21. Ed – São Paulo : Saraiva, 2012.
- [2] Problemas de Física Elementar: Saraeva – Editora Mir Moscou.
- [3] IIT JEE Problems: Cengage.

## Considerações Finais

**Querido aluno(a),**

Se você está com certo receio em algum tópico, reveja toda a teoria e depois refaça os exercícios propostos. Uma valiosa dica é fazer a lista inteira e só depois olhar o gabarito com a resolução. Com isso, você se forçará a ter uma maior atenção na feitura de questões e, portanto, aumentará sua concentração no momento de prova.

Se as dúvidas persistirem, não se esqueça de acessar o Fórum de Dúvidas! Responderei suas dúvidas o mais rápido possível!



Você também pode me encontrar nas redes sociais! 😊

Conte comigo,

### Siga minhas redes sociais!



*Bizuário da Física*



*@viniciusfulconi*



*@professorviniciusfulconi*



**Estratégia**