Estratégia Militares

Hidrostática

O estudo dos fluidos

Prof. Lucas Costa

Prof. Henrique Goulart

Aula 09

SUMÁRIO

Introdução

Além de fazer as questões do Colégio Naval, não deixe de fazer as questões das outras instituições que construirão seu conhecimento.

Caso tenha alguma dúvida entre em contato conosco através do fórum de dúvidas do Estratégia Militares, ou se preferir:

@prof.lucascosta

@profhenriquegoulart

1 - Conceitos fundamentais

Essa aula aborda o que alguns autores costumam chamar de **estudo dos fluidos**. Ela engloba fluidos em equilíbrio e em movimento, a *fluidostática* e a *fluidodinâmica*.

O termo fluidostática, se comparado a hidrostática, é mais completo. Isso porque ele traz a correta noção de que as relações aqui estudas se aplicam não só a água, mas a **qualquer fluido em equilíbrio**.

Um fluido é qualquer substância que **flui**, **escoa**, e **ocupa todo o volume que lhe é ofertado** em um recipiente, de forma mais rigorosa, um fluido é uma **substância que se deforma continuamente quando submetida a uma tensão de cisalhamento**. Os líquidos e os gases são considerados fluidos.

1.1 - Massa específica e densidade

Os conceitos de densidade e massa específica são erroneamente confundidos. Os termos densidade absoluta e densidade relativa, ao invés de esclarecer, tornam o entendimento de duas propriedades simples ainda mais desgostoso.

Apesar de algumas questões trazerem esses conceitos de forma mal-empregada, vamos nos ater à definição mais aceita pela comunidade científica. Não se preocupe, quando alguma questão trouxer algum conceito de forma conflitante ao que foi proposto nesse livro, deixarei isso explícito.

1.1.1 - A massa específica

A **massa específica**, também chamada de densidade absoluta, é uma **grandeza escalar** que é característica de **cada substância**. Ela é, inclusive, usada pelos químicos como uma forma de identificar diferentes compostos.

O símbolo usado para caracterizar a massa específica é a décima segunda letra do alfabeto grego, chamada mi (μ). Essa propriedade se define pela razão entre a massa e o volume de um corpo maciço, conforme a seguinte relação.

$\boldsymbol{\mu = \frac{m}{V}}$		**Massa específica de um corpo maciço**
$[\boldsymbol{\mu}] = \boldsymbol{kg/m^3}$	$[\boldsymbol{m}] = \boldsymbol{kg}$	$[\boldsymbol{V}] = \boldsymbol{m^3}$

Figura 09.1 – Uma mistura de óleo, água e areia em um recipiente. (Fonte: Shutterstock)

Como um exemplo, a massa específica da água é $\mu_{água} = 1000\ kg/m^3$, a de alguns tipos de óleos $\mu_{óleo} = 800\ kg/m^3$ e a da areia por volta de $\mu_{areia} = 1800\ kg/m^3$. Conforme nossos conhecimentos da Química, essas três substâncias são imiscíveis, portanto, o que acontece quando são colocadas em um mesmo recipiente?

O óleo ocupa a parte superior do recipiente, ao passo que a água a parte intermediária e a areia a parte inferior. A água e a areia compõem a fase inorgânica, e o óleo a fase orgânica dessa mistura composta por duas fases. Isso acontece pelo fato de que a massa específica da água é superior à do óleo, e a da areia superior à da água. Daí, podemos concluir que as substâncias de menor massa específica tendem a *flutuar* sobre as de maior massa específica.

1.1.2 - As unidades mais usuais

A unidade padrão do Sistema Internacional para a massa específica é o kg/m^3, contudo, comumente encontramos essa grandeza expressa em g/cm^3, vou lhe poupar dos detalhes de conversão e pedir para que você decore a relação entre essas unidades, e também as mais usuais unidades relacionadas ao volume de um corpo.

Unidade	Equivalência
$\boldsymbol{1\ g/cm^3}$	$1000\ kg/m^3$
$\boldsymbol{1\ m^3}$	$1000\ L$
$\boldsymbol{1\ dm^3}$	$1\ L$
$\boldsymbol{1\ cm^3}$	$1\ ml$

1.1.3 - A densidade

A densidade, por sua vez, é relativa e, portanto, adimensional. Por esse motivo, alguns autores costumar se referir a essa propriedade como densidade relativa. No caso de um corpo que não seja homogêneo, ou seja, tenha algum vazio ou seja oco, esse poderá ter uma densidade menor que a massa específica do material do qual é feita a sua parte não oca.

A densidade é definida pela razão entre a massa específica de duas substâncias 1 e 2, de acordo com a relação:

$\boldsymbol{d_{1,2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}}$	**Densidade de um corpo 1 em relação a um corpo 2.**	
$[\boldsymbol{d}] = \boldsymbol{1\ (adimensional)}$	$[\boldsymbol{\mu_1}] = \boldsymbol{kg/m^3}$	$[\boldsymbol{\mu_2}] = \boldsymbol{kg/m^3}$

Sendo a massa específica da água, $\mu_{água} = 1000\ kg/m^3$, e a de alguns tipos de óleos $\mu_{óleo} = 800\ kg/m^3$. Temos que a densidade do óleo em relação a água será:

$$d_{óleo,água} = \frac{\mu_{óleo}}{\mu_{água}} = \frac{800}{1000} = 0{,}8$$

Caso o avaliador seja omisso quanto a qual substância é usada como referência para a densidade fornecida, admita se tratar da água. A massa específica da água é usada como modelo para criação da maior parte de tabelas de densidade.

Com isso, caso você se depare com a informação de que a densidade do ouro é $d_{ouro} = 19$, admita que isso significa que $\mu_{ouro} = 19\ g/cm^3$, ou $\mu_{ouro} = 1{,}9 \cdot 10^4\ kg/m^3$.

Infelizmente, não é raro nos depararmos com alguma questão fazendo referência à massa específica de uma substância e, para isso, utilizando-se do termo “densidade”. Tenha bastante cuidado com esse tipo de questões e, com o intuito de ganhar os pontos e ser aprovado nos mais diversos exames que você prestar durante a sua trajetória, considere os dois conceitos análogos.

1.1.4 - A fração submersa

Um conceito bastante cobrado em provas de vestibular é a fração do volume submerso quando um corpo se encontra flutuando em outro. O percentual de volume submerso se dá pela razão entre as massas específicas dos dois corpos envolvidos, ou pela densidade entre dois corpos.

$fração\ submersa = \dfrac{\mu_1}{\mu_2} = d_{1,2}$	Densidade de um corpo 1 em relação a um corpo 2.

Confira um exemplo de uma questão recente.

1.2 - Pressão

Quando uma pessoa segura um lápis bem apontado, utilizando um dedo indicador de cada mão como apoio, e faz força por igual com as duas mãos, ela sente um incomodo maior no lado apontado do lápis.

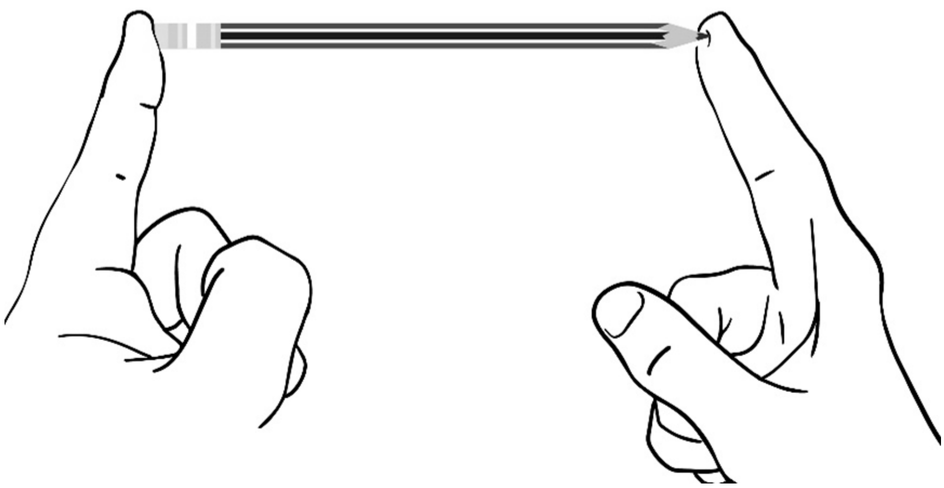


Figura 09.2 – Um lápis sendo apoiado por suas extremidades.

Isso acontece porque, uma vez que a área de contato entre o dedo e a ponta do lápis é menor, a pressão é maior. Esse conceito intuitivo nos leva inferir que a pressão é proporcional ao módulo da força perpendicular, e inversamente proporcional à área na qual essa força é aplicada.

$$\boldsymbol{Press\text{ã}o = \frac{\lvert\vec{F}\rvert}{A}}$$		**Pressão exercida por uma força perpendicular**
$$[\boldsymbol{Press\text{ã}o}] = \frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{m^2}} = \boldsymbol{Pa}$$	$[\boldsymbol{F}] = \boldsymbol{N}$	$[\boldsymbol{A}] = \boldsymbol{m^2}$

Repare que a unidade utilizada para a Pressão é o N/m^2, também conhecido como Pa (Pascal). Os gases da atmosfera terrestre, apesar da pequena massa específica, exercem uma pressão significativa na superfície terrestre, fruto de sua força peso. Essa pressão é conhecida como **pressão atmosférica**, e é usualmente aferida com a unidade atm, mas qual a relação entre as diferentes unidades de pressão?

Unidade	Equivalência
$\boldsymbol{1\ N/m^2}$	$1\ Pa$
$\boldsymbol{1\ atm}$	$\cong 1 \cdot 10^5\ Pa$
$\boldsymbol{1\ atm}$	$760\ mm\ Hg$
$\boldsymbol{1\ mm\ Hg}$	$1\ Torr$
$\boldsymbol{1\ atm}$	$1{,}01325\ Bar$

Note que $1\ atm \cong 1\ Bar$. A correlação mais importante dessa tabela é a entre a atm e o Pa. O atm é uma unidade mais fácil de ser compreendida, afinal, todos estamos sujeitos, quando ao ar livre e ao nível do mar, a uma pressão próxima de $1\ atm$, por outro lado, o Pa é a unidade padrão do Sistema Internacional com a qual devemos trabalhar durante a resolução de questões.

Achou estranhou aferir a pressão em função da altura do comprimento de uma coluna de fluido? É isso mesmo, $1\ atm$ corresponde a uma coluna de Mercúrio (Hg) de $760\ mm$, ou $76\ cm$. Isso é fruto de um experimento realizado por Torricelli que será discutido em momento oportuno.

Vamos exercitar para fixar esse novo conceito e suas unidades.

(2019/INÉDITA)

Um tanque de guerra de $3{,}0\ toneladas$ apoia-se através de duas esteiras, cada uma delas tem uma área de contato como solo de $1{,}0\ m^2$. Qual a pressão média exercida pelo veículo de guerra citado no solo?

Comentários

Devemos recorrer ao conceito de pressão para resolvermos essa questão:

	$Pressão = \frac{\lvert\vec{F}\rvert}{A}$	Pressão exercida por uma força perpendicular
$[P] = \frac{N}{m^2} = Pa$	$[F] = N$	$[A] = m^2$

Novamente, tome cuidado com as letras, pois a força peso do tanque é a força em questão. Lembre-se, também, que uma tonelada equivale a $10^3\ kg$.

	$Peso = m \cdot g$	Força peso
$[P] = N$	$[m] = Kg$	$[g] = 10\ m/s^2$

A área total de contato é o dobro da área de contato de cada esteira. Dessa forma, podemos calcular a pressão:

$$Pressão = \frac{força\ peso}{A_{total}}$$

$$Pressão = \frac{m_{tanque} \cdot g}{2 \cdot A_{esteira}} = \frac{3{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10}{2 \cdot 1{,}0}$$

$$Pressão = \frac{3{,}0 \cdot 10^4}{2} = 1{,}5 \cdot 10^4\ N/m^2 = 1{,}5 \cdot 10^4\ Pa$$

Gabarito: $\boldsymbol{P = 1,5 \cdot 10^4\ Pa}$

2 - A pressão no interior de um fluido

A pressão total no interior de um fluido aumenta em função da profundidade a qual um corpo se encontra, e é composta pela soma da pressão atmosférica P_0 e a pressão exercida pela coluna de fluido P_{fluido}.

Segundo o teorema de Stevin, as pressões exercidas em pontos de mesma altura em um único fluido são iguais. A noção teórica desse teorema foi cobrada recentemente.

(2019/EEAR)

A superfície de um líquido em repouso em um recipiente é sempre plana e horizontal, pois todos os seus pontos suportam a mesma pressão. Com base nessa afirmação, responda qual Lei descreve esse fenômeno físico.

a) Lei de Pascal b) Lei de Stevin c) Lei de Torricelli d) Lei de Arquimedes

Comentários

Segundo o engenheiro, físico e matemático Simon Stevin, em pontos de uma mesma profundidade dentro de um fluido, a pressão exercida é igual.

Gabarito: "b"

O peso do fluido é responsável por criar a pressão dentro do seu interior. Por esse motivo, a pressão de um fluido é função da sua massa específica, da aceleração da gravidade e da profundidade.

Vou lhe poupar das deduções, indo direto ao ponto, podemos escrever:

$\boldsymbol{P_{fluido} = \mu_{fluido} \cdot g \cdot h}$		**Pressão exercida por um fluido**	
$\boldsymbol{[P_{fluido}] = Pa}$	$\boldsymbol{[\mu_{fluido}] = kg/m^3}$	$\boldsymbol{[g] = 10\ m/s^2}$	$\boldsymbol{[h] = m}$

Cuidado, a pressão total no interior de um fluido, quando a tampa do recipiente for aberta ao ambiente externo, compreende também a pressão atmosférica:

$\boldsymbol{P_{total} = P_0 + P_{fluido}}$ $\boldsymbol{P_{total} = P_0 + \mu_{fluido} \cdot g \cdot h}$		**Pressão total no interior de um fluido**	
$\boldsymbol{[P_{fluido}] = Pa}$	$\boldsymbol{[\mu_{fluido}] = kg/m^3}$	$\boldsymbol{[g] = 10\ m/s^2}$	$\boldsymbol{[h] = m}$

Essa relação nos traz algumas implicações: dois pontos a uma mesma profundidade de um mesmo fluido apresentarão a mesma pressão, esses pontos são denominados **isóbaros**.

(2019/INÉDITA)

A vida consegue ocorrer mesmo em lugares inóspitos. Na fossa das Marianas, depressão oceânica entre as placas tectônicas do Pacífico e das Filipinas, a profundidade atinge até 11000 metros de profundidade. Nesse ambiente, a alta pressão é tão desafiadora que os seres vivos não conseguiriam viver na superfície, motivo pelo qual não podem ser trazidos para maiores estudos.

Considerando a massa específica da água igual a $1{,}0\ g/cm^3$, e a aceleração da gravidade $10\ m/s^2$, a pressão nesse ambiente é de cerca de

(A) 1 atm (B) 11000 atm (C) 1100 atm (D) 1101 atm (E) 1001 atm

Comentários

A pressão será dada pela soma da pressão atmosférica com a pressão da coluna de fluido:

$$P = P_0 + P_{fluido}$$

$$P = P_0 + \mu_{líquido} \cdot g \cdot h$$

$$P = 1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 11000$$

$$P = 1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 11000$$

$$P = 1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1100 \cdot 10$$

$$P = 1 \cdot 10^5 + 1100 \cdot 10^5$$

$$P = 1101 \cdot 10^5\, Pa = 1101\, atm$$

Gabarito: “d”

(2019/INÉDITA)

Recentemente, uma marca “A” lançou a décima primeira geração de um smartphone com o selo de certificação IP68, afirmando que esse era capaz de ficar totalmente submerso na água em uma profundidade de 4 metros por 30 minutos. Em contrapartida, os principais concorrentes afirmam que seus aparelhos são capazes de encarar uma profundidade de até 2 metros por 30 minutos.

Considere que a densidade da água é constante para diferentes profundidades. A pressão que o novo modelo é capaz de suportar, em comparação aos seus concorrentes, é maior em

a) 0,2 atm b) 1,2 atm c) 8,2 atm d) 30,2 atm

Comentários

A 2 metros de profundidade em água, a pressão é:

$$P = P_{atm} + P_{líq}$$

$$P = P_{atm} + \mu_{líq} \cdot g \cdot h$$

$$P = 1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 2$$

$$P = 1 \cdot 10^5 + 0{,}2 \cdot 10^5 = 1{,}2 \cdot 10^5\, Pa = 1{,}2\, atm$$

De maneira análoga, para 4 metros de profundidade:

$$P = P_{atm} + \mu_{líq} \cdot g \cdot h$$

$$P = 1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 4$$

$$P = 1 \cdot 10^5 + 0{,}4 \cdot 10^5 = 1{,}4 \cdot 10^5\, Pa = 1{,}4\, atm$$

Isso nos permite concluir que o novo aparelho é capaz de suportar 0,2 atm a mais que seus concorrentes.

Gabarito: “a”

(2019/INÉDITA)

O submarino argentino ARA San Juan foi localizado em novembro de 2018 em uma região de depressões submarinas, a 800 metros de profundidade e cerca de 600 km da cidade de Comodoro Rivadavia, na Patagônia.

A embarcação teria afundado um ano antes com 44 tripulantes a bordo. Dados coletados por estações hidroacústicas da Organização do Tratado de Interdição Completa de Ensaios Nucleares

(CTBTO) evidenciaram uma anomalia curta, incomum e violenta, característica de uma explosão. O resgate dos corpos é uma operação bastante complexa, sobretudo pela profundidade na qual o submarino se encontra.

Supondo que a pressão no interior do submarino seja mantida igual à atmosférica ao nível do mar, a força, em kN, necessária para que se abra uma portinhola retangular da embarcação, de $50 \ x \ 60 \ cm^2$ é de:

Fonte: Shutterstock

a) 12.400 b) 6.400 c) 2400 d) 3.200 e) 1.600

Note e adote:

Massa específica da água: $1{,}0 \cdot 10^3 \ kg/m^3$.

Adote que a massa específica da água é constante.

A aceleração da gravidade é de $10 \ m/s^2$.

Comentários

A pressão é definida por:

$Pressão = \frac{\lvert\vec{F}\rvert}{A}$		Pressão exercida por uma força perpendicular
$[Pressão] = \frac{N}{m^2} = Pa$	$[F] = N$	$[A] = m^2$

Note que, sabendo a área da superfície da portinhola, e a diferença de pressão a qual ela fica submetida, podemos determinar a força necessária para que ela seja aberta.

Sendo a janela um retângulo, de dimensões 50 e 60 cm, a sua área se dará por:

$A_{retângulo} = base \cdot altura$	Área de uma superfície retangular

Substituindo-se as dimensões em questão:

$$A_{janela} = 50 \cdot 60 = 3000 \ cm^2$$

$$A_{janela} = 3000\ cm^2 = 3000 \cdot 10^{-4}\ m^2$$

$$A_{janela} = 3 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4}\ m^2$$

$$A_{janela} = 3 \cdot 10^{-1}\ m^2$$

Para determinarmos a pressão sob a qual a janela está efetivamente sujeita, precisamos fazer a diferença entre as pressões internas e externas.

A pressão interna, de acordo com o enunciado, é a mesma da atmosfera ao nível do mar, ou seja, $1\ atm$. A pressão externa, a uma profundidade de $800\ m$, pode ser calculada usando o teorema de Stevin:

$$P_{total} = P_0 + P_{fluido}$$

Pressão total no interior de um fluido

$$P_{total} = P_0 + \mu_{fluido} \cdot g \cdot h$$

$[P_{fluido}] = Pa$	$[\mu_{fluido}] = Kg/m^3$	$[g] = 10\ m/s^2$	$[h] = m$

Para a profundidade de $800\ m$, temos:

$$P_{externa} = P_0 + \mu_{água} \cdot g \cdot h$$

Tenha em mente que $1\ atm \cong 1 \cdot 10^5\ Pa$:

$$P_{externa} = 1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 800$$

$$P_{externa} = 1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 \cdot 80 \cdot 10^1$$

$$P_{externa} = 1 \cdot 10^5 + 80 \cdot 10^5$$

$$P_{externa} = 81 \cdot 10^5\ Pa$$

A diferença de pressão é:

$$\Delta P = P_{externa} - P_{interna}$$

$$\Delta P = 81 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^5$$

$$\Delta P = 80 \cdot 10^5\ Pa = 80 \cdot 10^5\ N/m^2$$

Repare que, sendo a pressão interna do submarino de $1\ atm$, a diferença de pressão será a exercida pela coluna de fluido.

Voltando para a definição da pressão:

$$Pressão = \frac{|\vec{F}|}{A}$$

Podemos passar a área efetuando a multiplicação da pressão, como uma forma de isolarmos a força nessa relação:

$$Pressão \cdot A = F$$

Por fim, invertendo:

$$F = Pressão \cdot A$$

Substituindo-se os valores calculados e inferidos:

$$F = 80 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-1}$$

$$F = 8 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-1}$$

$$F = 24 \cdot 10^5 = 2400 \cdot 10^3$$

$$F = 2400\ kN$$

Como comparação, essa força equivale ao peso de um animal de 240.000 $\boldsymbol{kg}$. A baleia-azul, maior animal do nosso planeta, chega a $\mathbf{150.000}\ \boldsymbol{kg}$ quando em fase adulta.

Gabarito: "c".

2.1 – O experimento de Torricelli

Evangelista Torricelli, o mesmo da fórmula que descreve o movimento uniformemente variado de um corpo, mergulhou um tubo de um metro, previamente cheio de mercúrio, em um recipiente também contendo mercúrio.

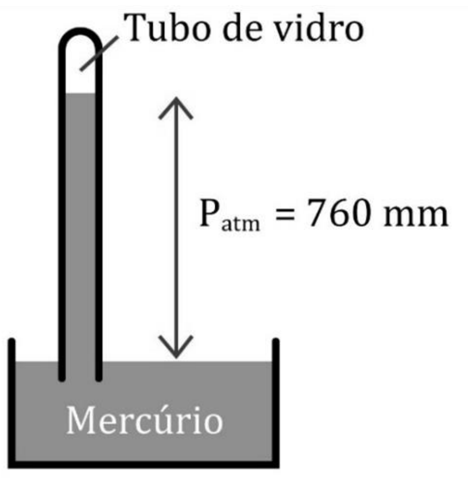


Figura 09.3 – O experimento de Torricelli.

O nível do mercúrio no tubo baixou até um certo ponto, mas ainda permaneceu com uma altura de $760\ mm$, ou $76\ cm$. Isso aconteceu devido ao fato de a pressão atmosférica exercer uma força na superfície do fluido do recipiente, contrabalanceando o peso do mercúrio do tubo de vidro.

Esse instrumento simples e eficiente é capaz de medir a pressão atmosférica local, ou seja, é um **barômetro**.

2.2 - Equilíbrio de fluidos imiscíveis: Vasos comunicantes

Um vaso comunicante, ou seja, com duas, ou mais, aberturas para a atmosfera e uma parte inferior na qual um fluido pode se movimentar apresenta algumas propriedades interessantes. Lembre-se que, para um mesmo fluido, dois pontos a uma mesma profundidade serão isóbaros, ou seja, terão a mesma pressão, independentemente do formato do tubo.

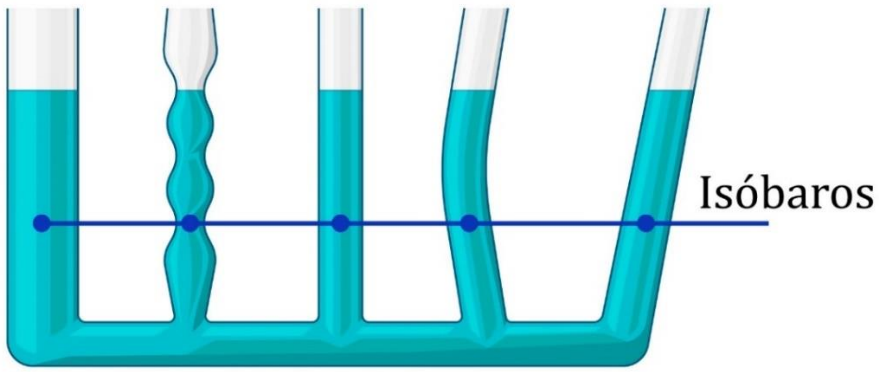


Figura 09.4 – Linhas com pontos isóbaros em vasos comunicantes.

O experimento fica ainda mais interessante quando unimos dois ou mais fluidos imiscíveis (que não se misturam) em um tubo em U. Repare o que acontece quando adicionamos óleo em um recipiente que antes continha somente água em equilíbrio.

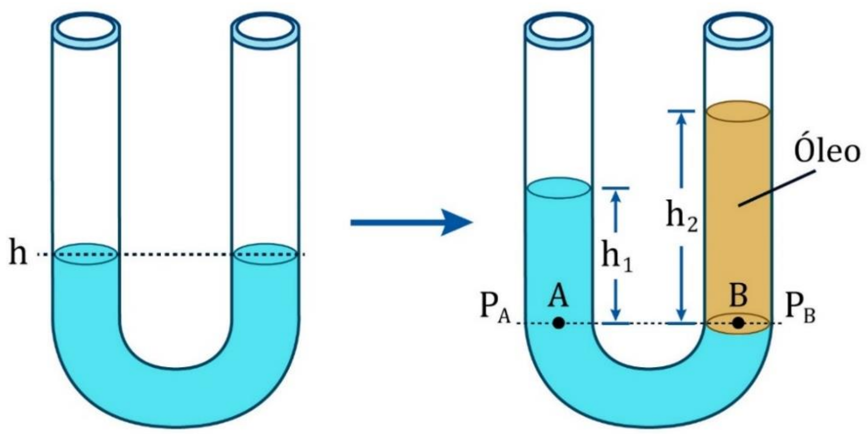


Figura 09.5 – Óleo adicionado em um tubo em U em equilíbrio que antes só continha água.

Na segunda situação, os pontos A e B estão sujeitos à mesma pressão, pois eles estão no mesmo fluido e no mesmo nível. Isso significa que a coluna de fluido acima deles tem uma pressão equivalente. Com isso, podemos escrever que:

$$P_A = P_B$$

Como os tubos são abertos, a pressão nos pontos equivale à soma da pressão atmosférica e a pressão criada pela coluna de fluido acima de cada um dos pontos.

$$P_0 + P_{água} = P_0 + P_{óleo}$$

Podemos eliminar a pressão atmosférica em ambos os lados dessa equação.

$$\cancel{P_0} + P_{água} = \cancel{P_0} + P_{óleo}$$

$$P_{água} = P_{óleo}$$

Explicitando a pressão da coluna de um fluido:

$$\mu_{água} \cdot g \cdot h_1 = \mu_{óleo} \cdot g \cdot h_2$$

Cancelando a aceleração da gravidade nos dois lados da equação:

$$\mu_{água} \cdot \cancel{g} \cdot h_1 = \mu_{óleo} \cdot \cancel{g} \cdot h_2$$

Finalmente, chegamos à equação que relaciona os dois pontos isóbaros no interior do tubo comunicante da figura:

$$\boxed{\mu_{água} \cdot h_1 = \mu_{óleo} \cdot h_2}$$

Extrapolando essa relação para uma situação qualquer, em que um dos pontos isóbaros têm acima n fluidos de massa específica μ e coluna de cada um desses fluidos de altura h:

$$\boxed{\boldsymbol{\mu_1 \cdot h_1 + \mu_2 \cdot h_2 + \cdots + \mu_n \cdot h_n = \mu_1 \cdot h_1 + \mu_2 \cdot h_2 + \cdots + \mu_n \cdot h_n}}$$

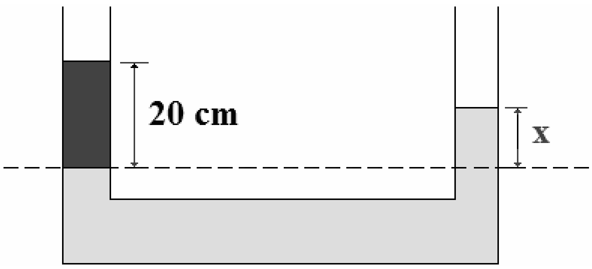
Vamos ver um exemplo para aplicarmos essa relação:

(2018/EEAR)

Em um sistema de vasos comunicantes, são colocados dois líquidos imiscíveis, água com densidade de 1,0 g/cm^3 e óleo com densidade de 0,85 g/cm^3.

Após os líquidos atingirem o equilíbrio hidrostático, observa-se, numa das extremidades do vaso, um dos líquidos isolados, que fica a 20 cm acima do nível de separação, conforme pode ser observado na figura.

Determine o valor de x, em cm, que corresponde à altura acima do nível de separação e identifique o líquido que atinge a altura x.



a) 8,5; óleo
b) 8,5; água
c) 17,0; óleo
d) 17,0; água

Comentários

A água tem massa específica maior que o do óleo, portanto, uma coluna de água tem maior peso do que uma de óleo de mesma altura. Nessa mesma linha de raciocínio, para equilibrar uma coluna maior de óleo, é necessária uma coluna menor de água. Com isso, podemos concluir que o fluido x é a água.

Podemos calcular a altura x fazendo uso da relação para fluidos imiscíveis em tubos comunicantes. Em relação à linha tracejada:

$$\mu_{óleo} \cdot h_{óleo} = \mu_{água} \cdot h_{água}$$

Sendo essa uma simples relação, podemos substituir os valores fora das unidades padrões do Sistema Internacional, com o cuidado de nos lembrarmos que as grandezas descobertas seguirão as unidades equivalentes às fornecidas:

$$0{,}85\left(\frac{g}{cm^3}\right) \cdot 20\ (cm) = 1{,}0\left(\frac{g}{cm^3}\right) \cdot x\ (cm)$$

$$0{,}85 \cdot 20\ = 1{,}0 \cdot x$$

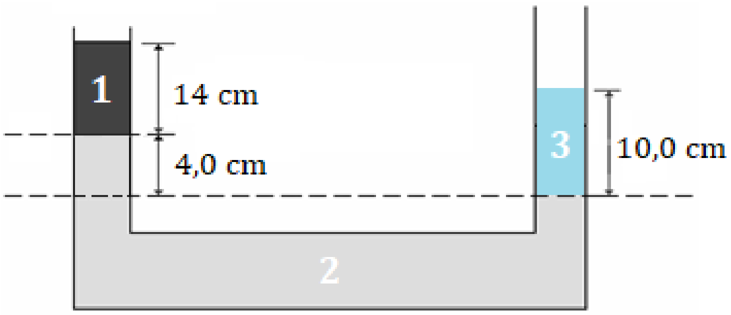
$$x = 0{,}85 \cdot 20 = 17\ cm$$

Gabarito: “d”

Vamos resolver uma com mais de 2 fluidos em equilíbrio:

(2019/INÉDITA)

Três líquidos imiscíveis estão em equilíbrio em um tubo em U, como representados na figura abaixo. Sendo $\mu_1 = 1{,}0\ g/cm^3$ e $\mu_2 = 6{,}0\ g/cm^3$, determine a massa específica do fluído 3 μ_3, em g/cm^3.



Comentários

Podemos calcular a massa específica do fluído 3, μ_3, fazendo uso da relação para fluidos imiscíveis em tubos comunicantes. Em relação à linha tracejada mais abaixo, já que ela representa uma linha isobárica, podemos escrever:

$$\mu_1 \cdot h_1 + \mu_2 \cdot h_2 = \mu_3 \cdot h_3$$

Sendo essa uma simples relação, podemos substituir os valores fora das unidades padrões do Sistema Internacional, com o cuidado de nos lembrarmos que as grandezas descobertas seguirão as unidades equivalentes às fornecidas:

$$1{,}0 \cdot 14 + 6{,}0 \cdot 4{,}0 = \mu_3 \cdot 10$$

$$14 + 24 = \mu_3 \cdot 10$$

$$38 = \mu_3 \cdot 10$$

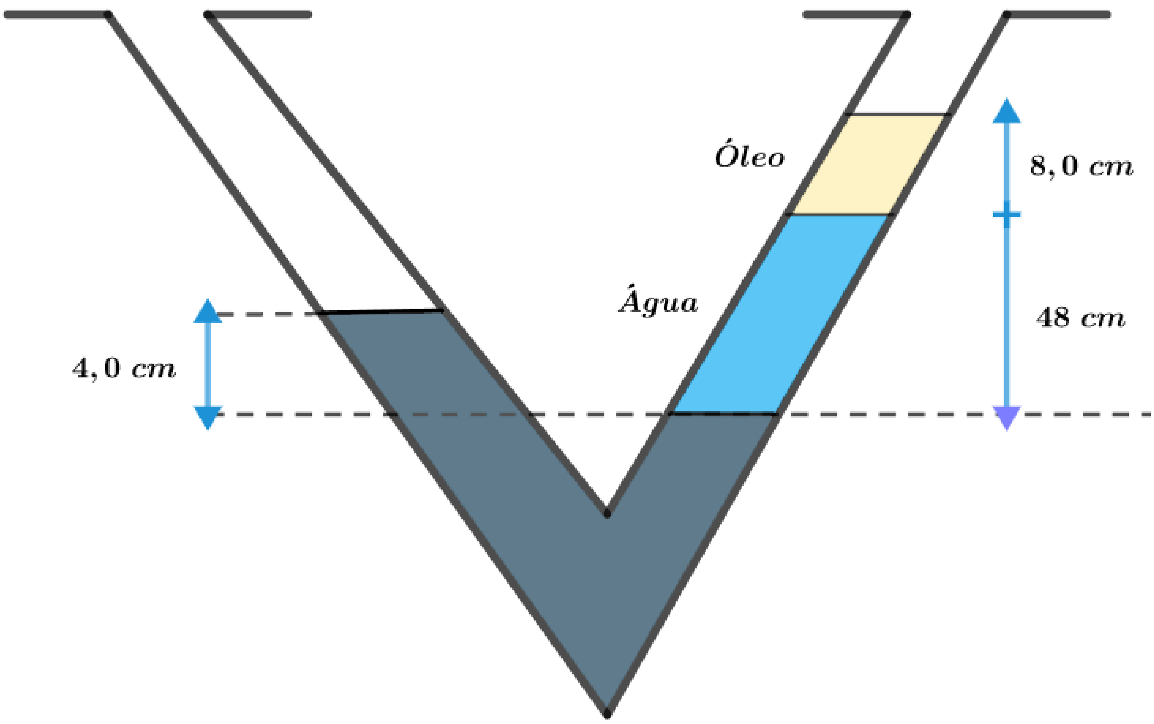
$$\mu_3 = \frac{38}{10} = 3{,}8\ g/cm^3$$

Gabarito: $\boldsymbol{\mu_3 = 3,8\ g/cm^3}$

(2019/INÉDITA)

Fluidos imiscíveis possuem comportamento característico quando colocados em tubos comunicantes e abertos para a atmosfera. Admita que a massa específica de um certo óleo seja de $0{,}8\ g/cm^3$.

Considere que o arranjo descrito pela figura tenha sido feito usando-se um líquido escuro, denominado “x”, água e óleo.



Se os três fluidos são imiscíveis, podemos afirmar que a massa específica do líquido x vale

a) $13600\ kg/m^3$ b) $13{,}6\ kg/m^3$ c) $1{,}36\ kg/m^3$ d) $136000\ kg/m^3$

Comentários

Pelo equilíbrio de pressão entre as superfícies à mesma altura do líquido x:

$$\mu_x \cdot g \cdot 4{,}0 = \mu_{água} \cdot g \cdot 48 + \mu_{óleo} \cdot g \cdot 8{,}0$$

$$\mu_x \cdot \cancel{g} \cdot 4{,}0 = \mu_{água} \cdot \cancel{g} \cdot 48 + \mu_{óleo} \cdot \cancel{g} \cdot 8{,}0$$

$$\mu_x \cdot 4{,}0 = \mu_{água} \cdot 48 + \mu_{óleo} \cdot 8{,}0$$

A massa específica do óleo foi fornecida no enunciado da questão, ao passo que a da água veio no comando inicial da prova de Física.

$$\mu_x \cdot 4{,}0 = 1{,}0 \cdot 48 + 0{,}8 \cdot 8{,}0$$

$$\mu_x \cdot 4{,}0 = 48 + 6{,}4$$

$$\mu_x \cdot 4{,}0 = 48 + 6{,}4$$

$$\mu_x = 13{,}6\ g/cm^3 = 13600\ kg/m^3$$

Gabarito: "a"

(2019/INÉDITA)

Um instrumento usado para a aferição da pressão de fluidos é formado por dois tubos verticais que se comunicam por suas bases e são abertos em suas extremidades. O conjunto é preenchido de forma parcial por um fluido imiscível com a água e, inicialmente, o nível nos tubos é o mesmo. Em um certo momento, é introduzida água no tubo da esquerda, de modo a criar uma pressão equivalente a $240\ Pa$.

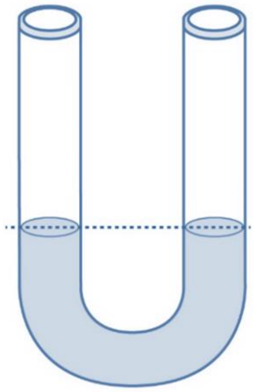


Figura meramente ilustrativa

Considerando que não ocorram vazamentos no sistema, o fluido no tubo à direita experimentará uma ascensão, em mm, igual a

a) 24 b) 12 c) 2,0 d) 8,0 e) 10

Note e adote:

Diâmetro do tubo à esquerda: $40\ mm$

Diâmetro do tubo à direita: $20\ mm$

Densidade do fluido que preenche o instrumento: 2,4

Massa específica da água: $1{,}0\ g/cm^3$

Aceleração local da gravidade $= 10\ m/s^2$

Comentários

Primeiro devemos descobrir a quantos mm de coluna de água, a pressão de $240\ Pa$ equivale:

$$240 = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot h_{H_2O}$$

$$h_{H_2O} = \frac{24 \cdot 10}{10^4} = \frac{24}{10^3} m = \frac{24}{10^3} \cdot 10^3\ mm = 24\ mm$$

Uma vez que não existem vazamentos, podemos escrever que o volume do fluido no tubo à esquerda, que desceu "a" mm em relação ao ponto original, equivaleu à subida de "b" mm no tubo à direita.

$$V_{esquerda} = V_{direita}$$

$$\pi \cdot r_{esquerda}^2 \cdot a = \pi \cdot r_{direita}^2 \cdot b$$

$$\cancel{\pi} \cdot 20^2 \cdot a = \cancel{\pi} \cdot 10^2 \cdot b$$

$$400 \cdot a = 100 \cdot b \Rightarrow\ b = 4 \cdot a$$

Pela lei de Stevin, podemos escrever:

$$P_A = P_B$$

$$P_{atm} + P_{H_2O} = P_{atm} + P_{fluido}$$

$$\cancel{P_{atm}} + P_{H_2O} = \cancel{P_{atm}} + P_{fluido}$$

$$\mu_{H_2O} \cdot g \cdot h_{H_2O} = \mu_{fluido} \cdot g \cdot h_{fluido}$$

Se devemos considerar o ponto de interface entre os dois fluidos, temos que a coluna de fluido no tubo à direita subiu de $a + b$:

$$1{,}0 \cdot \cancel{g} \cdot 24 = 2{,}4 \cdot \cancel{g} \cdot (a + b)$$

$$\frac{24}{2{,}4} = 2{,}4 \cdot (a + b)$$

$$10 = a + b$$

Devemos resolver o sistema para determinar a ascensão pedida, dada por b:

$$10 = a + 4 \cdot a \Rightarrow a = 2$$

Logo:

$$b = 4 \cdot a = 4 \cdot 2 = 8$$

Gabarito: "d".

2.3 - Princípio de Pascal: a Prensa Hidráulica

Qualquer variação de pressão ocorrida num ponto de um fluido em equilíbrio se transmite integralmente a todos os pontos desse fluido.

De forma mais didática: imagine um tubo em U, no qual um fluido está em equilíbrio, suponha que exista um êmbolo (como em uma seringa) em cada uma das aberturas desse tubo. A pressão exercida em uma das aberturas é semelhante à exercida na outra. Existem inúmeras aplicações práticas para esse princípio, desde freios e direções hidráulicas a sistemas elaborados de prensas e balanças, e todas fazem uso da mesma aplicação: obter uma força maior que a exercida:

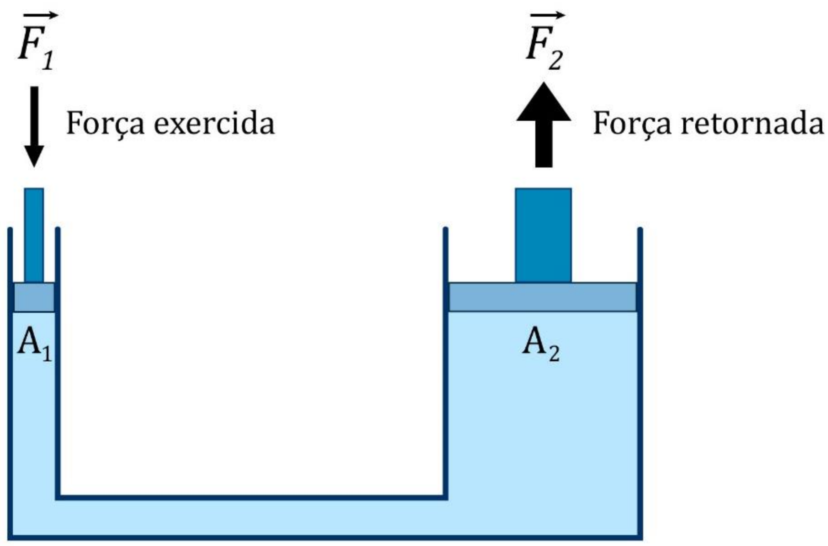


Figura 09.6 – Esquema de uma prensa hidráulica simples.

Como a pressão nos dois êmbolos é igual, podemos escrever:

$$Pressão_1 = Pressão_2$$

Desenvolvendo essa expressão, fazendo uso da definição da pressão, temos:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Relação extraída de uma prensa hidráulica

3 - O princípio de Arquimedes

Arquimedes inferiu que um corpo, quando submerso em um fluido, perde parte de seu peso. Isso decorre do fato de que o fluido tenta *expulsar* esse corpo, exercendo uma força com direção vertical e sentido para cima, chamada de **força de empuxo**.

Essa força é proporcional ao **peso do líquido deslocado**, como o volume de líquido deslocado é semelhante ao volume do corpo, é mais intuitivo nos referirmos a esse último na formulação de uma relação para o **empuxo**.

3.1 - O Empuxo

O empuxo é proporcional ao peso do fluido deslocado pelo corpo submerso.

$$E = P_{fluido\ deslocado}$$ Relação fundamental da força de empuxo.

Sabemos que o peso de um corpo se dá pelo produto entre a sua massa e a gravidade.

$$E = m_{fluido\ deslocado} \cdot g$$

Durante o estudo da fluidostática e da fluidodinâmica é muito mais habitual que, ao invés de usarmos a massa de um corpo, façamos referência ao produto entre o seu volume a sua massa específica, veja como esses dois são congruentes, a partir da definição da massa específica:

$$\mu = \frac{m}{V}$$ Massa específica de um corpo maciço

Logo:

$$\mu \cdot V = m$$

$$m = \mu \cdot V$$

Assim podemos escrever para o empuxo:

$$E = \mu_{fluido} \cdot V_{fluido\ deslocado} \cdot g$$

Finalmente, como o volume do fluido deslocado é semelhante ao volume do corpo submerso, contanto que esse corpo não sofra nenhuma deformação.

Desse modo, podemos escrever para a força de empuxo:

$$\boldsymbol{E = \mu_{fluido} \cdot V_{corpo\ submerso} \cdot g}$$ **Força de empuxo exercida em função da massa específica do fluido**

$[E] = N$	$[\mu] = kg/m^3$	$[V] = m^3$	$[g] = m/s^2$

3.1.1 - Flutuabilidade

O peso aparente é uma maneira de se referir à resultante das forças em um corpo submerso em um fluido. Ela dá a falsa impressão de que todo corpo em um fluido tem uma força resultante com direção vertical e sentido para baixo, o que é falso.

De modo facilitado, a direção da resultante das forças é função da relação entre as massas específicas do fluido e do corpo nele submerso: um corpo de massa específica menor que a massa específica do fluido irá flutuar, visto que a força de empuxo será superior que a sua força peso.

De modo contrário, um corpo cuja massa específica seja maior que a do fluido no qual esteja submerso irá afundar, pois a sua força peso é maior que a força de empuxo.

Em uma última situação, caso a massa específica do corpo e a do fluido sejam semelhantes, a força peso e a força de empuxo terão o mesmo módulo e irão se anular, dessa forma, o corpo ficará em repouso no interior do fluido.

Veja um exemplo com cortiça, ferro e uma melancia. Esses materiais têm massa específica menor, maior e igual à da água, respectivamente.

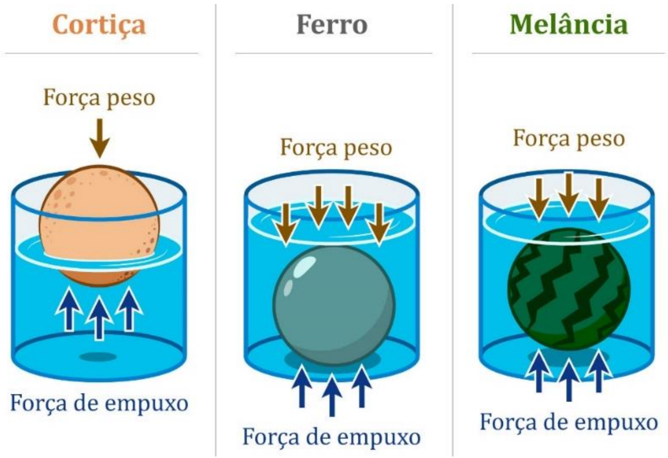


Figura 09.7 – Corpos de diferentes massas específicas em contato com a água.

Note que as três situações são estáticas. Caso seja abandonada no interior da água, a esfera de cortiça terá uma força de empuxo maior que a força peso, fazendo com que essa seja levada até a superfície e tenha uma fração do volume expulsa do fluido, para então, atingir o equilíbrio representado.

Por outro lado, quando a esfera de ferro é abandonada no interior do líquido, o seu peso é superior à força de empuxo nele exercida, fazendo com que ela seja levada até o fundo do recipiente, quando a força normal irá se unir ao empuxo para equilibrar o peso da esfera.

A melancia, caso abandonada em repouso no interior do fluido, permanecerá em equilíbrio, sem se mover. Isso decorre do fato de a força peso e a força de empuxo apresentarem o mesmo módulo. Vamos praticar para fixar.

(2019/INÉDITA)

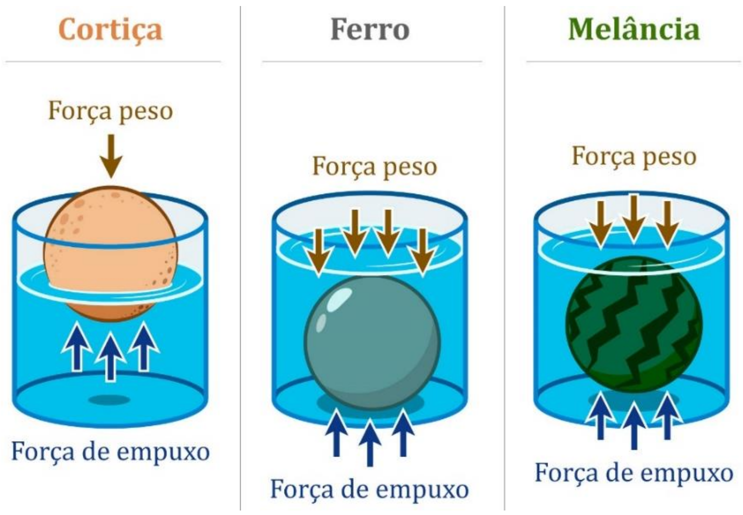
Um corpo de massa m, e massa específica μ_c, é totalmente imerso no interior de um fluido de massa específica μ e, então, abandonado. Assuma que o módulo da força de empuxo exercida pelo fluido é E e o módulo do peso do corpo P e despreze os atritos envolvidos. Se o corpo, imediatamente após ser abandonado, tende para a superfície do fluido podemos afirmar que

a) $E = P$ e $\mu_c > \mu$
b) $E < P$ e $\mu_c = \mu$
c) $E > P$ e $\mu_c > \mu$
d) $E > P$ e $\mu_c < \mu$
e) $E < P$ e $\mu_c = \mu$

Comentários

Na situação, se o corpo está tendendo para a superfície após ser abandonado, teremos que o módulo do empuxo, que é vertical e de sentido para cima, é superior ao módulo da força peso, vertical e de sentido para baixo:

$$|\vec{E}| > |\vec{P}|$$



Se o corpo tende a subir, temos uma situação como a da cortiça no exemplo acima, na qual a massa específica do corpo é menor que a do fluido no qual está imerso:

$$\mu_c < \mu$$

Gabarito: "d"

(2019/INÉDITA)

Em uma tarde ensolarada, um aluno que deve prestar vestibular relaxava na piscina de seu prédio. Como forma de colocar os aprendizados de Física em prática, decide encher um balão feito de borracha, com uma massa combinada de $50\ g$, e o veda completamente com um nó. O estudante pega, então, o balão e o posiciona no fundo da piscina, ficando esse com um volume de $200\ ml$. Quando aluno solta o balão, ele adquire uma aceleração vertical e para cima de módulo igual a

a) $20\ m/s^2$ b) $30\ m/s^2$ c) $40\ m/s^2$ d) $50\ m/s^2$

Comentários

Quando o balão é solto, as duas forças atuando sobre ele são o peso e o empuxo, sendo que o empuxo deve ser superior ao peso, já que o balão adquire aceleração vertical e para cima. Podemos usar a segunda lei de Newton para determinarmos a aceleração adquirida pelo balão quando ele é solto:

$$F_{resultante} = m \cdot a$$

$$E - P = m \cdot a$$

$$\mu_{líquido} \cdot V_{sub} \cdot g - m_{balão} \cdot g = m_{balão} \cdot a$$

$$a = \frac{\mu_{líquido} \cdot V_{sub} \cdot g - m_{balão} \cdot g}{m_{balão}}$$

Devemos converter o volume do balão para m^3. Lembre-se que $1\ m^3 = 1000\ l$ e $200\ ml = 0{,}2\ l$:

$$V_{balão} = 200\ ml = 0{,}2\ l = 0{,}2 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

A massa também precisa ser convertida para kg: $50\ g = 0{,}05\ kg$. Voltando para equação principal, temos:

$$a = \frac{1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 10 - 0{,}05 \cdot 10}{0{,}05}$$

$$a = \frac{1{,}0 \cdot \cancel{10^3} \cdot 0{,}2 \cdot \cancel{10^{-3}} \cdot 10 - 0{,}5}{0{,}05}$$

$$a = \frac{2 - 0{,}5}{0{,}05} = \frac{1{,}5}{0{,}05} = \frac{15 \cdot 10^{-1}}{5 \cdot 10^{-2}} = 3 \cdot 10^1 = 30\ m/s^2$$

Gabarito: "b"

(2019/INÉDITA)

Um corpo de volume de $1{,}5 \cdot 10^3$ litros, e massa específica de $0{,}50\ g/cm^3$ está totalmente imerso em um líquido de densidade igual a 2,0, em relação a água. Sendo a aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$, e a massa específica da água $\mu_{água} = 1{,}0\ g/cm^3$, determine:

a) a intensidade da força de empuxo com que o líquido age sobre o corpo;

b) a intensidade da força ascensional que age sobre o corpo;

c) a aceleração do movimento do corpo do líquido, desprezadas as resistências.

Comentários

O objeto, totalmente imerso, está sob o efeito de duas forças: o empuxo vertical e com sentido para cima e o peso, vertical e para baixo. Como esse tem massa específica menor que o líquido, é de supor que o empuxo é maior que o seu peso.

Antes de resolver as alternativas, devemos converter as unidades para o sistema internacional:

$$\mu_{corpo} = 0{,}5\ g/cm^3 = 0{,}5 \cdot 10^3\ kg/m^3$$

A massa específica do fluido pode ser extraída de sua densidade:

$$\mu_{fluido} = d_{fluido} \cdot \mu_{água}$$

$$\mu_{fluido} = 2{,}0 \cdot 1\ g/cm^3 = 2{,}0\ g/cm^3$$

E essa também precisa ser convertida:

$$\mu_{fluido} = 2{,}0\ g/cm^3 = 2{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$$

O volume do corpo também precisa ser convertido, $1\ m^3$ equivale a $1000\ litros$, portanto:

$$V_{corpo} = 1{,}5 \cdot 10^3\ l = 1{,}5 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

$$V_{corpo} = 1{,}5\ m^3$$

A força de empuxo pode ser calculada segundo a relação com o peso do fluido deslocado:

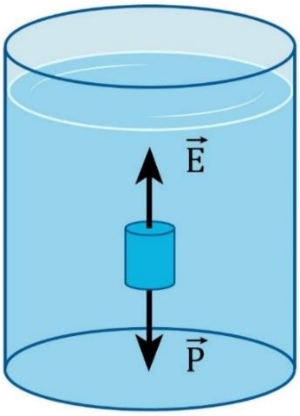
$E = \mu_{fluido} \cdot V_{corpo\,submerso} \cdot g$		Força de empuxo exercida em função da massa específica do fluido	
$[E] = N$	$[\mu] = kg/m^3$	$[V] = m^3$	$[g] = m/s^2$

Para o caso em questão:

$$E = 2{,}0 \cdot 10^3 \cdot 1{,}5 \cdot 10$$

$$E = 3{,}0 \cdot 10^4\ N$$

b) A força ascensional tem esse nome porque o empuxo é superior à força peso, logo, o corpo sobe ao ser largado no interior do fluido. Podemos afirmar isso antes de efetuar qualquer cálculo pelo fato de a massa específica do fluido ser superior à massa específica do corpo.



A força resultante, chamada de força ascensional, se dará pela diferença entre a força de empuxo e a força peso:

$$F_r = E - P$$

Já sabemos o empuxo, e o peso pode ser calculado pelo produto entre a massa e a gravidade do corpo:

$$P = m \cdot g$$

Lembre-se que em questões que envolvem hidrostática é comum que, ao invés de usarmos a massa, façamos referência ao produto entre o seu volume a sua massa específica:

$$m = \mu \cdot V$$

Massa de um corpo em função da sua massa específica e do seu volume

Voltando à força resultante, temos:

$$F_r = E - P$$

$$F_r = E - m \cdot g$$

$$F_r = E - \mu_{corpo} \cdot V_{corpo} \cdot g$$

Achou essa última relação para o peso familiar? Sim, é a própria relação que usamos para o empuxo, afinal, a força de empuxo equivale ao **peso do fluido deslocado**.

Vamos substituir os valores das variáveis:

$$F_r = 3{,}0 \cdot 10^4 - 0{,}5 \cdot 10^3 \cdot 1{,}5 \cdot 10$$

$$F_r = 3{,}0 \cdot 10^4 - 7{,}5 \cdot 10^3$$

$$F_r = 3{,}0 \cdot 10^4 - 0{,}75 \cdot 10^4$$

$$F_r = 2{,}25 \cdot 10^4$$

Como trabalhamos com dois algarismos significativos:

$$F_r = 2{,}3 \cdot 10^4\ N$$

c) Para determinarmos a aceleração do corpo, podemos recorrer à segunda lei de Newton:

$\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{resultante}} = \boldsymbol{m} \cdot \vec{\boldsymbol{a}}$		2ª lei de Newton
$\vec{F} = kg \cdot m/s^2 = N$	$[m] = kg$	$[\vec{a}] = m/s^2$

Usando novamente a massa como o produto da massa específica pelo volume:

$$\vec{F}_r = \mu_{corpo} \cdot V_{corpo} \cdot a$$

$$2{,}3 \cdot 10^4 = 0{,}5 \cdot 10^3 \cdot 1{,}5 \cdot a$$

Invertendo a equação:

$$0{,}5 \cdot 10^3 \cdot 1{,}5 \cdot a = 2{,}3 \cdot 10^4$$

$$a = \frac{2{,}3 \cdot 10^4}{0{,}5 \cdot 10^3 \cdot 1{,}5} = \frac{2{,}3 \cdot \cancel{10^4}}{0{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot \cancel{10^3}}$$

$$a = \frac{2{,}3 \cdot 10^1}{0{,}5 \cdot 1{,}5} = \frac{23}{0{,}5 \cdot 1{,}5}$$

Primeiro vamos fazer a divisão do 23 pelo 0,5. Lembre-se que dividir por 0,5 é o mesmo que multiplicar por 2.

$$a = \frac{46}{1{,}5}$$

Finalmente, podemos multiplicar o numerador e o denominador por 10 para facilitar a divisão a ser feita:

$$a = \frac{46}{1,5} \cdot \frac{10}{10} = \frac{460}{15} \cong 30,7\ m/s^2$$

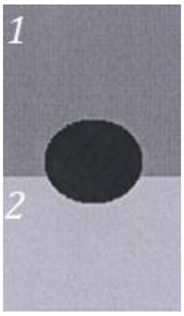
Com dois algarismos significativos:

$$a \cong 31\ m/s^2 \cong 3,1 \cdot 10^1\ m/s^2$$

Gabarito: $\boldsymbol{a)\ E = 3,0 \cdot 10^4\ N,\ b)\ F_r = 2,3 \cdot 10^4\ N,\ c)\ a \cong 3,1 \cdot 10^1\ m/s^2}$

(2019/INÉDITA)

Uma esfera sólida e homogênea, de massa específica μ, repousa totalmente imersa na interface entre dois fluidos imiscíveis. O fluido de cima tem massa específica μ_1 e o de baixo, μ_2, de modo que $\mu_1 < \mu < \mu_2$.

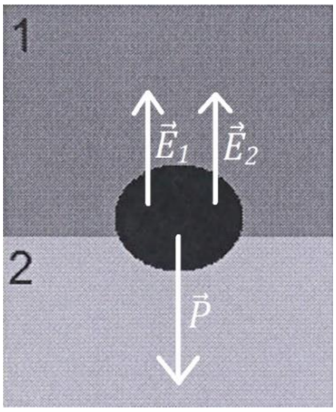


A fração do volume da esfera imersa no líquido inferior é:

$a)\ \frac{(\mu_2-\mu_1)}{(\mu-\mu_1)}$ $b)\ \frac{(\mu-\mu_1)}{(\mu_1-\mu_2)}$ $c)\ \frac{(\mu+\mu_1)}{(\mu_2+\mu_1)}$ $d)\ \frac{(\mu+\mu_1)}{(\mu_2-\mu_1)}$ $e)\ \frac{(\mu-\mu_1)}{(\mu_2-\mu_1)}$

Comentários

Para que exista o equilíbrio, as forças verticais agindo sobre o corpo devem se anular. Portanto, a soma dos empuxos, exercidos pelos fluidos, deve ser equivalente à força peso, em módulo.



$$E_1 + E_2 = P$$

Chamando de V_1 a fração do corpo submersa no fluido 1, e V_2 a fração do mesmo submersa em 2, temos:

$$\mu_{fluido\ 1} \cdot g \cdot V_1 + \mu_{fluido\ 2} \cdot g \cdot V_2 = m_{corpo} \cdot g$$

Simplificando essa expressão, temos:

$$\mu_{fluido\,1} \cdot g \cdot V_1 + \mu_{fluido\,2} \cdot g \cdot V_2 = m_{corpo} \cdot g$$

$$\mu_{fluido\,1} \cdot V_1 + \mu_{fluido\,2} \cdot V_2 = m_{corpo}$$

Escrevendo a massa em função da massa específica e do volume de um corpo, temos:

$$m = \mu \cdot V$$

Voltando para a equação anterior, usando a notação proposta e chamando de V o volume da esfera, temos:

$$\mu_1 \cdot V_1 + \mu_2 \cdot V_2 = V \cdot \mu$$

Como queremos a razão V_2/V, devemos substituir V_1 por $V - V_2$:

$$\mu_1 \cdot (V - V_2) + \mu_2 \cdot V_2 = V \cdot \mu$$

$$\mu_1 \cdot V - \mu_1 \cdot V_2 + \mu_2 \cdot V_2 = V \cdot \mu$$

$$\mu_2 \cdot V_2 - \mu_1 \cdot V_2 = V \cdot \mu - \mu_1 \cdot V$$

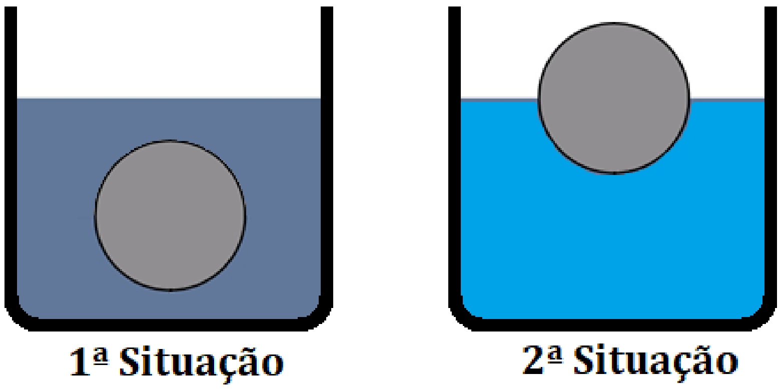
$$V_2 \cdot (\mu_2 - \mu_1) = V \cdot (\mu - \mu_1)$$

$$\frac{V_2}{V} = \frac{(\mu - \mu_1)}{(\mu_2 - \mu_1)}$$

Gabarito: “e”.

(2019/INÉDITA)

Em uma aula prática de Física, uma esfera maciça foi submetida a duas situações. Na primeira ela foi colocada em recipiente contendo um líquido de massa específica igual a 20% da massa específica da água. Nesse caso descia em direção ao fundo do vaso. Na segunda situação, a esfera foi colocada em água e flutuou em repouso, com um terço de seu volume submerso.



A aceleração a qual a esfera ficou submetida na primeira situação foi de

a) $1{,}0\ m/s^2$ b) $4{,}0\ m/s^2$ c) $23{,}0\ m/s^2$ d) $11{,}0\ m/s^2$ e) $19{,}0\ m/s^2$

Note e adote:

A massa específica da água vale $1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$.

Assuma que as únicas forças atuando na esfera são o seu peso o empuxo produzido pelo fluido.

Aceleração local da gravidade $= 10\ m/s^2$.

Comentários

A expressão que descreve a força de empuxo é:

$E = \mu_{fluido} \cdot V_{corpo\ submerso} \cdot g$		Força de empuxo exercida em função da massa específica do fluido	
$[E] = N$	$[\mu] = kg/m^3$	$[V] = m^3$	$[g] = m/s^2$

E a expressão que descreve a força peso:

$P = m \cdot g$		Força peso
$[P] = N$	$[m] = kg$	$[g] = m/s^2$

Da segunda situação, na qual o peso do corpo e o empuxo produzido pela água tem mesmo módulo, podemos escrever:

$$E_{água} = P_{corpo}$$

$$\mu_{água} \cdot V_{corpo\ submerso} \cdot g = m_{corpo} \cdot g$$

$$\mu_{água} \cdot V_{corpo\ submerso} \cdot \cancel{g} = m_{corpo} \cdot \cancel{g}$$

$$\mu_{água} \cdot V_{corpo\ submerso} = m_{corpo}$$

Podemos escrever a massa do corpo em função de sua massa específica e seu volume:

$$\mu_{água} \cdot V_{corpo\ submerso} = \mu_{corpo} \cdot V_{corpo}$$

Se um terço do corpo está submerso:

$$\mu_{água} \cdot \frac{V_{corpo}}{3} = \mu_{corpo} \cdot V_{corpo}$$

$$\mu_{água} \cdot \frac{\cancel{V_{corpo}}}{3} = \mu_{corpo} \cdot \cancel{V_{corpo}}$$

$$\frac{\mu_{água}}{3} = \mu_{corpo}$$

$$\mu_{corpo} = \frac{\mu_{água}}{3}$$

De posse da massa específica do corpo, podemos descobrir a aceleração na primeira situação. Se o corpo tende a ir para o fundo do recipiente, podemos inferir que o peso terá módulo superior ao empuxo. Pela segunda lei de Newton, temos:

$$P_{corpo} - E_{fluido} = m_{corpo} \cdot a$$

$$m_{corpo} \cdot g - \mu_{fluido} \cdot V_{corpo\,submerso} \cdot g = m_{corpo} \cdot a$$

Na primeira situação o corpo está completamente submerso:

$$m_{corpo} \cdot g - \mu_{fluido} \cdot V_{corpo} \cdot g = m_{corpo} \cdot a$$

Devemos novamente substituir a massa do corpo pela relação de sua massa específica e seu volume:

$$\mu_{corpo} \cdot V_{corpo} \cdot g - \mu_{fluido} \cdot V_{corpo} \cdot g = \mu_{corpo} \cdot V_{corpo} \cdot a$$

$$\mu_{corpo} \cdot \cancel{V_{corpo}} \cdot g - \mu_{fluido} \cdot \cancel{V_{corpo}} \cdot g = \mu_{corpo} \cdot \cancel{V_{corpo}} \cdot a$$

$$\mu_{corpo} \cdot g - \mu_{fluido} \cdot g = \mu_{corpo} \cdot a$$

$$a = \frac{\mu_{corpo} \cdot g - \mu_{fluido} \cdot g}{\mu_{corpo}} = \frac{g \cdot (\mu_{corpo} - \mu_{fluido})}{\mu_{corpo}}$$

Finalmente, substituindo a relação das massas específicas com a da água:

$$a = \frac{g \cdot \left(\frac{\mu_{água}}{3} - \frac{2 \cdot \mu_{água}}{10}\right)}{\frac{\mu_{água}}{3}} = \frac{g \cdot \left(\frac{10 \cdot \mu_{água}}{30} - \frac{6 \cdot \mu_{água}}{30}\right)}{\frac{\mu_{água}}{3}}$$

$$a = \frac{g \cdot \frac{4 \cdot \mu_{água}}{30}}{\frac{\mu_{água}}{3}} = \frac{g \cdot \frac{4 \cdot \cancel{\mu_{água}}}{30}}{\frac{\cancel{\mu_{água}}}{3}} = g \cdot \frac{4}{30} \cdot \frac{3}{1} = g \cdot \frac{4}{10} = 4{,}0\ m/s^2$$

Gabarito: “b”.

---

4 - Lista de exercícios

1. **(2019/CN)**

Em relação aos conceitos de mecânica, hidrostática e termologia, assinale a opção correta.

a) A transferência de calor por condução e convecção é possível através do vácuo.

b) Quando uma pessoa toca com o dedo em um bloco de gelo, o frio flui do gelo para a pessoa.

c) Ao tocar em uma porta de madeira e em sua maçaneta de metal uma pessoa nota diferentes sensações térmicas, por exemplo que a maçaneta está mais fria do que a porta.

d) A energia potencial gravitacional depende da escolha do referencial adotado.

e) O módulo do empuxo exercido por um líquido sobre um corpo totalmente submerso nesse líquido é sempre igual ao módulo do peso do corpo.

2. **(2018/EEAR)**

Um operário produz placas de cimento para serem utilizadas como calçamento de jardins. Para a produção destas placas utiliza-se uma forma metálica de dimensões 20 cm x 10 cm e altura desprezível. Uma prensa hidráulica aplica sobre essa área uma pressão de $40\ kPa$ visando compactar uma massa constituída de cimento, areia e água. A empresa resolveu reduzir as dimensões para 20 cm x 5 cm, mas mantendo a mesma força aplicada, logo o novo valor da pressão utilizada na produção das placas é de ______kPa.

a) 20 b) 40 c) 80 d) 160

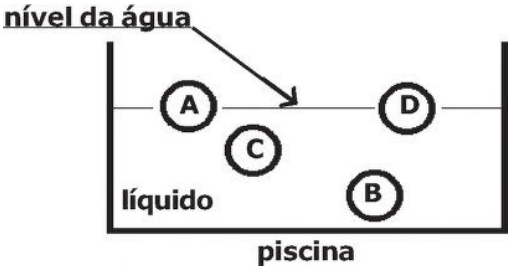
3. **(2018/EEAR)**

O valor da pressão registrada na superfície de um lago é de $1 \cdot 10^5\ N/m^2$, que corresponde a $1\ atm$. Um mergulhador se encontra, neste lago, a uma profundidade na qual ele constata uma pressão de $3\ atm$. Sabendo que a densidade da água do lago vale $1{,}0\ g/cm^3$ e o módulo da aceleração da gravidade no local vale $10{,}0\ m/s^2$, a qual profundidade, em metros, em relação à superfície, esse mergulhador se encontra?

a) 10 b) 20 c) 30 d) 40

4. **(2018/ESPCEX/AMAN)**

Quatro objetos esféricos A, B, C e D, sendo respectivamente suas massas m_A, m_B, m_C e m_D, tendo as seguintes relações $m_A > m_B$ e $m_B = m_C = m_D$, são lançados dentro de uma piscina contendo um líquido de densidade homogênea. Após algum tempo, os objetos ficam em equilíbrio estático. Os objetos A e D mantêm metade de seus volumes submersos e os objetos C e B ficam totalmente submersos conforme o desenho abaixo.



Desenho ilustrativo fora de escala

Sendo V_A, V_B, V_C e V_D os volumes dos objetos A, B, C e D, respectivamente, podemos afirmar que

a) $V_A = V_D > V_C = V_B$

b) $V_A = V_D > V_C > V_B$

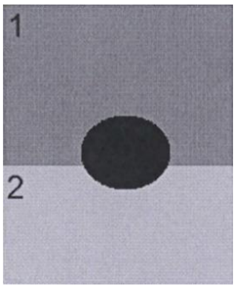
c) $V_A > V_D > V_B = V_C$

d) $V_A < V_D = V_B = V_C$

e) $V_A = V_D < V_C < V_B$

5. (2018/EFOMM)

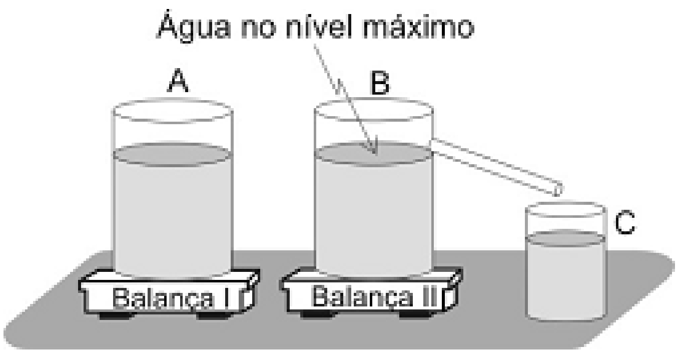
Em um recipiente contendo dois líquidos imiscíveis, com densidade $p_1 = 0.4\ g/cm^3$ e $p_2 = 1{,}0\ g/cm^3$, é mergulhado um corpo de densidade $p_c = 0.6\ g/cm^3$, que flutua na superfície que separa os dois líquidos (conforme apresentado na figura). O volume de $10\ cm^3$ do corpo está imerso no fluido de maior densidade. Determine o volume do corpo, em cm^3, que está imerso no fluido de menor densidade.



a) 5.0 b) 10,0 c) 15,0 d) 20,0 e) 25,0

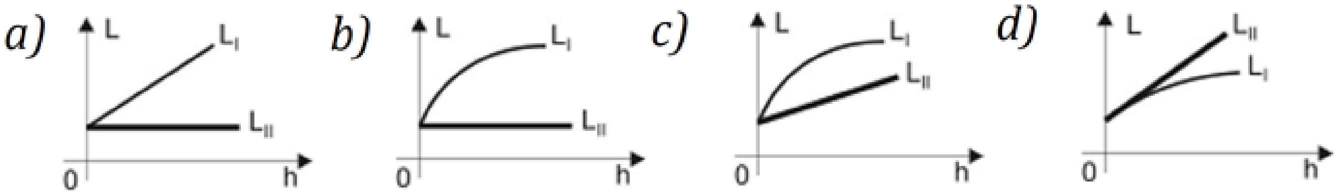
6. (2018/EPCAR/AFA)

Dois recipientes A e B, contendo o mesmo volume de água, são colocados separadamente sobre duas balanças I e II, respectivamente, conforme indicado na figura a seguir.



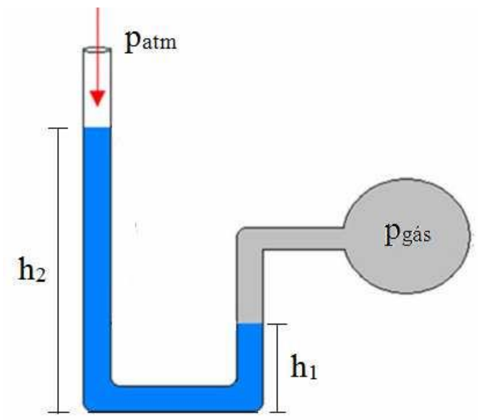
A única diferença entre os recipientes A e B está no fato de que B possui um “ladrão” que permite que a água escoe para um outro recipiente C, localizado fora das balanças.

Em seguida, mergulha-se, lentamente, sem girar e com velocidade constante, por meio de um fio ideal, em cada recipiente, um cilindro metálico, maciço, de material não homogêneo, de tal forma que o seu eixo sempre se mantém na vertical. Os cilindros vão imergindo na água, sem provocar variação de temperatura e sem encostar nas paredes e nos fundos dos recipientes, de tal forma que os líquidos, nos recipientes A e B, sempre estarão em equilíbrio hidrostático no momento da leitura nas balanças. O gráfico que melhor representa a leitura L das balanças I e II, respectivamente, L_I e L_{II} em função da altura h submersa de cada cilindro é



7. (2017/EFOMM)

O tipo de manômetro mais simples é o de tubo aberto, conforme a figura abaixo. Uma das extremidades do tubo está conectada ao recipiente que contém um gás a uma pressão $p_{gás}$, e a outra extremidade está aberta para a atmosfera. O líquido dentro do tubo em forma de U é o mercúrio, cuja densidade é $13{,}6 \cdot 10^3\ kg/m^3$. Considere as alturas $h_1 = 5{,}0\ cm$ e $h2 = 8{,}0\ cm$. Qual é o valor da pressão manométrica do gás em pascal?



Dado: $g = 10\ m/s^2$

a) $4{,}01 \cdot 10^3$ b) $4{,}08 \cdot 10^3$ c) $40{,}87 \cdot 10^2$

d) $4{,}9 \cdot 10^4$ e) $48{,}2 \cdot 10^2$

8. (2019/IME)

Um manômetro de reservatório é composto por dois tubos verticais comunicantes pelas respectivas bases e abertos em suas extremidades. Esse conjunto é preenchido parcialmente por um fluido e, como o dispositivo encontra-se no ar à pressão atmosférica padrão, o nível de fluido nos dois tubos é o mesmo. Em um dado momento, no tubo à esquerda, é adicionada uma pressão manométrica equivalente a $12\ mm$ de coluna de água. Considerando que não haja vazamento no manômetro, a ascensão de fluido no tubo à direita, em mm, é igual a:

Dados:

• diâmetro do tubo à esquerda: $20\ mm$;

• diâmetro do tubo à direita: $10\ mm$; e

• densidade do fluido: 1,2.

a) 20 b) 40 c) 8 d) 4 e) 10

9. (2018/ITA)

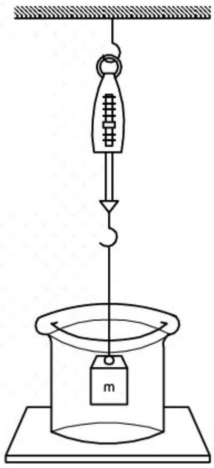
Uma esfera sólida e homogênea de volume V e massa específica ρ repousa totalmente imersa na interface entre dois líquidos imiscíveis. O líquido de cima tem massa específica ρ_C e o de baixo, ρ_B, tal que $\rho_C < \rho < \rho_B$. Determine a fração imersa no líquido superior do volume da esfera.

10. (2016/ITA/Modificada)

Um cubo de peso P_1, construído com um material cuja densidade é ρ_1, dispõe de uma região vazia em seu interior e, quando inteiramente imerso em um líquido de densidade ρ_2, seu peso reduz-se a P_2. Determine a expressão do volume da região vazia deste cubo.

11. (1987/ITA)

Um bloco de urânio de peso 10N está suspendo a um dinamômetro e submerso em mercúrio de massa específica 13,6 x 10^3 kg/m^3, conforme a figura. A leitura no dinamômetro é 2,9N. Então, a massa específica do urânio é:



a) 5,5 x 10^3 kg/m^3

b) 24 x 10^3 kg/m^3

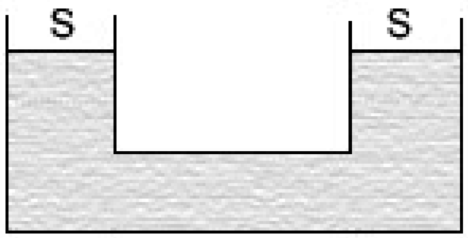
c) 19 x 10^3 kg/m^3

d) 14 x 10^3 kg/m^3

e) 2,0 x 10^{-4} kg/m^3

12. (1993/ITA)

Os dois vasos comunicantes da figura abaixo são abertos, têm seções retas iguais a S e contêm um líquido de massa específica ρ. Introduz-se no vaso esquerdo um cilindro maciço e homogêneo de massa M, seção $S' < S$ e menos denso que o líquido. O cilindro é introduzido e abandonado de modo que no equilíbrio seu eixo permaneça vertical. Podemos afirmar que no equilíbrio o nível de ambos os vasos sobe:



a) $M/[\rho(S - S')]$

b) $M/[\rho(2S - S')]$

c) $M/[2\rho(2S - S')]$

d) $2M/[2\rho(2S - S')]$

e) $M/[2\rho S]$

4 - Gabarito sem comentários

1. Anulada.	2. C	3. B
4. D	5. D	6. D
7. B	8. C	9. $\frac{V_C}{V} = \frac{\rho_B - \rho}{\rho_B - \rho_C}$
10. $V_{vazio} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_2 \cdot g} - \frac{P_1}{\rho_1 \cdot g}$	11. C	12. E

5 - Lista de exercícios comentada

1. (2019/CN)

Em relação aos conceitos de mecânica, hidrostática e termologia, assinale a opção correta.

a) A transferência de calor por condução e convecção é possível através do vácuo.

b) Quando uma pessoa toca com o dedo em um bloco de gelo, o frio flui do gelo para a pessoa.

c) Ao tocar em uma porta de madeira e em sua maçaneta de metal uma pessoa nota diferentes sensações térmicas, por exemplo que a maçaneta está mais fria do que a porta.

d) A energia potencial gravitacional depende da escolha do referencial adotado.

e) O módulo do empuxo exercido por um líquido sobre um corpo totalmente submerso nesse líquido é sempre igual ao módulo do peso do corpo.

Comentários:

a) Incorreto. Condução e convecção são formas de transferência de calor que necessitam de um meio material.

b) Incorreto. Não existe fluxo de “frio” e sim fluxo de calor.

c) Incorreto. A sensação é de que o metal está mais frio pois ele é um melhor condutor de calor do que a madeira, mas os dois estão com a mesma temperatura.

d) Correto. A energia potencial gravitacional depende do referencial adotado, pois a altura relativa pode ser diferente. O que é constante para todo referencial é a diferença de energia potencial gravitacional. Entretanto, a questão foi anulada pelo Colégio Naval.

e) Incorreto. O módulo do empuxo depende da densidade do líquido no qual o corpo está submerso.

Gabarito: Anulada.

---

2. (2018/EEAR)

Um operário produz placas de cimento para serem utilizadas como calçamento de jardins. Para a produção destas placas utiliza-se uma forma metálica de dimensões 20 cm x 10 cm e altura desprezível. Uma prensa hidráulica aplica sobre essa área uma pressão de $40\ kPa$ visando compactar uma massa constituída de cimento, areia e água. A empresa resolveu reduzir as dimensões para 20 cm x 5 cm, mas mantendo a mesma força aplicada, logo o novo valor da pressão utilizada na produção das placas é de ______kPa.

a) 20 b) 40 c) 80 d) 160

Comentários

Da definição de pressão, temos:

$Pressão = \frac{\lvert \vec{F} \rvert}{A}$	Pressão exercida por uma força perpendicular
$[Pressão] = \frac{N}{m^2} = Pa$	$[F] = N$	$[A] = m^2$

Passando a área A para o outro lado da igualdade, fazendo uma multiplicação:

$$Pressão \cdot A = F$$

Invertendo essa relação:

$$F = Pressão \cdot A$$

Como a força se mantém igual nos dois casos:

$$F_1 = F_2$$

$$Pressão_1 \cdot A_1 = Pressão_2 \cdot A_2$$

Lembre-se que a área de uma chapa retângulo se dá pelo produto entre seu comprimento e largura:

$$40\ kPa \cdot 20 \cdot 10\ cm^2 = Pressão_2 \cdot 20 \cdot 5\ cm^2$$

Desenvolvendo essa relação:

$$40 \cdot 20 \cdot 10\ = Pressão_2 \cdot 20 \cdot 5$$

$$40 \cdot \cancel{20} \cdot 10\ = Pressão_2 \cdot \cancel{20} \cdot 5$$

$$40 \cdot 10\ = Pressão_2 \cdot 5$$

Invertendo a igualdade:

$$Pressão_2 \cdot 5 = 40 \cdot 10$$

$$Pressão_2 = \frac{40 \cdot 10}{5} = \frac{\cancel{40} \cdot 10}{\cancel{5}} = \frac{8 \cdot 10}{1} = 80\ kPa$$

Gabarito: "c".

---

3. (2018/EEAR)

O valor da pressão registrada na superfície de um lago é de $1 \cdot 10^5\ N/m^2$, que corresponde a $1\ atm$. Um mergulhador se encontra, neste lago, a uma profundidade na qual ele constata uma pressão de $3\ atm$. Sabendo que a densidade da água do lago vale $1{,}0\ g/cm^3$ e o módulo da aceleração da gravidade no local vale $10{,}0\ m/s^2$, a qual profundidade, em metros, em relação à superfície, esse mergulhador se encontra?

a) 10 b) 20 c) 30 d) 40

Comentários

Da relação que nos permite calcular a pressão no interior de um fluido, temos:

$P_{fluido} = \mu_{fluido} \cdot g \cdot h$		Pressão exercida por um fluido	
$[P_{fluido}] = Pa$	$[\mu_{fluido}] = Kg/m^3$	$[g] = 10\ m/s^2$	$[h] = m$

Como o lago é aberto, temos influência da pressão atmosférica. Dito isso, podemos escrever a pressão no seu interior como a soma da pressão atmosférica e a pressão produzida pela coluna de fluido:

$$P_{interior} = P_0 + P_{água}$$

$$P_{interior} = P_0 + \mu_{água} \cdot g \cdot h$$

A massa específica precisa ser convertida:

$$\mu_{água} = 1\ g/cm^3 = 1 \cdot 10^3\ kg/m^3$$

Se $1\ atm$ corresponde a $1 \cdot 10^5\ N/m^2$, então, $3\ atm$ correspondem a $3 \cdot 10^5\ N/m^2$. Substituindo-se essa e as outras informações, temos:

$$3 \cdot 10^5 = 1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot h$$

$$3 \cdot 10^5 = 1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 \cdot h$$

$$3 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^5 = 1 \cdot 10^4 \cdot h$$

$$2 \cdot 10^5 = 1 \cdot 10^4 \cdot h$$

Invertendo essa equação:

$$1 \cdot 10^4 \cdot h = 2 \cdot 10^5$$

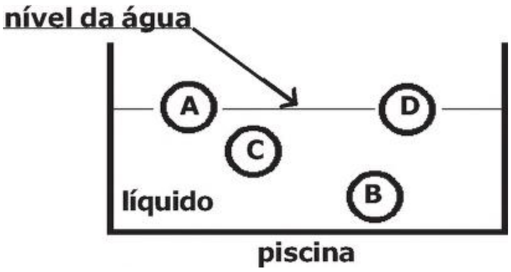
$$h = \frac{2 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^4} = 2 \cdot 10^1 = 20\ m$$

Gabarito: "b".

---

4. (2018/ESPCEX/AMAN)

Quatro objetos esféricos A, B, C e D, sendo respectivamente suas massas m_A, m_B, m_C e m_D, tendo as seguintes relações $m_A > m_B$ e $m_B = m_C = m_D$, são lançados dentro de uma piscina contendo um líquido de densidade homogênea. Após algum tempo, os objetos ficam em equilíbrio estático. Os objetos A e D mantêm metade de seus volumes submersos e os objetos C e B ficam totalmente submersos conforme o desenho abaixo.



Desenho ilustrativo fora de escala

Sendo V_A, V_B, V_C e V_D os volumes dos objetos A, B, C e D, respectivamente, podemos afirmar que

a) $V_A = V_D > V_C = V_B$

b) $V_A = V_D > V_C > V_B$

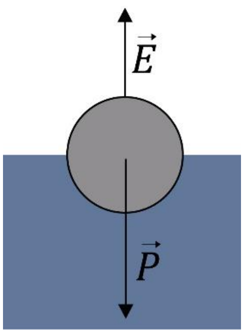
c) $V_A > V_D > V_B = V_C$

d) $V_A < V_D = V_B = V_C$

e) $V_A = V_D < V_C < V_B$

Comentários

O enunciado nos afirma que os corpos estão em equilíbrio. As únicas forças verticais agindo sobre os corpos são a força peso e a força de empuxo, conforme ilustração.



Como os corpos B, C e D têm massas iguais, eles terão pesos iguais e, consequentemente, empuxos iguais.

$$E_B = E_C = E_D$$

A expressão que descreve a força de empuxo de um corpo é:

$E = \mu_{fluido} \cdot V_{corpo\ submerso} \cdot g$		Força de empuxo exercida em função da massa específica do fluido	
$[E] = N$	$[\mu] = kg/m^3$	$[V] = m^3$	$[g] = m/s^2$

Dado que B e C estão completamente submersos, e D com metade de seu volume submerso, podemos escrever:

$$\mu_{fluido} \cdot g \cdot V_B = \mu_{fluido} \cdot g \cdot V_C = \mu_{fluido} \cdot g \cdot \frac{V_D}{2}$$

Simplificando essa expressão, temos:

$$\cancel{\mu_{fluido}} \cdot g \cdot V_B = \cancel{\mu_{fluido}} \cdot g \cdot V_C = \cancel{\mu_{fluido}} \cdot g \cdot \frac{V_D}{2}$$

$$V_B = V_C = \frac{V_D}{2}$$

Dobrando todos os termos dessa expressão:

$$2 \cdot V_B = 2 \cdot V_C = V_D$$

O que nos leva a concluir que:

$$V_D > V_B = V_C$$

Agora devemos comparar A e B. Sabemos que a massa de A é maior que a massa de B, daí:

$$P_A > P_B$$

E como o peso e o empuxo de cada corpo tem mesmo módulo:

$$E_A > E_B$$

Desenvolvendo a expressão do empuxo, lembrando que a tem metade de seu volume submerso, ao passo que B tem todo:

$$\mu_{fluido} \cdot g \cdot \frac{V_A}{2} > \mu_{fluido} \cdot g \cdot V_B$$

Simplificando essa expressão:

$$\cancel{\mu_{fluido}} \cdot g \cdot \frac{V_A}{2} > \cancel{\mu_{fluido}} \cdot g \cdot V_B$$

$$\frac{V_A}{2} > V_B$$

$$V_A > 2 \cdot V_B$$

Como $2 \cdot V_B = V_D$, podemos concluir que:

$$V_A > V_D$$

Finalmente:

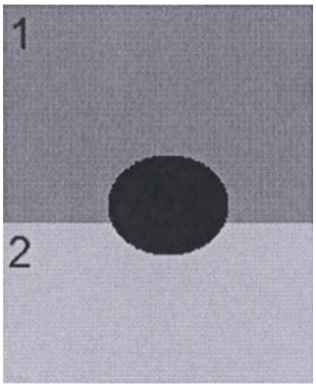
$$V_A > V_D > V_B = V_C$$

Gabarito: "d".

---

5. (2018/EFOMM)

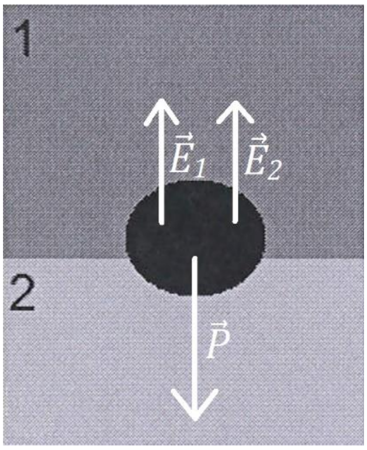
Em um recipiente contendo dois líquidos imiscíveis, com densidade $p_1 = 0.4\ g/cm^3$ e $p_2 = 1{,}0\ g/cm^3$, é mergulhado um corpo de densidade $p_c = 0.6\ g/cm^3$, que flutua na superfície que separa os dois líquidos (conforme apresentado na figura). O volume de $10\ cm^3$ do corpo está imerso no fluido de maior densidade. Determine o volume do corpo, em cm^3, que está imerso no fluido de menor densidade.



a) 5.0 b) 10,0 c) 15,0 d) 20,0 e) 25,0

Comentários

Para que exista o equilíbrio, as forças verticais agindo sobre o corpo devem se anular. Portanto, a soma dos empuxos, exercidos pelos fluidos, deve ser equivalente à força peso, em módulo.



$$E_1 + E_2 = P$$

A expressão que descreve a força de empuxo de um corpo é:

$E = \mu_{fluido} \cdot V_{corpo\ submerso} \cdot g$		Força de empuxo exercida em função da massa específica do fluido	
$[E] = N$	$[\mu] = kg/m^3$	$[V] = m^3$	$[g] = m/s^2$

Chamando de V_1 a fração do corpo submersa no fluido 1, e V_2 a fração do mesmo submersa em 2:

$$\mu_{fluido\ 1} \cdot g \cdot V_1 + \mu_{fluido\ 2} \cdot g \cdot V_2 = m_{corpo} \cdot g$$

Simplificando essa expressão, temos:

$$\mu_{fluido\ 1} \cdot \cancel{g} \cdot V_1 + \mu_{fluido\ 2} \cdot \cancel{g} \cdot V_2 = m_{corpo} \cdot \cancel{g}$$

$$\mu_{fluido\ 1} \cdot V_1 + \mu_{fluido\ 2} \cdot V_2 = m_{corpo}$$

Na fluidostática é comum trocarmos a massa de um corpo pelo produto entre a sua massa específica e o seu volume, fazendo uso da definição da massa específica:

$\mu = \frac{m}{V}$		Massa específica de um corpo maciço
$[\mu] = kg/m^3$	$[m] = kg$	$[V] = m^3$

Rearranjando a equação da massa específica:

$$\mu \cdot V = m$$

Invertendo:

$$m = \mu \cdot V$$

Voltando para a questão:

$$\mu_{fluido\ 1} \cdot V_1 + \mu_{fluido\ 2} \cdot V_2 = V_{corpo} \cdot \mu_{corpo}$$

O volume do corpo se dará pela soma entre V_1 e V_2:

$$\mu_{fluido\ 1} \cdot V_1 + \mu_{fluido\ 2} \cdot V_2 = (V_1 + V_2) \cdot \mu_{corpo}$$

Agora podemos substituir os valores fornecidos. Note que, se trabalharmos com as massas específicas em g/cm^3 e os volumes em cm^3, não teremos problemas com unidades conflitantes.

Lembre-se também que o fluido 2, de maior massa específica, ocupa a parte inferior do recipiente, e o volume de 10,0 cm^3 é nele imerso.

$$0{,}4 \cdot V_1 + 1{,}0 \cdot 10{,}0 = (V_1 + 10{,}0) \cdot 0{,}6$$

$$0{,}4 \cdot V_1 + 10 = 0{,}6 \cdot V_1 + 6{,}0$$

$$10 - 6{,}0 = 0{,}6 \cdot V_1 - 0{,}4 \cdot V_1$$

$$4{,}0 = 0{,}2 \cdot V_1$$

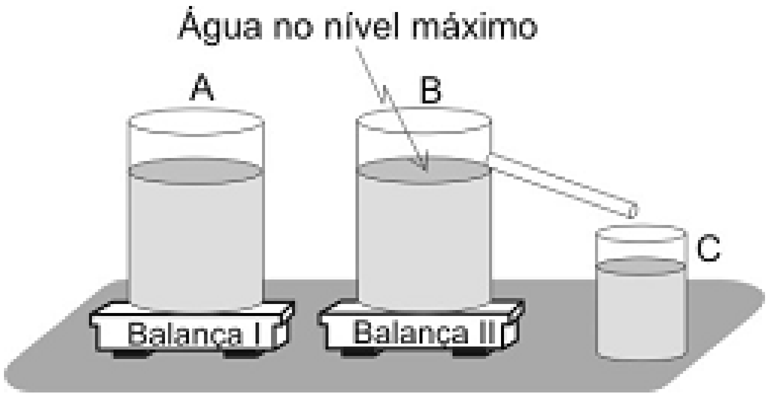
$$V_1 = \frac{4{,}0}{0{,}2} \cdot \frac{10}{10} = \frac{40}{2} = 20\ cm^3$$

Gabarito: "d".

---

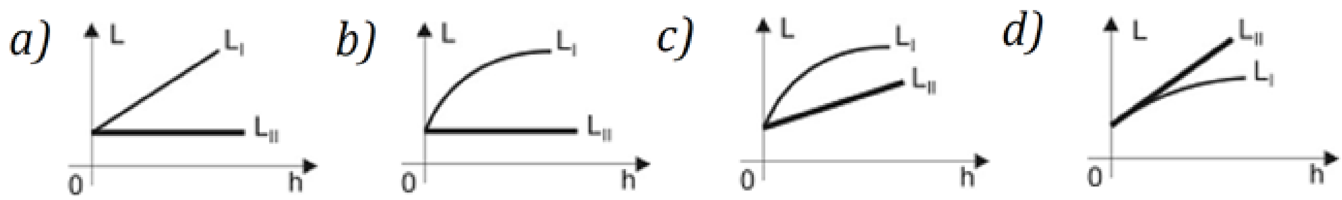
6. (2018/EPCAR/AFA)

Dois recipientes A e B, contendo o mesmo volume de água, são colocados separadamente sobre duas balanças I e II, respectivamente, conforme indicado na figura a seguir.



A única diferença entre os recipientes A e B está no fato de que B possui um "ladrão" que permite que a água escoe para um outro recipiente C, localizado fora das balanças.

Em seguida, mergulha-se, lentamente, sem girar e com velocidade constante, por meio de um fio ideal, em cada recipiente, um cilindro metálico, maciço, de material não homogêneo, de tal forma que o seu eixo sempre se mantém na vertical. Os cilindros vão imergindo na água, sem provocar variação de temperatura e sem encostar nas paredes e nos fundos dos recipientes, de tal forma que os líquidos, nos recipientes A e B, sempre estarão em equilíbrio hidrostático no momento da leitura nas balanças. O gráfico que melhor representa a leitura L das balanças I e II, respectivamente, L_I e L_{II} em função da altura h submersa de cada cilindro é



Comentários

A balança não lê, diretamente, o peso do corpo sobre ela repousado, e sim a força normal. Ao colocar o cilindro dentro do fluido, esse tentará expulsá-lo, criando uma força chamada de empuxo. A balança também irá quantificar a força de mesmo módulo e sentido oposto a essa força de empuxo.

A nova leitura da balança I será, portanto, o peso do conjunto fluido e recipiente, acrescido da força de empuxo.

$$L_I = P_{conjunto} + E$$

A expressão que descreve a força de empuxo de um fluido sobre um corpo nele imerso é:

$E = \mu_{fluido} \cdot V_{corpo\ submerso} \cdot g$		Força de empuxo exercida em função da massa específica do fluido	
$[E] = N$	$[\mu] = kg/m^3$	$[V] = m^3$	$[g] = m/s^2$

Sendo o volume do cilindro:

$V_{cilindro} = Área_{base} \cdot Altura$	Volume de um cilindro

Nota-se que o empuxo aumenta conforme a altura do cilindro submerso aumenta. E isso ocorre de forma linear, portanto o único gráfico que satisfaz a essa condição é o da letra A.

Continuando a nossa análise, a balança II também faz a leitura do peso do conjunto acrescido da força de empuxo.

$$L_{II} = P_{conjunto} + E$$

Entretanto, o peso do conjunto diminui à mesma proporção que o empuxo aumenta visto que o peso de fluido deslocado é o mesmo peso do fluido expulso através do dreno.

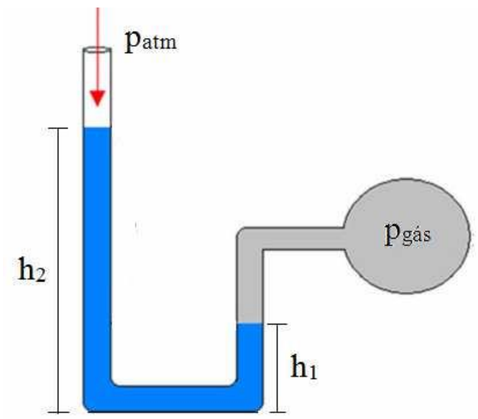
Dessa forma, a leitura L_{II}, da segunda balança, permanece inalterada, caracterizada por uma reta constante.

Gabarito: "d".

---

7. (2017/EFOMM)

O tipo de manômetro mais simples é o de tubo aberto, conforme a figura abaixo. Uma das extremidades do tubo está conectada ao recipiente que contém um gás a uma pressão $p_{gás}$, e a outra extremidade está aberta para a atmosfera. O líquido dentro do tubo em forma de U é o mercúrio, cuja densidade é $13{,}6 \cdot 10^3\ kg/m^3$. Considere as alturas $h_1 = 5{,}0\ cm$ e $h2 = 8{,}0\ cm$. Qual é o valor da pressão manométrica do gás em pascal?



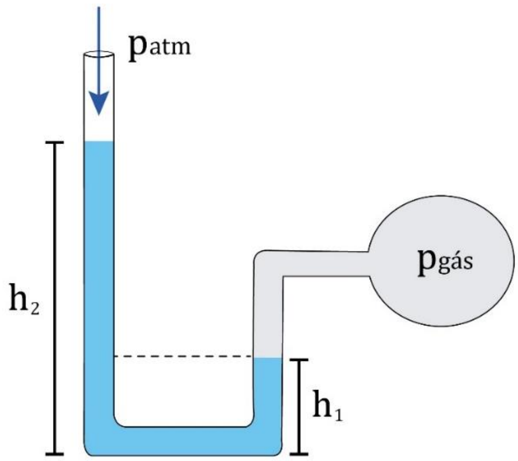
Dado: $g = 10\ m/s^2$

a) $4{,}01 \cdot 10^3$ b) $4{,}08 \cdot 10^3$ c) $40{,}87 \cdot 10^2$

d) $4{,}9 \cdot 10^4$ e) $48{,}2 \cdot 10^2$

Comentários

A pressão manométrica de um gás se dá pela sua pressão interna subtraída da pressão atmosférica. Vamos adotar a linha tracejada como nossa referência.



Pelo equilíbrio de fluidos imiscíveis, podemos escrever para a situação:

$$P_{gás} = P_{fluido} - P_0$$

Como queremos a pressão manométrica, devemos descontar a pressão atmosférica:

$$P'_{gás} = P_{fluido}$$

A pressão no interior de um fluido é calculada por:

$P_{fluido} = \mu_{fluido} \cdot g \cdot h$		Pressão exercida por um fluido	
$[P_{fluido}] = Pa$	$[\mu_{fluido}] = Kg/m^3$	$[g] = 10\ m/s^2$	$[h] = m$

Para o esquema proposto a pressão do fluido se dará por:

$$P'_{gás} = \mu_{mercúrio} \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

Precisamos converter a altura do fluido para metros, lembre-se que $1\ m$ equivale a $100\ cm$:

$$h_2 - h_1 = 8{,}0 - 5{,}0\ cm = 3{,}0\ cm = 3{,}0 \cdot 10^{-2}\ m$$

Voltando a relação anterior:

$$P'_{gás} = 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot (3{,}0 \cdot 10^{-2})$$

$$P'_{gás} = 13{,}6 \cdot 10^4 \cdot (3{,}0 \cdot 10^{-2}) = 13{,}6 \cdot 3{,}0 \cdot 10^{(4-2)}$$

$$P'_{gás} = 40{,}8 \cdot 10^2 = 4{,}08 \cdot 10^3\ Pa$$

Gabarito: “b”.

8. (2019/IME)

Um manômetro de reservatório é composto por dois tubos verticais comunicantes pelas respectivas bases e abertos em suas extremidades. Esse conjunto é preenchido parcialmente por um fluido e, como o dispositivo encontra-se no ar à pressão atmosférica padrão, o nível de fluido nos dois tubos é o mesmo. Em um dado momento, no tubo à esquerda, é adicionada uma pressão manométrica equivalente a $12\ mm$ de coluna de água. Considerando que não haja vazamento no manômetro, a ascensão de fluido no tubo à direita, em mm, é igual a:

Dados:

- diâmetro do tubo à esquerda: $20\ mm$;
- diâmetro do tubo à direita: $10\ mm$; e
- densidade do fluido: 1,2.

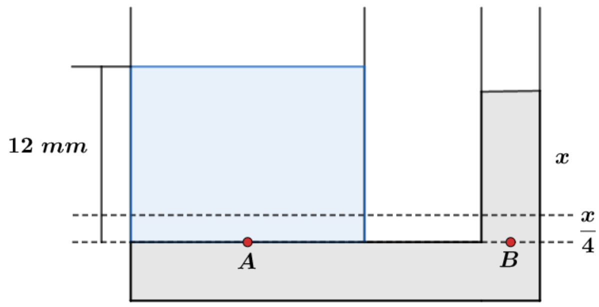
a) 20 b) 40 c) 8 d) 4 e) 10

Comentários

Pelos dados fornecidos, o diâmetro do lado esquerdo é o dobro do tubo da direita, logo, a razão entre as áreas transversal são de $4{:}\,1$, por serem bidimensionais.

Portanto, para um mesmo volume, o fluido no tubo da direita sobe 4 vezes mais do que desce o líquido no lado esquerdo.

Fazendo um desenho esquemático, temos que:



Pelo teorema de Stevin, temos que:

$$P_A = P_B$$

$$P_{atm} + \mu_{água} \cdot g \cdot h_{água} = P_{atm} + \mu_{fluido} \cdot g \cdot h_{fluido}$$

$$\cancel{P_{atm}} + \mu_{água} \cdot g \cdot h_{água} = \cancel{P_{atm}} + \mu_{fluido} \cdot g \cdot h_{fluido}$$

$$\mu_{água} \cdot g \cdot h_{água} = \mu_{fluido} \cdot g \cdot h_{fluido}$$

$$\mu_{água} \cdot \cancel{g} \cdot h_{água} = \mu_{fluido} \cdot \cancel{g} \cdot h_{fluido}$$

$$\mu_{água} \cdot h_{água} = \mu_{fluido} \cdot h_{fluido}$$

$$1{,}0 \cdot 12 = 1{,}2 \cdot \left(x + \frac{x}{4}\right)$$

$$10 = x + \frac{x}{4} = \frac{5 \cdot x}{4}$$

$$x = \frac{40}{5} = 8{,}0\ mm$$

Gabarito: "c".

---

9. (2018/ITA)

Uma esfera sólida e homogênea de volume V e massa específica ρ repousa totalmente imersa na interface entre dois líquidos imiscíveis. O líquido de cima tem massa específica ρ_C e o de baixo, ρ_B, tal que $\rho_C < \rho < \rho_B$. Determine a fração imersa no líquido superior do volume da esfera.

Comentários:

Para o equilíbrio translacional do sistema:

$$E = P$$

$$\rho_C \cdot g \cdot V_C + \rho_B \cdot g \cdot V_B = (\rho \cdot V) \cdot g$$

$$\rho_C \cdot V_C + \rho_B \cdot (V - V_C) = \rho \cdot V$$

$$\boxed{\frac{V_C}{V} = \frac{\rho_B - \rho}{\rho_B - \rho_C}}$$

Gabarito: $\frac{V_C}{V} = \frac{\rho_B - \rho}{\rho_B - \rho_C}$**.**

---

10. (2016/ITA/Modificada)

Um cubo de peso P_1, construído com um material cuja densidade é ρ_1, dispõe de uma região vazia em seu interior e, quando inteiramente imerso em um líquido de densidade ρ_2, seu peso reduz-se a P_2. Determine a expressão do volume da região vazia deste cubo.

Comentários:

A redução do peso é o peso aparente do objeto:

$$E = P_1 - P_2$$

$$\rho_2 \cdot V \cdot g = P_1 - P_2 \qquad (I)$$

O volume total do cilindro é a soma do volume vazio e do volume efetivo:

$$V = V_{vazio} + V_{preenchido}$$

$$V = V_{vazio} + \frac{m}{\rho_1}$$

$$V = V_{vazio} + \frac{P_1}{\rho_1 \cdot g} \qquad (II)$$

Substituindo (I) em (II):

$$\rho_2 \cdot \left(V_{vazio} + \frac{P_1}{\rho_1 \cdot g}\right) \cdot g = P_1 - P_2$$

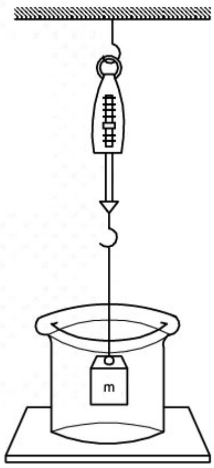
$$\boxed{V_{vazio} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_2 \cdot g} - \frac{P_1}{\rho_1 \cdot g}}$$

Gabarito: $V_{vazio} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_2 \cdot g} - \frac{P_1}{\rho_1 \cdot g}$

---

11. (1987/ITA)

Um bloco de urânio de peso 10N está suspendo a um dinamômetro e submerso em mercúrio de massa específica 13,6 x 10^3 kg/m³, conforme a figura. A leitura no dinamômetro é 2,9N. Então, a massa específica do urânio é:



a) 5,5 x 10^3 kg/m³

b) 24 x 10^3 kg/m³

c) 19 x 10^3 kg/m³

d) 14 x 10^3 kg/m³

e) 2,0 x 10^{-4} kg/m³

Comentários:

A medição do dinamômetro é igual ao peso do bloco menos o empuxo sofrido.

$$F_{dinamômetro} = P - \rho_{liq} \cdot V_{submerso} \cdot g$$

$$2{,}9 = 10 - 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot V_{submerso} \cdot g$$

$$V_{submerso} = \frac{7{,}1}{13{,}6 \cdot 10^3 \cdot g}$$

Sabe-se, portanto, o volume submerso e a massa. Portanto, calcula-se a densidade:

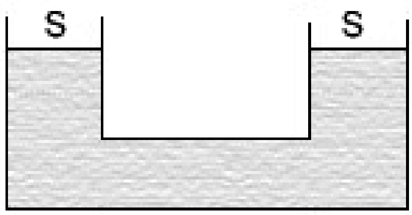
$$\rho_{Urânio} = \frac{\frac{P}{g}}{V_{submerso}} = \frac{10 \cdot 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot g}{g \cdot 7{,}1} = 19{,}15 \cdot 10^3\ kg/m^3$$

Gabarito: “c”.

---

12. (1993/ITA)

Os dois vasos comunicantes da figura abaixo são abertos, têm seções retas iguais a S e contêm um líquido de massa específica ρ. Introduz-se no vaso esquerdo um cilindro maciço e homogêneo de massa M, seção $S' < S$ e menos denso que o líquido. O cilindro é introduzido e abandonado de modo que no equilíbrio seu eixo permaneça vertical. Podemos afirmar que no equilíbrio o nível de ambos os vasos sobe:



a) $M/[\rho(S - S')]$

b) $M/[\rho(2S - S')]$

c) $M/[2\rho(2S - S')]$

d) $2M/[2\rho(2S - S')]$

e) $M/[2\rho S]$

Comentários:

Para achar a altura que o líquido sobe, devemos calcular o volume que o objeto introduzido desloca. Esse volume é achado pelo equilíbrio entre a força peso e a força de empuxo:

$$P = E \Rightarrow Mg = \rho \cdot V_{submerso} \cdot g$$

$$V_{submerso} = \frac{M}{\rho}$$

Esse volume que o corpo desloca irá subir igualmente em ambos os tubos. Isto é:

$$V_{submerso} = A \cdot h \Rightarrow \frac{M}{\rho} = 2S \cdot h$$

$$\boxed{h = \frac{M}{2\rho \cdot S}}$$

Observação: um erro muito comum é considerar que o líquido irá subir somente numa seção $(2S - S')$. Isso está errado, pois ao fazer-se tal consideração, considera-se que ao inserir o corpo, ele desloca um volume ao seu redor e no outro tubo, sem "subir" junto com a água. Nesse caso, o volume submerso aumentaria e o sistema não estaria em equilíbrio.

Gabarito: "e".

6 - Considerações finais da aula

Tome nota nos exercícios mais difíceis e faça mais de uma vez, com consciência completa do que você está fazendo. Não deixe nada passar com dúvidas.

Sabemos que o caminho para a aprovação é árduo, mas comentaremos o maior número de questões do Colégio Naval e passaremos todos os bizus possíveis.

Conte conosco nessa jornada. Quaisquer dúvidas, críticas ou sugestões entre em contato pelo fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:

@prof.lucascosta

@profhenriquegoulart

7 - Referências bibliográficas

[1] Calçada, Caio Sérgio. Física Clássica. 1. Ed. Saraiva Didáticos, 2012. 576p.

[3] Brito, Renato. Fundamentos de Mecânica. 2 ed. VestSeller, 2010. 496p.

[4] Newton, Gualter, Helou. Tópicos de Física. 11ª ed. Saraiva, 1993. 303p.

[5] Toledo, Nicolau, Ramalho. Os Fundamentos da Física 1. 9ª ed. Moderna. 490p.

[6] Resinick, Halliday. Fundamentos de Física. 8ª ed. LTC.394p.

8 - Versão de aula

Versão da aula	Data da atualização
1.0	04/05/2020