



**Estratégia**  
CONCURSOS

**Aula 10**

**Matemática III p/ Escola de Sargentos das Armas (EsSA) Com  
videoaulas - Pós-Edital**

Italo Marinho Sá Barreto

# Aula 10: Pirâmides e cones.

## Sumário

<b>1 – Pirâmides</b>	<b>4</b>
1.1 – Definição e elementos básicos .....	4
1.2 – Áreas e volumes em uma pirâmide .....	11
1.3 – Tetraedro regular .....	13
1.4 – Sólidos semelhantes e tronco de pirâmide .....	17
<b>2 – Cones</b>	<b>32</b>
2.1 – Definição e elementos básicos .....	32
2.2 – Áreas e volume em um cone .....	37
2.3 – Cones semelhantes e tronco de cone .....	38
2.4 – Cone de revolução .....	41
2.5 – GABARITO .....	51



E aí jovem estudante guerreiro e futuro aprovado desse Brasil! Saudoso para continuar seus estudos? Pois então, jovem, aqui você encontrará a nossa sequência lógica da geometria espacial. Estaremos versando hoje acerca das pirâmides e dos cones, sólidos com extrema recorrência nos seus exames.

Analisaremos os seus elementos básicos, definições, métricas, áreas e volumes. Também daremos um enfoque maior acerca do tetraedro regular, sólido complicado e cheio de métricas próprias.

Depois disso, versaremos sobre os cones, sólidos também cheios de métricas próprias. Área lateral, volume, métricas internas, planificações, e etc.

Vamos lá, então, jovem? Partiu!







DISPONÍVEL	CONTEÚDO
Aula 00	<i>Fundamentos da Geometria Plana: elementos primitivos, axiomas e postulados. Ângulos: definição, elementos, notações, unidades de medida, classificação, ângulos consecutivos, ângulos adjacentes, bissetriz de um ângulo, ângulos opostos pelo vértice, retas paralelas cortadas por transversais. Triângulos: definição, elementos, relações angulares, condição de existência, classificação, cevianas, pontos notáveis, base média, congruência.</i>
Aula 01	<i>Teorema de Tales, semelhança de triângulos e teorema das bissetrizes. Relações métricas no triângulo retângulo. Polígonos: definição, elementos, nomenclatura, polígonos côncavos, polígonos convexos, classificação, relações angulares e número de diagonais.</i>
Aula 02	<i>Quadriláteros notáveis: definição, elementos, relações angulares, classificação, base média e mediana de Euler.</i>
Aula 03	<i>Polígonos regulares: Polígonos regulares inscritos e polígonos regulares circunscritos. Circunferência: definição de circunferência e de círculo, elementos, posições relativas, ângulos na circunferência, quadriláteros inscritíveis, teorema de Pitot, e potência de ponto.</i>
Aula 04	<i>Trigonometria: razões trigonométricas no triângulo retângulo, trigonometria num triângulo qualquer (Lei dos senos e dos cossenos)</i>
Aula 05	<i>Circunferência trigonométrica, operações com arcos (adição, subtração e arco duplo) e funções trigonométricas.</i>
Aula 06	<i>REVISIONAL ESTRATÉGICO</i>
Aula 07	<i>Áreas de figuras planas.</i>
Aula 08	<i>Introdução à Geometria Espacial: poliedros.</i>
Aula 09	<i>Prismas: definição, elementos, classificação, planificação, áreas, volume e casos especiais: cubos e paralelepípedos. Cilindros: definição, elementos, classificação, planificação, áreas e volume.</i>
Aula 10	<i>Pirâmides: definição, elementos, classificação, relações métricas na pirâmide, áreas e volume. Cones: definição, elementos, classificação, relação métricas no cone, áreas e volume.</i>
Aula 11	<i>Esferas: definição, elementos, secção esférica, área da superfície esférica e volume. Troncos.</i>
Aula 12	<i>REVISIONAL ESTRATÉGICO</i>

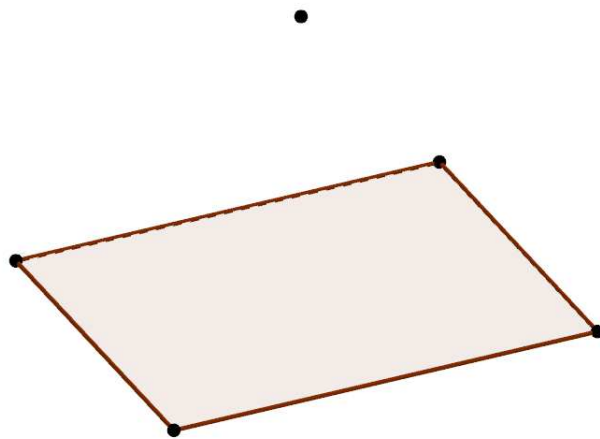


## 1.0- PIRÂMIDES

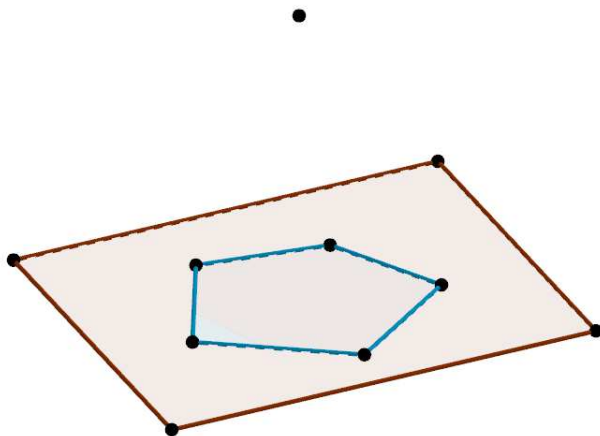
### 1.1- DEFINIÇÃO E ELEMENTOS BÁSICOS

#### Uma pequena intuição sobre o conceito de pirâmides

Inicialmente, para podermos construir uma pirâmide de modo formal, considere um plano e um ponto não-pertencente a esse plano, como abaixo:

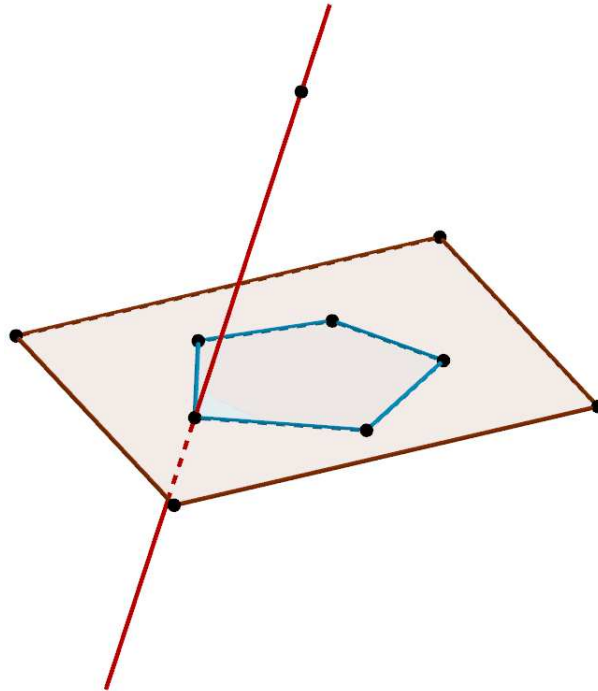


Agora, desenhe um polígono qualquer nesse plano:

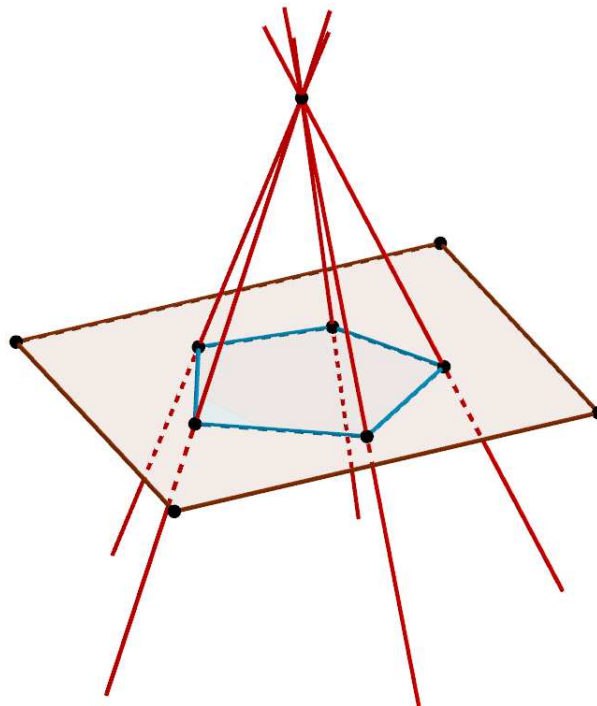


Um polígono possui, naturalmente, vértices. O que faremos agora é conectar cada vértice ao ponto externo ao plano. Vejamos uma primeira conexão, para que você tenha uma melhor ideia do que faremos:

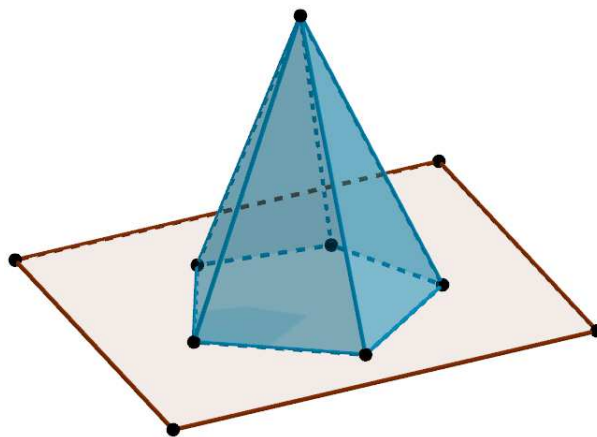




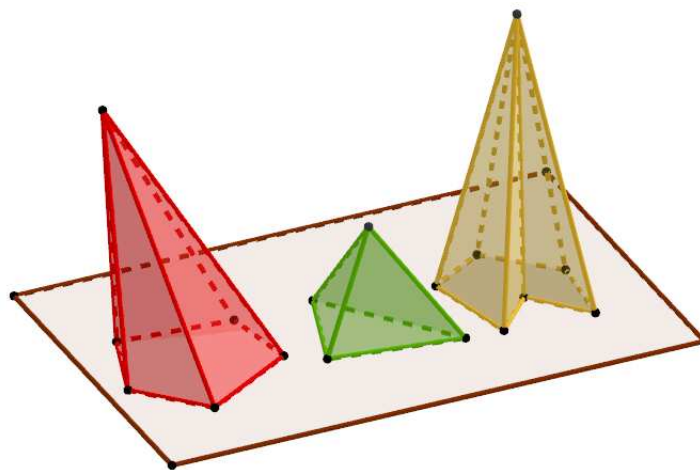
Conecte então o ponto ao restante dos vértices do polígono:



A figura obtida “entre” o plano e o ponto, é o que chamamos de uma **pirâmide**. Destaquei a pirâmide construída para que você possa enxergá-la melhor, veja:



Veja a seguir alguns exemplos de pirâmides:



A intuição correta para pirâmides é esse aspecto pontiagudo que elas possuem. Uma ponta que se conecta a todos os vértices de um polígono plano qualquer.

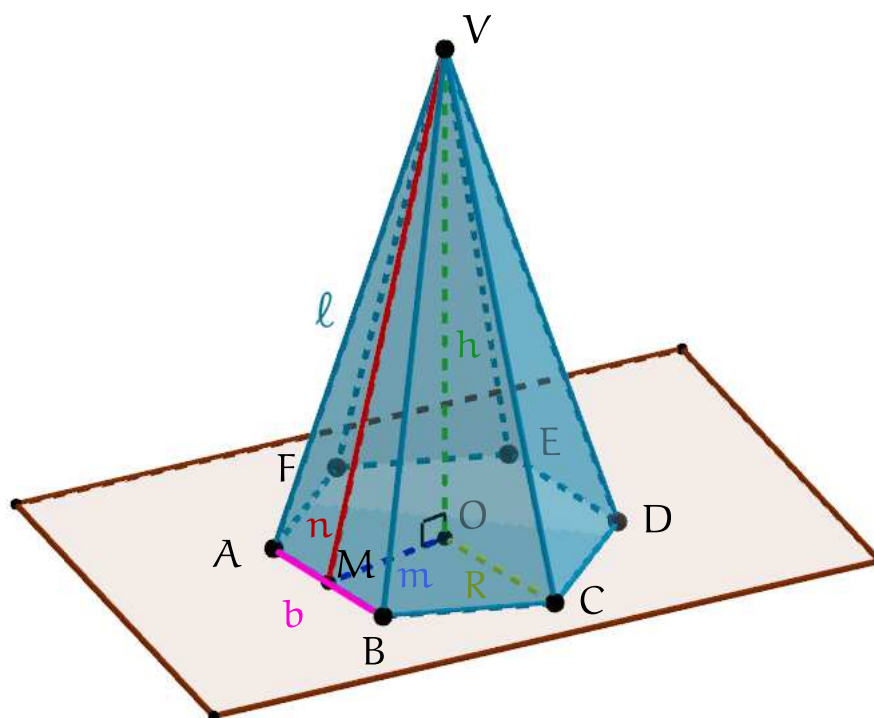


Ao lado podemos ver as Pirâmides do Egito. Aproveite para tentar visualizá-las de acordo com a definição formal de construção que acabei de te dar. Consegue vê-las dessa forma? Imagine o solo como o plano que te apresentei e seus topos como o vértice fora do plano. Use sua imaginação e tente visualizar essas construções de acordo com a nossa padronização! Isso ajudará na sua visão espacial

e na proporção em que a sua mente a imagina. Bom, vamos continuar então.

## Elementos da pirâmide

Observe a pirâmide abaixo.



Nessa pirâmide destaquei alguns elementos importantes que nos serão muito úteis no decorrer de nossos estudos. Vamos lá, então, falar um pouco sobre esses elementos:

- **Vértice da pirâmide:** é o ponto  $V$ , ponto externo ao plano da base que se conecta a todos os seus outros vértices;
- **Arestas laterais:** São as linhas que conectam o vértice da pirâmide aos vértices de sua base. Em nossa pirâmide de exemplo são os segmentos  $VA$ ,  $VB$ ,  $VC$ ,  $VD$ ,  $VE$  e  $VF$ ;
- **Altura da pirâmide:** É a distância do vértice ao plano da base. Em nossa figura, é identificada pelo segmento  $AO$ .
- **Arestas da base:** São os segmentos que constroem o polígono contido no plano da base. No nosso exemplo, são os segmentos:  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$ ,  $EF$  e  $AF$ .
- **Apótema<sup>1</sup> da base:** Nem todas as pirâmides possuem apótema da base, apenas quando são **regulares** (veremos sobre as classificações de pirâmides daqui a pouquinho). Quando uma pirâmide é regular, chamamos de apótema da base o segmento que une o centro do polígono da

<sup>1</sup>Esse conceito foi estudado em nossa aula de círculos; não se esqueça de retornar lá e dar uma olhada caso tenhas dúvidas

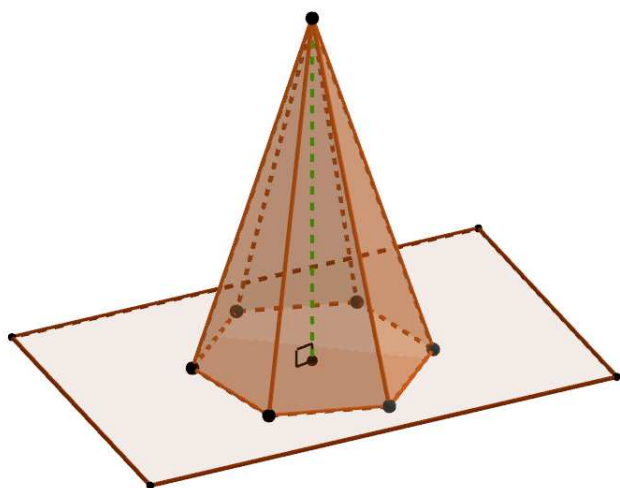


base ao ponto médio de uma das arestas da base (um exemplo é o segmento azul-escuro da figura de exemplo).

- **Apótema da pirâmide:** O apótema da pirâmide, presente apenas em pirâmides retas e regulares, é o segmento que une o seu vértice ao ponto médio de uma das arestas da base. Um exemplo é o segmento vermelho que podemos enxergar na figura, de medida  $n$ .
- **Raio circunscrito à base<sup>2</sup>:** É o raio do círculo que circunscribe a base da pirâmide. Esse elemento está presente também apenas em pirâmides regulares.

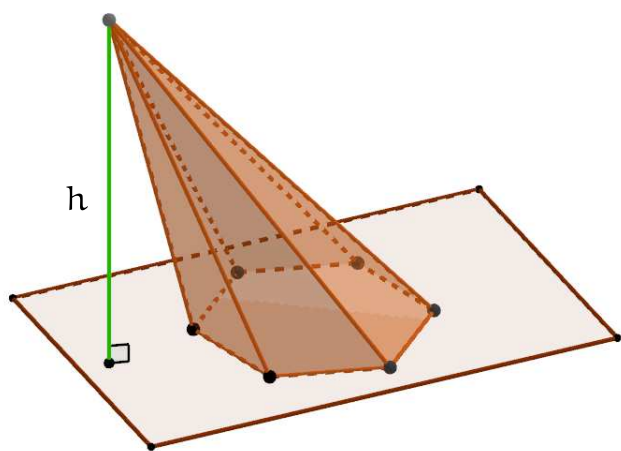
### Classificações das pirâmides

Algo importante acerca da altura é que nem sempre ela será projetada no interior da base. Observe a figura abaixo:



Podemos ver ao lado uma pirâmide em que a altura é, de fato projetada no centro geométrico do polígono da base. Quando isso acontece, a pirâmide é dita uma **pirâmide reta**.

As pirâmides retas são muito mais comuns em exercícios do que as não-retas (que veremos em seguida), mas isso não impede que as incomuns não versem em seu concurso. Bom, vamos dar uma olhada em uma pirâmide que não seja reta. Tudo bem até aqui, jovem? Então, vamos lá (não se esqueça de revisar tudo aquilo que não tenha ficado claro, jovem; isso é muito, muito importante).



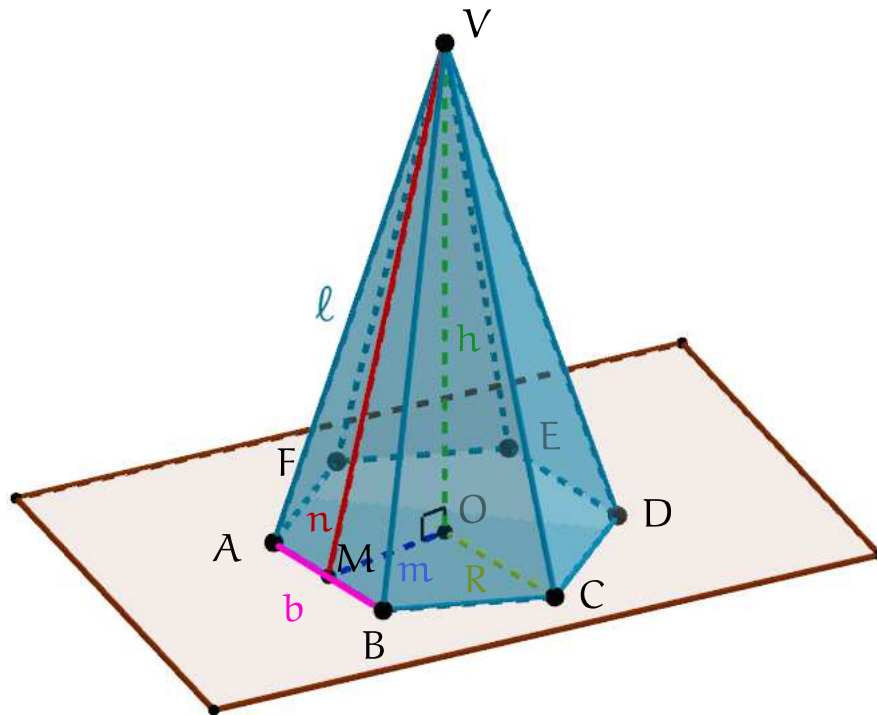
Ao lado podemos ver um outro tipo de pirâmide: as **pirâmides oblíquas**. Observe que a sua altura não se projeta no centro do polígono da base. Ela não precisa necessariamente se projetar fora da base, basta que não seja no centro do polígono (condição necessária e suficiente para ser oblíqua).

Um fator importante: em geral, as literaturas de matemática não admitem **apótema de**

**pirâmide** para pirâmides oblíquas, lembre-se disso. Bom, agora vamos às pirâmides regulares.

<sup>2</sup>Conceito também analisado na aula de Círculos.

Uma pirâmide será dita **regular** quando o seu polígono da base for regular<sup>3</sup>. As pirâmides regulares são, junto com as pirâmides retas, as mais comuns nos concursos militares. A pirâmide que vimos há algumas páginas é uma pirâmide regular, veja:



Não estou a redesenhando aqui simplesmente para lembrá-lo de sua regularidade, jovem. É porque pirâmides retas regulares têm algumas métricas úteis que enunciarei aqui.

Para a primeira, preciso que olhes para o triângulo VMB. Sabemos que VM é um apótema dessa pirâmide. Então, M é ponto médio de AB, isto é, VM é uma mediana de  $\triangle VAB$ . Porém, veja que o triângulo VAB é isósceles (pois a pirâmide é reta e regular). Então, como VM é mediana, também será altura e bissetriz (conceitos vistos em nossa primeira aula de geometria plana). Daí, o triângulo VMB é retângulo, pois  $\angle VMB = 90^\circ$ . Podemos então utilizar o Teorema de Pitágoras nesse triângulo para chegar à seguinte equação:  $VB^2 = VM^2 + MB^2$ , ou seja:

$$\ell^2 = n^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2.$$

<sup>3</sup>O conceito de polígonos regulares também já foi visto; foi visto poela primeira vez na aula de Polígonos e pela segunda vez na aula de Círculos, aonde foram estudados de um ponto de vista métrico.

O próximo triângulo a ser notado é o triângulo retângulo VMO, reto em O. Aplicando o Teorema de Pitágoras nesse triângulo, obtemos:

$$n^2 = m^2 + h^2.$$

Finalmente, perceba o triângulo retângulo VCO, também reto em O. Aplicando novamente o Teorema de Pitágoras, temos:

$$\ell^2 = h^2 + R^2.$$



*O sr. aconselha que eu memorize essas fórmulas?*

De forma alguma, coruja! Não, não e não. Essas expressões estão aqui representadas para que você saiba que existem e para que você tenha autonomia para a construção dos triângulos por conta própria, tudo bem? Nada de ficar decorando essas fórmulas esparsas, você vai acabar se confundindo. O importante, como disse, é que você

saiba **construir os triângulos**. Esse é o verdadeiro ouro dessa teoria, tudo bem, coruja? Tudo bem, jovem estudante? Então, vamos lá, continuando!

### Nomenclaturas

Uma pirâmide é nomeada quanto ao gênero do polígono de sua base. Então, se uma pirâmide possui um pentágono como polígono da base, diremos que se trata de uma pirâmide pentagonal. Se o polígono da base tiver seis lados, diremos que se trata de uma pirâmide hexagonal.

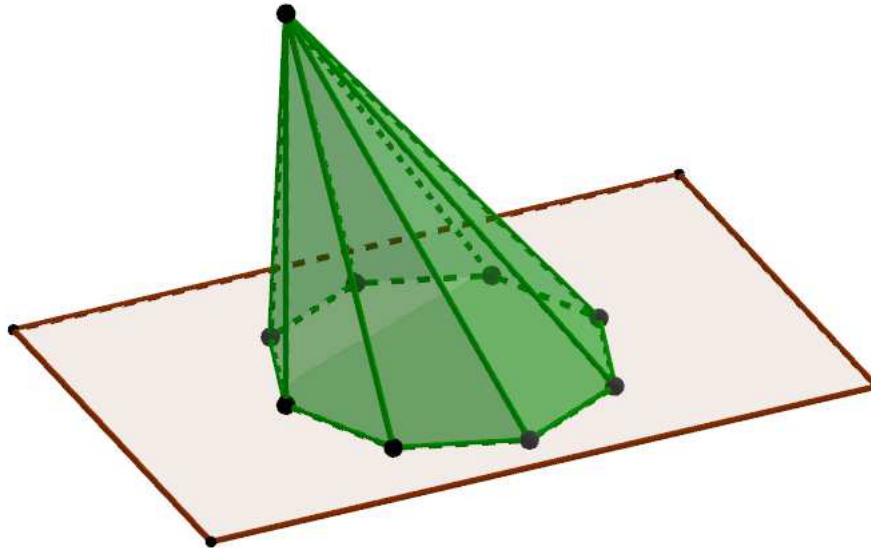
Um detalhe importante: *o número de faces de uma pirâmide é sempre uma unidade superior à sua classificação*. Uma pirâmide hexagonal, por exemplo, tem sete faces, mesmo que seu polígono da base tenha apenas seis. Tudo bem, jovem?



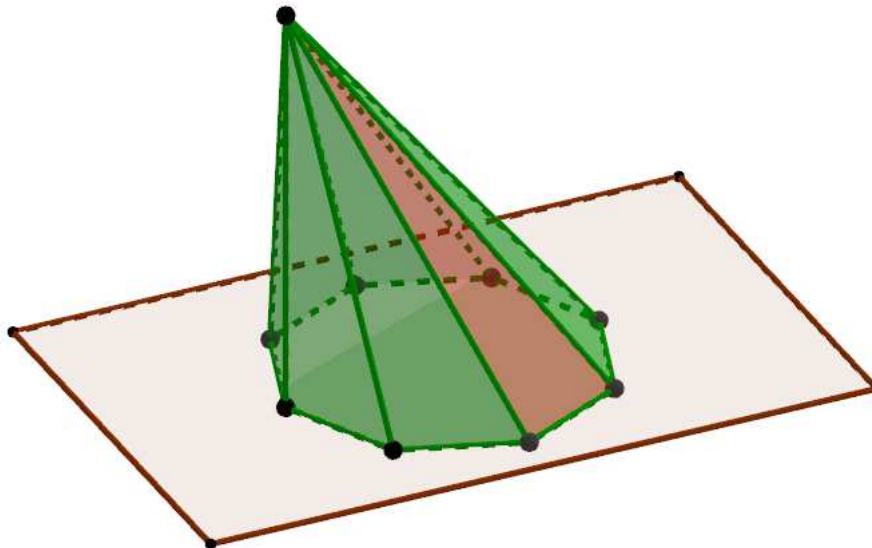
## 1.2- ÁREAS E VOLUMES EM UMA PIRÂMIDE

### Área lateral de uma pirâmide qualquer

Considere uma pirâmide qualquer, como a abaixo:



Qualquer face que não seja a base é chamada de uma **face lateral**. Veja abaixo uma das faces laterais da pirâmide acima destacada:



A área lateral  $S_\ell$  de uma pirâmide será a soma de todas as suas faces laterais.

### Área total

A área total de uma pirâmide (identificada por  $S_t$ ) é a soma de sua área lateral com a área da base. Algebricamente, temos:

$$S_t = S_l + S_b.$$

### Volume de uma pirâmide

Considere uma pirâmide cuja área da base seja  $S_b$  e cuja altura seja  $h$ . Seu volume pode ser calculado da seguinte forma:

$$V = \frac{S_b \cdot h}{3}.$$

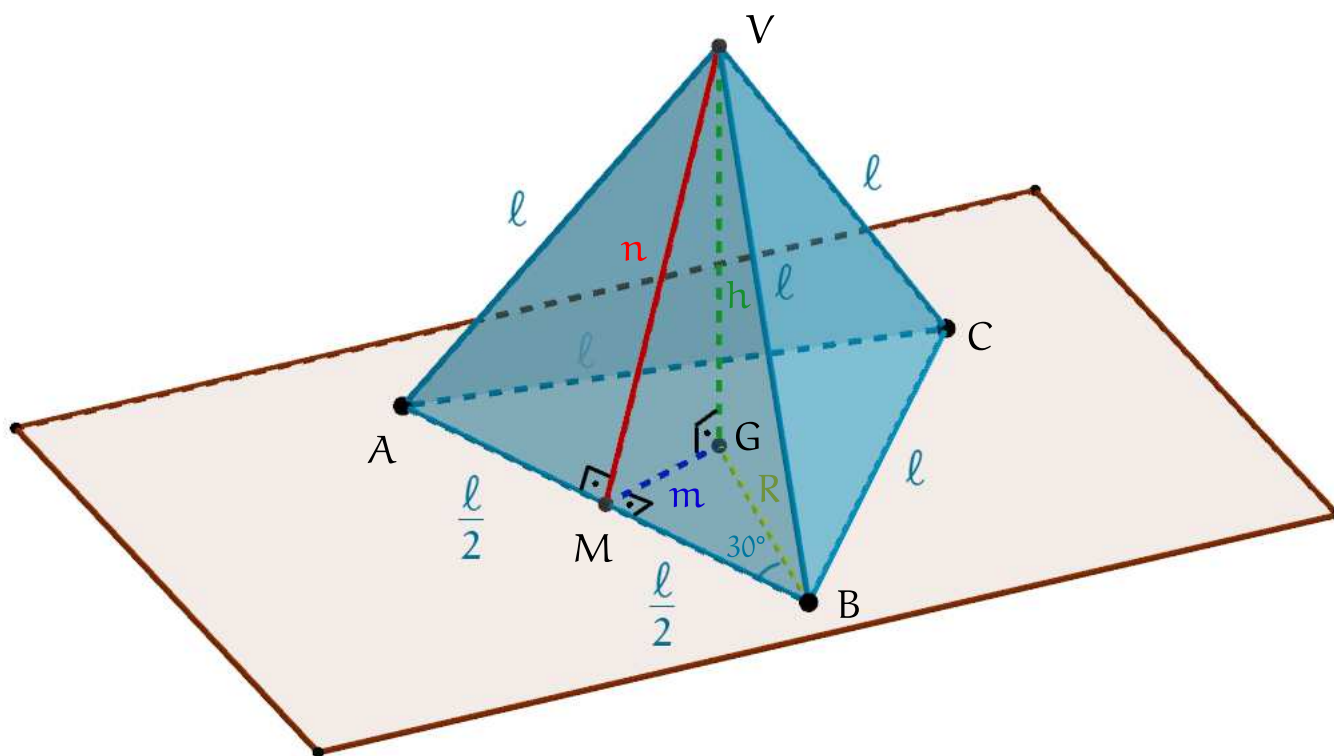
Podemos dizer então que uma pirâmide possui um terço do volume de um prisma, baseando-nos na fórmula de volume que aprendemos na nossa última aula.



### 1.3- TETRAEDRO REGULAR

#### Área total

Considere o tetraedro regular a seguir:



Já tracei em seu interior alguns segmentos que nos serão importantes no decorrer das demonstrações que faremos a seguir. Estarei recorrendo continuamente a essa figura, então, tenha-a entendido bem.

Começarei falando sobre a sua área total, que nada mais é que a soma das áreas de quatro triângulos equiláteros, correto? Devemos aqui nos lembrar de que a área de um triângulo equilátero de lado  $l$  pode ser calculada da seguinte forma:

$$A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}.$$

Como se tratam de 4 triângulos equiláteros, temos uma área total de  $S_t = 4 \cdot \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$ , isto é:

$$S_t = l^2\sqrt{3}.$$



### Apótema e altura do tetraedro

Calcular a altura de um tetraedro regular pode ser um desafio para quem não está acostumado com geometria espacial. Vamos lá, com calma, e sempre remetendo àquela figura inicial dessa seção sobre tetraedros. Sigamos.

Em primeiro lugar, veja que  $VM$  é a altura do triângulo equilátero  $VAB$ . Sabemos que um triângulo equilátero de lado  $\ell$  possui altura  $\frac{\ell\sqrt{3}}{2}$  (que nesse caso, além de altura do triângulo equilátero, também é o apótema dessa pirâmide, consegue ver isso, jovem?); dessa forma, podemos concluir que  $VM = n = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$ .

Agora, observe o triângulo  $BGM$ , que na figura está deitado no chão (contido na base). Podemos nos utilizar de trigonometria para concluir o seguinte:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} 30^\circ &= \frac{m}{\frac{\ell}{2}} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} &= \frac{2m}{\ell} \\ 6m &= \ell\sqrt{3} \\ m &= \frac{\ell\sqrt{3}}{6}.\end{aligned}$$

Calculamos então o apótema da base:

$$m = \frac{\ell\sqrt{3}}{6}.$$

Agora, para encontrarmos a altura do tetraedro, basta aplicar o Teorema de Pitágoras no triângulo  $VMG$ , reto em  $G$ :

$$\begin{aligned}VM^2 &= VG^2 + GM^2 \\ n^2 &= h^2 + m^2 \\ h^2 &= n^2 - m^2 \\ h^2 &= \left(\frac{\ell\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\ell\sqrt{3}}{6}\right)^2 \\ h^2 &= \frac{\ell^2 \cdot 3}{4} - \frac{\ell^2 \cdot 3}{36}\end{aligned}$$



$$h^2 = \frac{27\ell^2 - 3\ell^2}{36}$$

$$h^2 = \frac{24\ell^2}{36}$$

$$h^2 = \frac{6\ell^2}{9}$$

$$h = \sqrt{\frac{6\ell^2}{9}}$$

E daí, temos que:

$$h = \frac{\ell\sqrt{6}}{3}.$$

### Volume

Visto que a base de um tetraedro regular é um triângulo equilátero, podemos concluir que a área de sua base pode ser calculada por  $S_b = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$ , área de um triângulo equilátero. Já vimos também que a altura  $h$  de um tetraedro pode ser calculada por  $h = \frac{\ell\sqrt{6}}{3}$ . Dessa forma, teremos:

$$\begin{aligned} V &= \frac{S_b \cdot h}{3} \\ &= \frac{\frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\ell\sqrt{6}}{3}}{3} \\ &= \frac{\ell^3\sqrt{18}}{12} \\ &= \frac{\ell^3\sqrt{18}}{36} \\ &= \frac{\ell^3\sqrt{2}}{12} \end{aligned}$$

Dessa forma, concluímos que:

$$V = \frac{\ell^3\sqrt{2}}{12}.$$





### Ângulo entre duas faces

Se alguma questão em algum momento lhe perguntar o ângulo entre duas faces<sup>4</sup> de um tetraedro, remeta esse ângulo sempre ao ângulo  $\angle VMG$ . Chamarei esse ângulo de  $\varphi$ , isto é,  $\angle VMG = \varphi$ . Observando o triângulo VMG, temos:

$$\begin{aligned}\cos \varphi &= \frac{m}{n} \\ \cos \varphi &= \frac{\frac{l\sqrt{3}}{6}}{\frac{l\sqrt{3}}{2}} \\ \cos \varphi &= \frac{l\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{2}{l\sqrt{3}} \\ \cos \varphi &= \frac{1}{3}.\end{aligned}$$

Dessa forma, temos finalmente que:

$$\varphi = \arccos \frac{1}{3}.$$

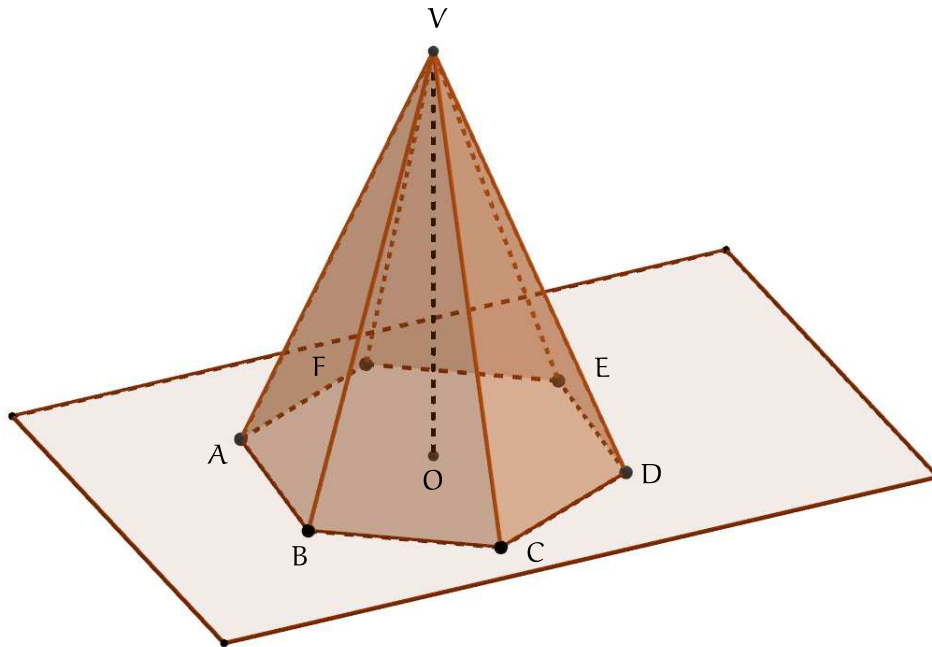
<sup>4</sup>Em algumas bibliografias conhecidas e adotadas esses ângulos são chamados de *ângulos diédricos*.



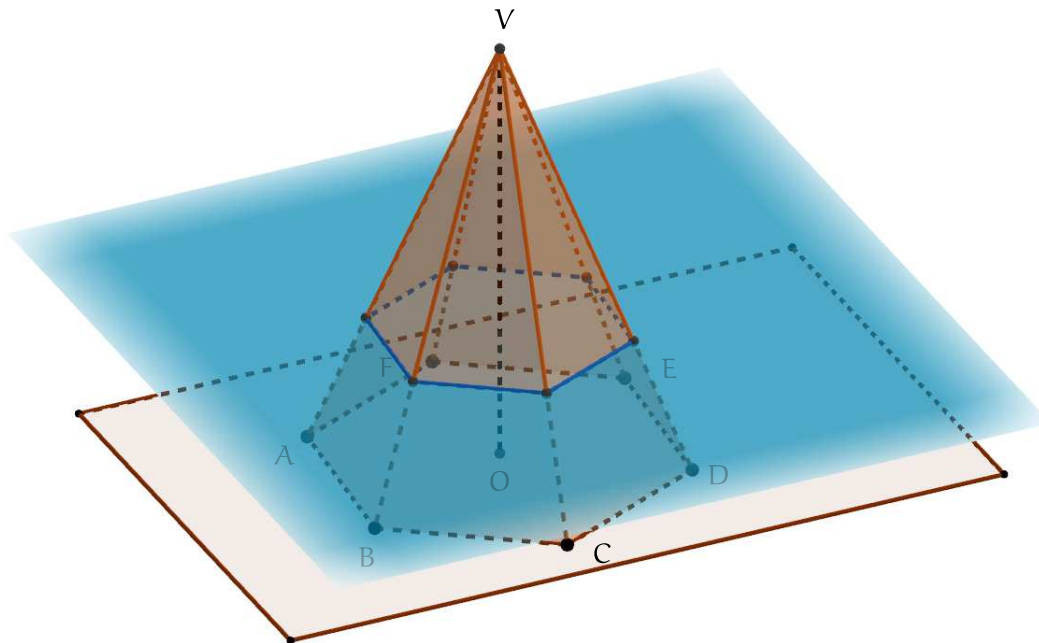
## 1.4- SÓLIDOS SEMELHANTES E TRONCO DE PIRÂMIDE

### Sólidos semelhantes

Considere uma pirâmide como a abaixo, de altura  $H$ :

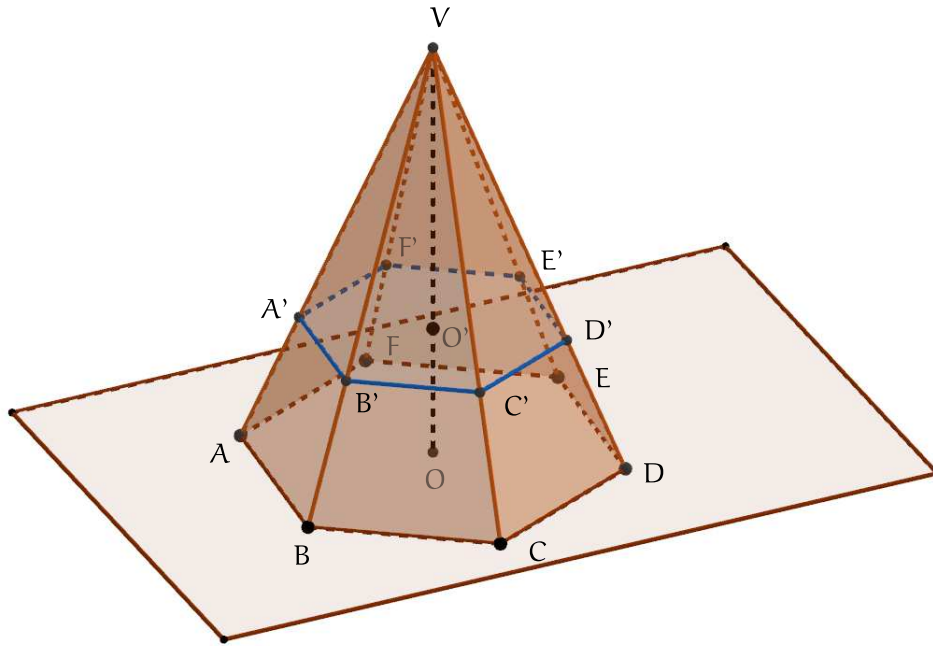


Agora considere uma secção paralela ao plano da base, como a seguir:

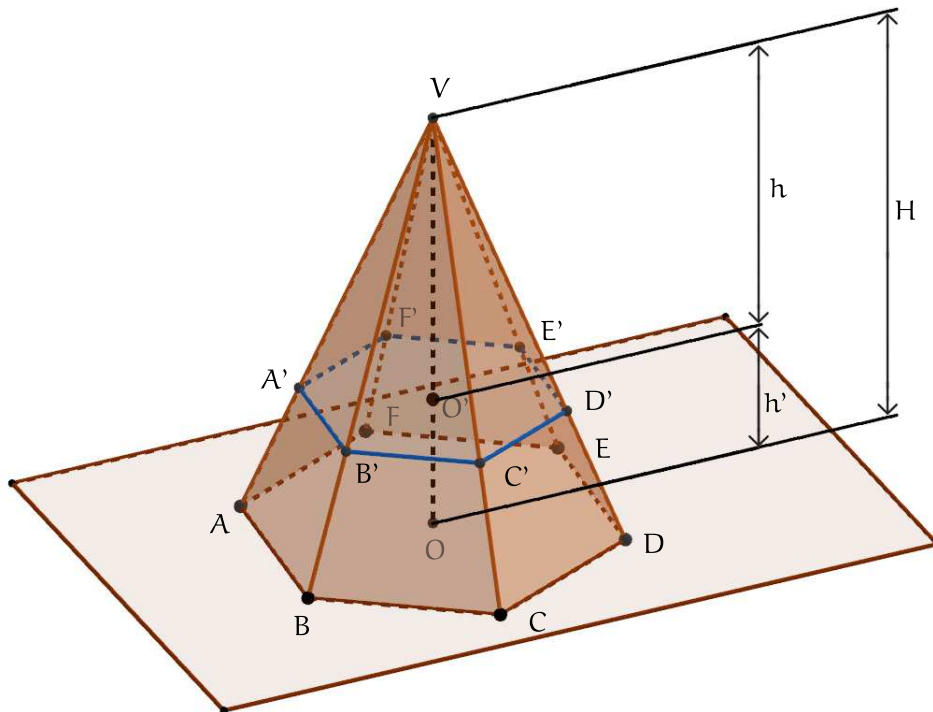


Perceba então forma em que a nossa pirâmide fica dividida. Analisemos esse corte mais a fundo:





Percebemos que uma pirâmide menor surge, a pirâmide  $VA'B'C'D'E'F'$ , e veja que ela está contida na pirâmide maior, a pirâmide  $VABCDEF$ . Esse tipo de formação constrói um novo tipo de relação: a relação de **sólidos semelhantes**. Podemos dizer, nessa figura, que as pirâmides  $VABCDEF$  e  $VA'B'C'D'E'F'$  são semelhantes.



Vamos considerar que a altura, o volume e a área da base de  $VABCDEF$  sejam, respectivamente,  $H$ ,  $V$  e  $S_b$ . Considere também que a altura, o volume e a área da base de  $VA'B'C'D'E'F'$  sejam,



respectivamente,  $h$ ,  $V'$  e  $S'_b$ . Dessa forma, é possível demonstrar que:

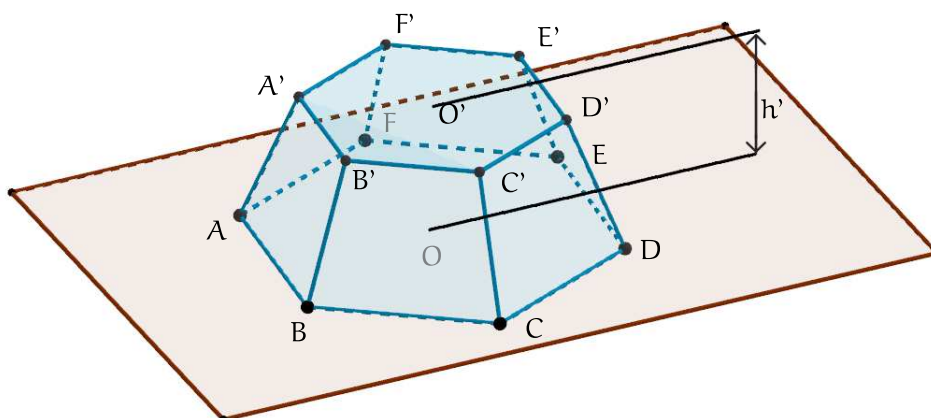
$$\frac{V}{V'} = \left(\frac{H}{h}\right)^3$$

Para áreas, também é possível demonstrar que:

$$\frac{S_b}{S'_b} = \left(\frac{H}{h}\right)^2$$

### Tronco de pirâmide

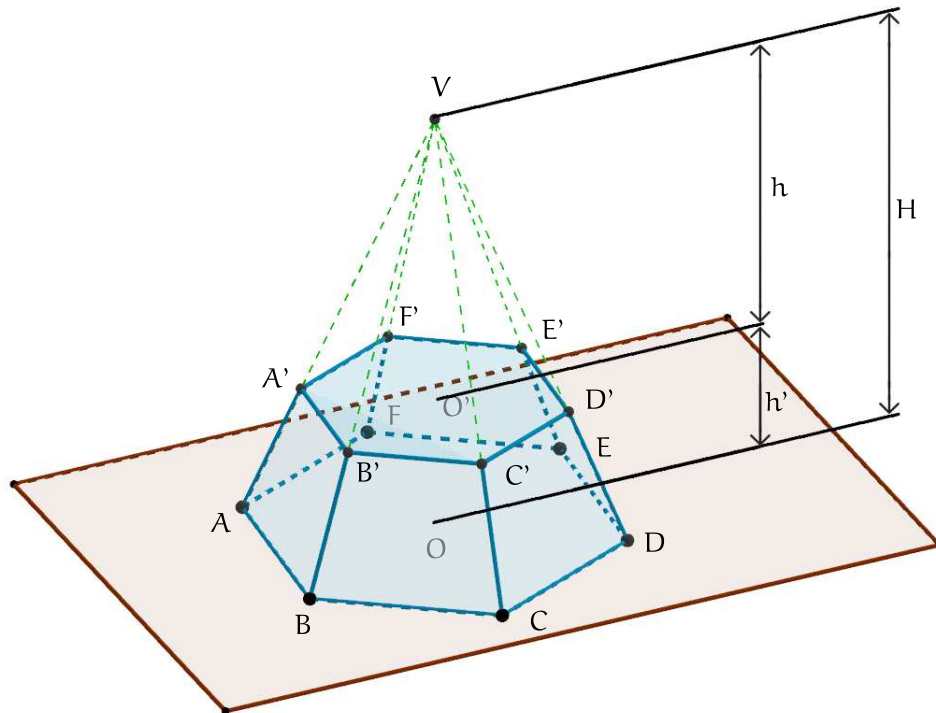
Na figura, anterior, o **tronco da pirâmide** foi justamente a região inferior ao plano de corte, isto é, a região que não contém o vértice da pirâmide. Abaixo n[os temos um exemplo de tronco de cone, baseado na secção anterior:



Demonstrarei agora como podemos desenvolver a fórmula para o cálculo do volume do tronco de uma pirâmide. Bom, vamos lá à demonstração.

Em primeiro lugar, vamos a algumas notações. Um tronco de pirâmide possui duas bases: a superior e a inferior. Chamarei a área da base inferior de  $B$ , enquanto a área da base superior será chamada de  $b$ .

Uma outra nomenclatura que utilizarei nessa demonstração depende da formação do tronco ainda enquanto uma pirâmide completa. Nossa figura, antes do corte, era como segue:



Vamos considerar que o volume da pirâmide superior seja  $V'$ , da pirâmide total  $V$  e do tronco da pirâmide,  $V_T$ .

Dessa forma, podemos desde já dizer que:

$$\frac{B}{b} = \left(\frac{H}{h}\right)^2.$$

Veja porém que  $H = h + h'$ , isto é,  $h = H - h'$ . Logo:

$$\frac{B}{b} = \left(\frac{H}{H - h'}\right)^2.$$

Vamos isolar  $H$ , aqui, será útil posteriormente:

$$\begin{aligned}\frac{B}{b} &= \left(\frac{H}{H - h'}\right)^2 \\ \sqrt{\frac{B}{b}} &= \sqrt{\left(\frac{H}{H - h'}\right)^2} \\ \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{b}} &= \frac{H}{H - h'} \\ \sqrt{B}(H - h') &= \sqrt{b}H \\ H\sqrt{B} - \sqrt{b}H &= h'\sqrt{B}\end{aligned}$$

$$H(\sqrt{B} - \sqrt{b}) = h'\sqrt{B}$$
$$H = \frac{h'\sqrt{B}}{\sqrt{B} - \sqrt{b}}.$$

Daqui a pouco precisaremos utilizar esse H que isolamos. Mas agora, voltemos ao volume. O volume que procuramos,  $V_T$ , é tal que:

$$V_T = V - V'.$$

Desenvolvendo essa expressão algebricamente:

$$\begin{aligned} V_T &= V - V' \\ &= \frac{B \cdot H}{3} - \frac{b \cdot h}{3} \\ &= \frac{B \cdot H}{3} - \frac{b \cdot (H - h')}{3} \\ &= \frac{B \cdot H - b \cdot (H - h')}{3} \\ &= \frac{B \cdot H - b \cdot H + b \cdot h'}{3} \\ &= \frac{(B - b) \cdot H + b \cdot h'}{3} \end{aligned}$$

Agora, precisaremos substituir H de acordo com a expressão que encontramos,  $H = \frac{h'\sqrt{B}}{\sqrt{B} - \sqrt{b}}$ :

$$\begin{aligned} V_T &= \frac{(B - b) \cdot H + b \cdot h'}{3} \\ &= \frac{(B - b) \cdot \frac{h'\sqrt{B}}{\sqrt{B} - \sqrt{b}} + b \cdot h'}{3} \\ &= \frac{(B - b) \cdot \frac{h'\sqrt{B}}{\sqrt{B} - \sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{B} + \sqrt{b}}{\sqrt{B} + \sqrt{b}} + b \cdot h'}{3} \\ &= \frac{(B - b) \cdot \frac{h'\sqrt{B} \cdot (\sqrt{B} + \sqrt{b})}{B - b} + b \cdot h'}{3} \\ &= \frac{h'\sqrt{B} \cdot (\sqrt{B} + \sqrt{b}) + b \cdot h'}{3} \\ &= \frac{h' \cdot B + h'\sqrt{Bb} + b \cdot h'}{3} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &= \frac{h' \cdot (B + \sqrt{Bb} + b)}{3} \\ &= \frac{h'}{3} \cdot (B + \sqrt{Bb} + b) \end{aligned}$$

Dessa forma, podemos concluir que um tronco de cone de bases paralelas, com base maior  $B$ , base menor  $b$  e altura  $h'$  possui volume calculável por:

$$V = \frac{h'}{3} \cdot (B + \sqrt{Bb} + b).$$





## QUESTÕES PARA MEMORIZAÇÃO

### ■■■(ESSA-2008) QUESTÃO 1\_\_\_\_\_

A pirâmide de Quéops, em Gizé, no Egito, tem aproximadamente  $90\sqrt{2}$  metros de altura, possui uma base quadrada e suas faces laterais são triângulos equiláteros. Nessas condições, pode-se afirmar que, em metros, cada uma de suas arestas mede:

- (a) 90
- (b) 120
- (c) 160
- (d) 180
- (e) 200

### ■■■(ESSA-2013) QUESTÃO 2\_\_\_\_\_

O volume de um tronco de pirâmide de 4 dm de altura e cujas áreas das bases são iguais a  $36\text{ dm}^2$  e  $144\text{ dm}^2$  vale:

- (a)  $330\text{ cm}^3$
- (b)  $720\text{ dm}^3$
- (c)  $330\text{ m}^3$
- (d)  $360\text{ dm}^3$
- (e)  $336\text{ dm}^3$

### ■■■(ESSA-2015) QUESTÃO 3\_\_\_\_\_

Em uma pirâmide reta de base quadrada, de 4 m de altura, uma aresta da base mede 6 m. A área total dessa pirâmide, em  $\text{m}^2$ , é

- (a) 144





- (b) 84
- (c) 48
- (d) 72
- (e) 96

#### ■■■(EEAR-2000) QUESTÃO 4

---

Seja  $P_1$  uma pirâmide quadrangular regular. Cortamos  $P_1$  por um plano paralelo à base e que dista da base a metade da altura de  $P_1$ . Sejam  $P_2$  a pirâmide menor resultante desse corte,  $V_1$  o volume de  $P_1$  e  $V_2$  o volume de  $P_2$ . Então:

- (a) não dá para comparar  $V_1$  e  $V_2$
- (b)  $\frac{V_1}{9} < V_2 < \frac{V_1}{8}$
- (c)  $\frac{V_1}{8} < V_2 < \frac{V_1}{7}$
- (d)  $V_1 = 8V_2$

#### ■■■(EEAR-2001) QUESTÃO 5

---

A altura de uma pirâmide quadrangular regular é igual à aresta de sua base. Sendo  $B$  a área da base da pirâmide, então sua área lateral, em  $\text{cm}^2$ , é:

- (a)  $B\sqrt{5}$
- (b)  $\frac{B\sqrt{5}}{3}$
- (c)  $B\sqrt{3}$
- (d)  $\sqrt{5B}$

#### ■■■(EEAR-2001) QUESTÃO 6

---

As bases de uma pirâmide hexagonal regular e de um prisma quadrangular regular acham-se inscritas num mesmo círculo. Sendo  $H$  a altura da pirâmide e sabendo-se que os dois poliedros são equivalentes, então a altura do prisma é

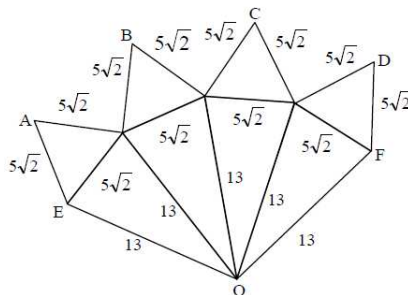
- (a)  $\frac{H\sqrt{3}}{4}$
- (b)  $\frac{3H\sqrt{3}}{4}$
- (c)  $\frac{H\sqrt{3}}{2}$



(d)  $\frac{H\sqrt{3}}{3}$

■■■(EEAR-2002) QUESTÃO 7

A figura abaixo é a planificação de um poliedro convexo ( $A \equiv B \equiv C \equiv D$ ;  $E \equiv F$ ).



O volume desse poliedro, em unidades de volume, é

- (a)  $\frac{425}{2}$
- (b)  $\frac{425}{3}$
- (c)  $\frac{850}{3}$
- (d)  $\frac{850}{2}$

■■■(EEAR-2002) QUESTÃO 8

O volume, em  $\text{cm}^3$ , de uma pirâmide quadrangular regular cujas faces laterais são triângulos equiláteros de lado 4 cm, vale

- (a)  $16\sqrt{2}$
- (b)  $32\sqrt{2}$
- (c)  $\frac{16\sqrt{2}}{3}$
- (d)  $\frac{32\sqrt{2}}{3}$

■■■(EEAR-2002) QUESTÃO 9

A aresta de um cubo e a aresta da base de um prisma triangular regular medem  $4\sqrt{3}$  cm. Se o cubo e o prisma são equivalentes, então a área total do prisma, em  $\text{cm}^2$ , é

- (a)  $210\sqrt{3}$



- (b)  $212\sqrt{3}$
- (c)  $214\sqrt{3}$
- (d)  $216\sqrt{3}$

■■■(EEAR-2003) QUESTÃO 10

---

O volume, em  $\text{cm}^3$ , de um prisma hexagonal regular com altura igual a 5 cm e com área lateral  $60\text{cm}^2$  é

- (a)  $5\sqrt{3}$
- (b)  $45\sqrt{3}$
- (c)  $30\sqrt{3}$
- (d)  $270\sqrt{3}$

■■■(EEAR-2003) QUESTÃO 11

---

Se em uma pirâmide quadrangular regular a diagonal da base mede 4 m e a aresta lateral mede 2,5 m, então o volume da pirâmide, em  $\text{m}^3$ , é

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4

■■■(EEAR-2003) QUESTÃO 12

---

Se o apótema de um tetraedro regular mede  $5\sqrt{3}\text{cm}$ , então, a altura desse tetraedro, em cm, é

- (a)  $5\sqrt{3}$
- (b)  $10\sqrt{2}$
- (c)  $\frac{10\sqrt{6}}{3}$
- (d)  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

■■■(EEAR-2004) QUESTÃO 13

---

Numa pirâmide hexagonal regular, a aresta da base mede 3 cm. Se a área lateral dessa pirâmide é  $36\text{cm}^2$ , então o volume da pirâmide, em  $\text{cm}^3$ , é igual a



- (a)  $\frac{27\sqrt{3}}{2}$   
(b)  $\frac{9\sqrt{111}}{4}$   
(c)  $\frac{9\sqrt{111}}{2}$   
(d)  $9\sqrt{2}$

### ■■■(EEAR-2005) QUESTÃO 14

Sejam duas pirâmides quadrangulares regulares de bases congruentes, cujas alturas são 4 cm e 3 cm, e cujo apótema da base mede 4 cm. Unindo-se essas pirâmides pelas bases, de forma que suas arestas coincidam, obtém-se um octaedro cuja área total, em  $\text{cm}^2$ , é igual a

- (a)  $8(5 + \sqrt{2})$   
(b)  $8(5 + 4\sqrt{2})$   
(c)  $16(5 + 2\sqrt{2})$   
(d)  $16(5 + 4\sqrt{2})$

### ■■■(EEAR-2005) QUESTÃO 15

Considere as denominações a seguir:

- I. tetraedro regular
- II. hexaedro regular
- III. prisma quadrangular regular
- IV. prisma quadrangular reto

Das quatro denominações acima, completam corretamente a assertiva “O cubo é um \_\_\_\_.”

- (a) apenas uma.  
(b) apenas duas.  
(c) apenas três.  
(d) todas.

### ■■■(EEAR-2005) QUESTÃO 16

O perímetro da base de um tetraedro regular mede 9 cm. A área total desse tetraedro, em  $\text{cm}^2$ , é



- (a)  $9\sqrt{3}$ .
- (b)  $18\sqrt{3}$ .
- (c) 18.
- (d) 9.

### ■■■(EEAR-2006) QUESTÃO 17

---

Se uma pirâmide tem 9 faces, então essa pirâmide é

- (a) eneagonal.
- (b) octogonal.
- (c) heptagonal.
- (d) hexagonal.

### ■■■(EEAR-2006) QUESTÃO 18

---

Se a aresta da base de um tetraedro regular mede 3 cm, então sua altura, em cm, é

- (a)  $\sqrt{3}$
- (b)  $2\sqrt{3}$
- (c)  $2\sqrt{6}$
- (d)  $\sqrt{6}$

### ■■■(EEAR-2007) QUESTÃO 19

---

O perímetro da base de um tetraedro regular é 9 m. A medida da altura desse tetraedro, em m, é

- (a)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- (b)  $\frac{3\sqrt{6}}{2}$
- (c)  $3\sqrt{6}$
- (d)  $\sqrt{6}$

### ■■■(EEAR-2007) QUESTÃO 20

---

Uma pirâmide regular de base hexagonal tem 20 cm de altura e 10 cm de aresta da base. O apótema dessa pirâmide mede, em cm,

- (a)  $5\sqrt{3}$ .



- (b)  $5\sqrt{17}$ .
- (c)  $5\sqrt{19}$ .
- (d)  $5\sqrt{23}$ .

■■■(EEAR-2008) QUESTÃO 21

---

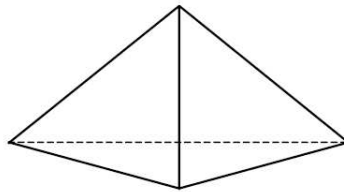
O perímetro da base de uma pirâmide quadrangular regular é 80 cm. Se a altura dessa pirâmide é 15 cm, seu volume, em  $\text{cm}^3$ , é

- (a) 2300.
- (b) 2000.
- (c) 1200.
- (d) 1000.

■■■(EEAR-2010) QUESTÃO 22

---

A aresta lateral de uma pirâmide triangular regular mede 5 m, e a aresta da base, 6 m.



A área lateral dessa pirâmide, em  $\text{m}^2$ , é

- (a) 30.
- (b) 32.
- (c) 34.
- (d) 36.

■■■(EEAR-2010) QUESTÃO 23

---

Uma pirâmide quadrangular regular tem 6 cm de altura e base de 8 cm de perímetro. O volume dessa pirâmide, em  $\text{cm}^3$ , é

- (a) 4.
- (b) 6.
- (c) 8.



(d) 10.

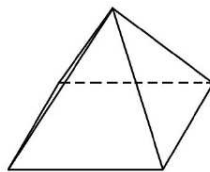
■■■(EEAR-2011) QUESTÃO 24

Uma pirâmide triangular regular tem  $2\sqrt{3}$  cm de aresta da base e  $3\sqrt{3}$  cm de apótema. A área lateral dessa pirâmide, em  $\text{cm}^2$ , é

- (a) 18.
- (b) 21.
- (c) 24.
- (d) 27.

■■■(EEAR-2013) QUESTÃO 25

Seja uma pirâmide quadrangular regular com todas as arestas medindo 2 cm.

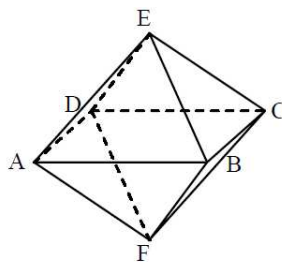


A altura dessa pirâmide, em cm, é

- (a)  $2\sqrt{3}$
- (b)  $3\sqrt{2}$
- (c)  $\sqrt{3}$
- (d)  $\sqrt{2}$

■■■(EEAR-2013) QUESTÃO 26

A figura mostra duas pirâmides regulares iguais, unidas pela base ABCD, formando um octaedro.



Se ABCD tem 4 cm de lado e  $EF = 6$  cm, o volume do sólido da figura, em  $\text{cm}^3$ , é



- (a) 26
- (b) 28
- (c) 32
- (d) 34

### ■■■(EEAR-2015) QUESTÃO 27

---

Uma pirâmide tem base quadrada e suas faces laterais são triângulos equiláteros de lado 10 cm. A altura dessa pirâmide, em cm, é

- (a)  $5\sqrt{3}$
- (b)  $5\sqrt{2}$
- (c)  $3\sqrt{3}$
- (d)  $3\sqrt{2}$

### ■■■(EEAR-2018) QUESTÃO 28

---

Uma pirâmide hexagonal regular possui todas as arestas iguais a  $x$ . Assim, a área lateral dessa pirâmide é igual a

- (a)  $x\sqrt{2}$
- (b)  $0,5x\sqrt{3}$
- (c)  $2x^3\sqrt{2}$
- (d)  $1,5x^2\sqrt{3}$

### ■■■(EEAR-2019) QUESTÃO 29

---

A embalagem de um determinado produto é em forma de uma pirâmide hexagonal regular, cujas medidas internas são 13 cm de altura e 24 cm de perímetro da base. Assim, o volume interno dessa embalagem é  $\_\_\_\sqrt{3}\text{cm}^3$ .

- (a) 104
- (b) 98
- (c) 86
- (d) 72





## 2.0- CONES

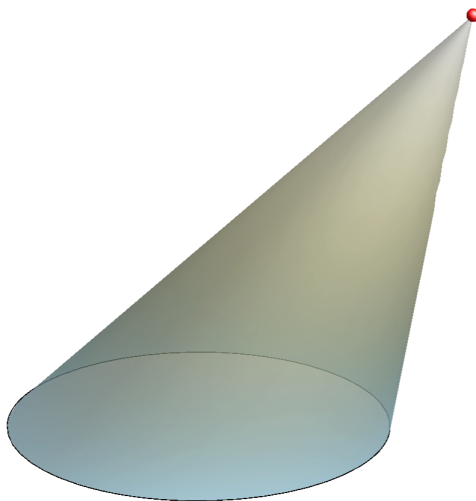
### 2.1- DEFINIÇÃO E ELEMENTOS BÁSICOS

#### Uma segunda analogia sincera

Quando comecei a falar de cilindros, deixei claro que os cilindros são sólidos distintos dos prismas. Também direi aqui, que os cones são sólidos distintos das pirâmides. E teoricamente falando, uma pirâmide e um cone são de fato sólidos distintos. Porém, podemos dizer aqui, para fins unicamente didáticos, que:

Um cone é uma pirâmide de base circular.

Essa definição não é estritamente correta, assim como nos cilindros, dado que na construção de uma pirâmide começamos com um polígono desenhado no plano da base (e um círculo não é um polígono).

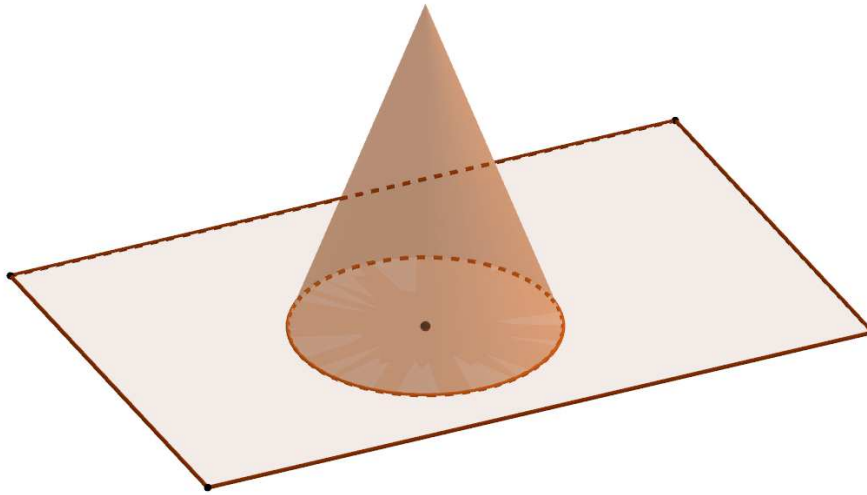


Acima vemos um exemplo de cone. Perceba a sua similaridade com as pirâmides, de fato. Mas além desse pequeno detalhe teórico, em termos práticos, cones serem tratados como pirâmides nos será muito útil. Dessa forma, ***todas as classificações que fizemos para as pirâmides, servem para os cones*** (exceto a de pirâmide regular, visto que não faz sentido dizermos que um cone é regular).



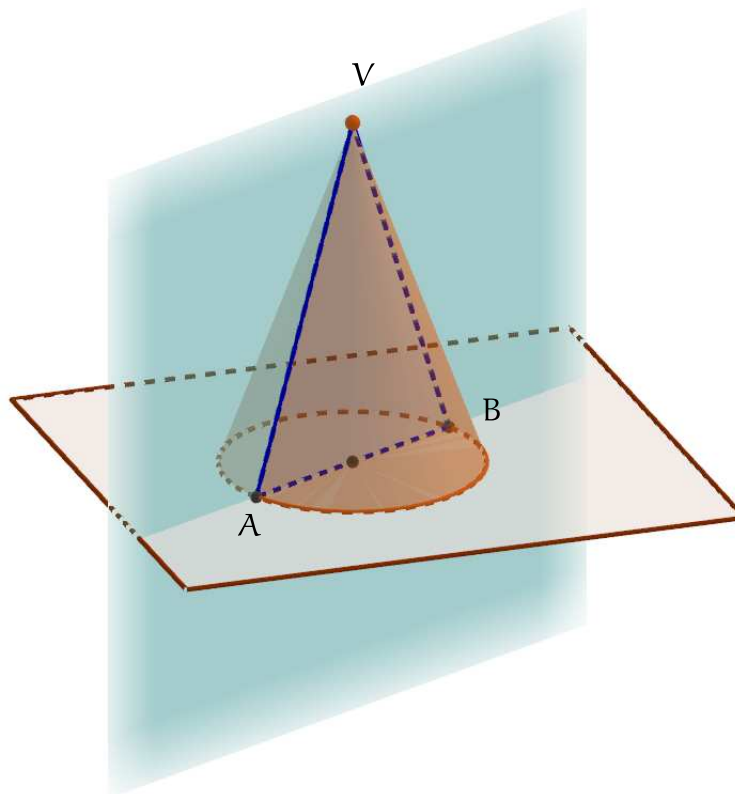
Então, da mesma forma que para uma pirâmide, podemos classificá-la como: oblíqua, reta, enfim; para cones, tudo se repete.

Veja abaixo um outro exemplo de cone:



### Secção meridional

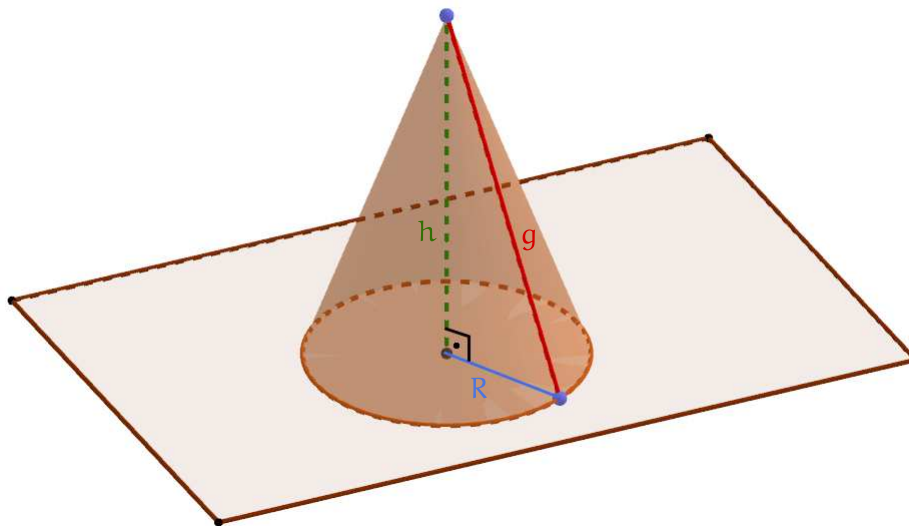
Uma secção plana em um cone será dita meridional quando contiver o seu vértice e o centro de sua base, da seguinte forma:



Veja que a secção meridional tem o formato de um triângulo. Esse triângulo é chamado de **triângulo meridional**.

### Geratriz

Considere o cone reto (cone em que a altura projeta-se sobre o centro do círculo da base) abaixo:



Nessa figura, podemos ver três segmentos:

- $h$ : É a altura do cone. Quando o cone é reto, a altura encerra exatamente sobre o centro do círculo da base.
- $R$ : É o raio da base do cone.
- $g$ : É a **geratriz** do cone. Geratriz, em um cone, é o segmento que une o vértice do cone (ponto superior) a qualquer um dos pontos pertencentes à circunferência da base.

Veja nessa figura que, pelo Teorema de Pitágoras:

$$g^2 = h^2 + R^2.$$

### Cones equiláteros

Vamos à definição:

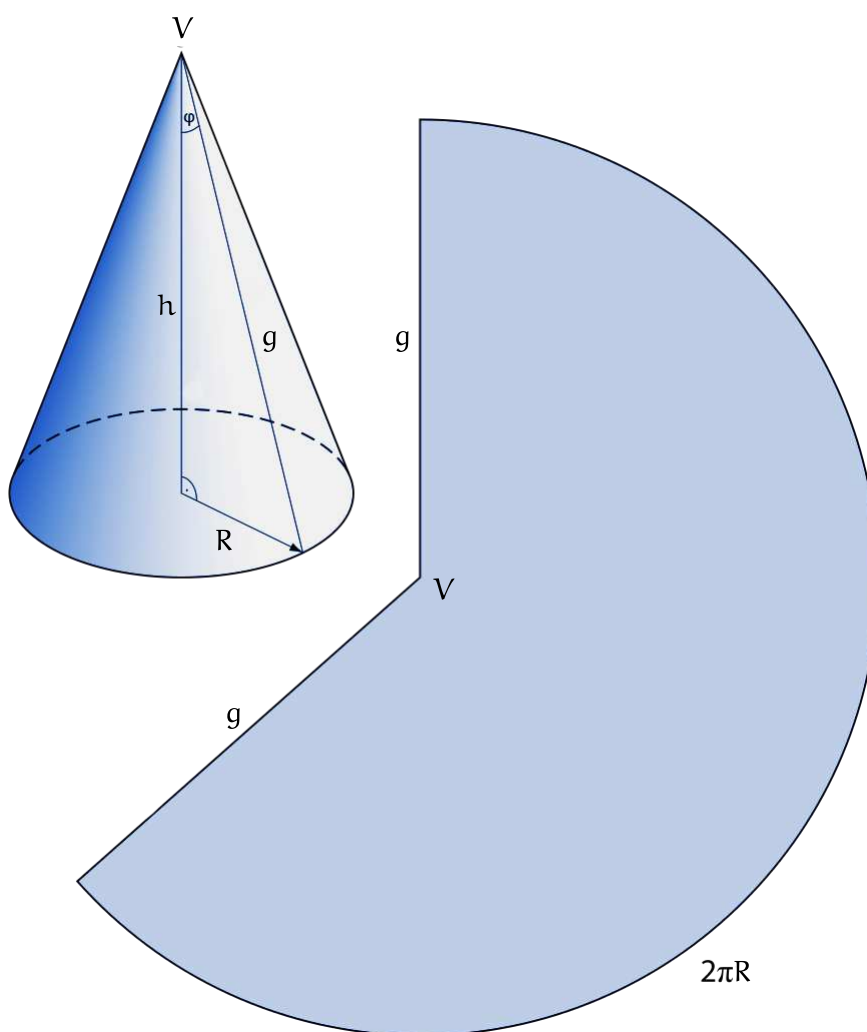
Um cone será dito **equilátero** quando  $g = 2R$ .



Veja que a secção meridional de um cone equilátero é um triângulo equilátero, daí o seu nome. Isso acontece porque quando seccionamos um cone reto, obtemos um triângulo isósceles, com dois lados medindo  $g$  (geratriz) e um dos lados sendo o diâmetro da base ( $2R$ ). Como num cone equilátero  $g = 2R$ , temos um triângulo equilátero.

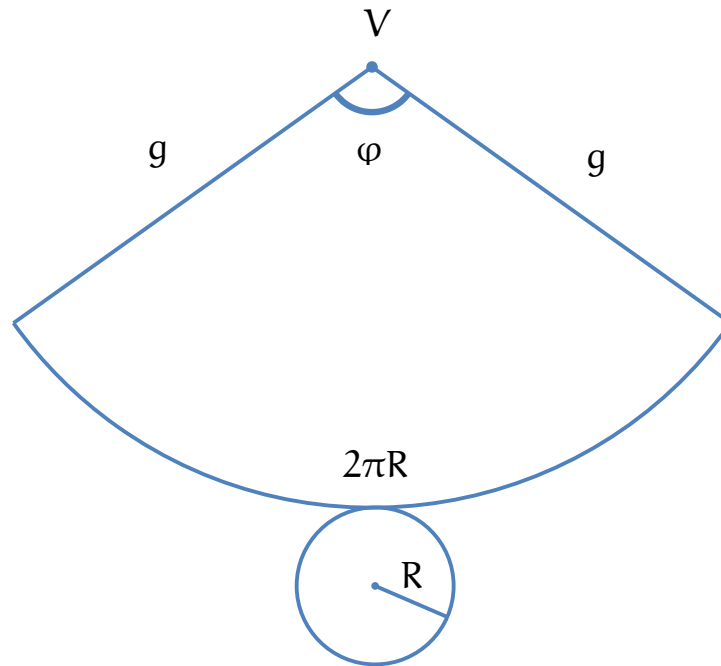
### Planificação

Ao planificarmos um cone, obtemos um **setor circular**. Observe mais abaixo um cone e uma versão do mesmo planificada:



Quando abrimos um cone, porém é mais comum que o representemos como o fizemos abaixo:





O ângulo  $\varphi$  é o chamado **ângulo do setor cônico**. Aprendamos agora a como calculá-lo.

Sabemos que um arco de comprimento  $L$ , raio  $r$  e ângulo  $\theta$  (em radianos) pode ter seus elementos relacionados por:

$$L = r \cdot \theta$$

Veja que, no nosso cone planificado, temos  $L = 2\pi R$ ,  $r = g$  e  $\theta = \varphi$ , portanto:

$$2\pi R = g \cdot \varphi$$

Daí, concluímos que:

$$\varphi = \frac{2\pi R}{g}$$

Uma observação importante é que se o cone for equilátero, teríamos  $g = 2R$ ; daí:

$$\begin{aligned}\varphi &= \frac{2\pi R}{g} \\ &= \frac{2\pi R}{2R}\end{aligned}$$



$$= \pi.$$

Isso significa que:

Num cone equilátero planificado, o ângulo do setor cônico é de  $180^\circ$ .

## 2.2- ÁREAS E VOLUME EM UM CONE

### Áreas

Perceba que, após a planificação, o nosso cone, como acabamos de ver, torna-se um setor e um círculo, que seria a sua base. A área lateral corresponderá à área do setor.

Como vimos na aula de áreas, há duas fórmulas para calcular a área de um setor de ângulo  $\theta$ , raio  $r$  e comprimento  $L$ :

$$A = \frac{L \cdot r}{2} \text{ e } A = \frac{\theta r^2}{2}$$

Usarei somente a primeira. Quando planificamos o nosso cone, seu comprimento é  $L = 2\pi R$ , e o raio do setor cônico é  $g$ . Dessa forma, temos:

$$S_\ell = \frac{L \cdot r}{2} = \frac{2\pi R \cdot g}{2} = \pi Rg.$$

Temos então que a área lateral desse cone é:

$$S_\ell = \pi r g.$$

Veja também que a área total é calculável por:

$$\begin{aligned} S_t &= S_\ell + S_b \\ &= \pi r g + \pi r^2 \end{aligned}$$

Colocando  $\pi r$  em evidência, temos finalmente que:

$$S_t = \pi r (g + r).$$



## Volume

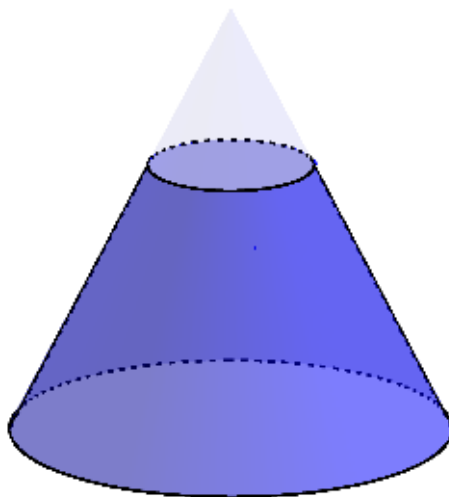
Análogo à pirâmide, o volume de um cone pode ser calculado por  $V = \frac{S_b \cdot h}{3}$ . Porém, sabemos que a base de um cone é um círculo de raio  $r$ . Logo, podemos deduzir que o volume de um cone de altura  $h$  e raio da base  $r$  é:

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}.$$

### 2.3- CONES SEMELHANTES E TRONCO DE CONE

#### Cones semelhantes

Da mesma forma que podemos seccionar pirâmides, também podemos fazê-lo com cones:



A região azulada que destaquei acima é o que chamamos de um **tronco de cone**. mas já falaremos deles. Percebemos que um cone menor surge, o cone mais claro, e veja que ele está contido no cone maior. Esse tipo de formação, assim como na teoria de pirâmides, constrói um tipo de relação: a relação de **cones semelhantes**. Podemos dizer, nessa figura, que os dois cones citados são semelhantes.

Vamos considerar que a altura, o volume, o raio da base e a área da base do cone maior sejam, respectivamente,  $H$ ,  $V$ ,  $R$  e  $S_b$ . Considere também que a altura, o volume, o raio da base e a área da base do cone menor sejam, respectivamente,  $h$ ,  $V'$ ,  $r$  e  $S'_b$ . Dessa forma, é possível demonstrar que:



$$\frac{V}{V'} = \left(\frac{H}{h}\right)^3$$

Para áreas, também é possível demonstrar que:

$$\frac{S_b}{S'_b} = \left(\frac{H}{h}\right)^2$$

Veja porém que conhecemos ambas as áreas. São áreas de círculos, correto? Então, podemos abrir a última expressão da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\frac{S_b}{S'_b} &= \left(\frac{H}{h}\right)^2 \\ \frac{\pi R^2}{\pi r^2} &= \left(\frac{H}{h}\right)^2 \\ \frac{R^2}{r^2} &= \left(\frac{H}{h}\right)^2 \\ \left(\frac{R}{r}\right)^2 &= \left(\frac{H}{h}\right)^2 \\ \sqrt{\left(\frac{R}{r}\right)^2} &= \sqrt{\left(\frac{H}{h}\right)^2} \\ \frac{R}{r} &= \frac{H}{h}.\end{aligned}$$

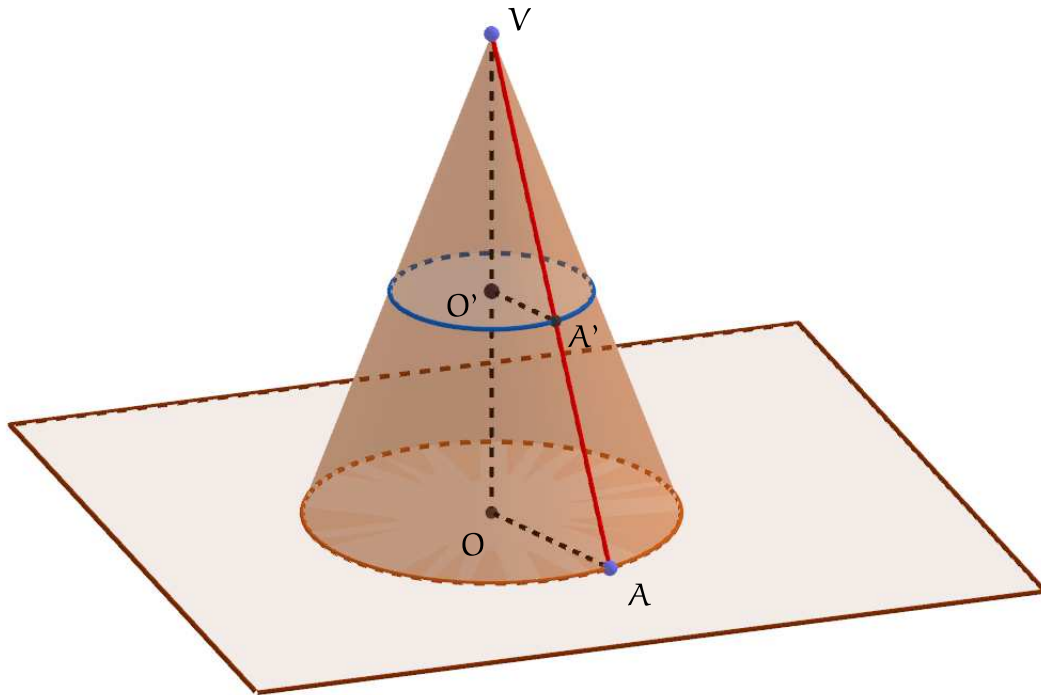
Então, temos que:

$$\frac{R}{r} = \frac{H}{h}.$$

O mesmo poderia ser obtido caso verificássemos a semelhança entre os triângulos do cone a seguir:





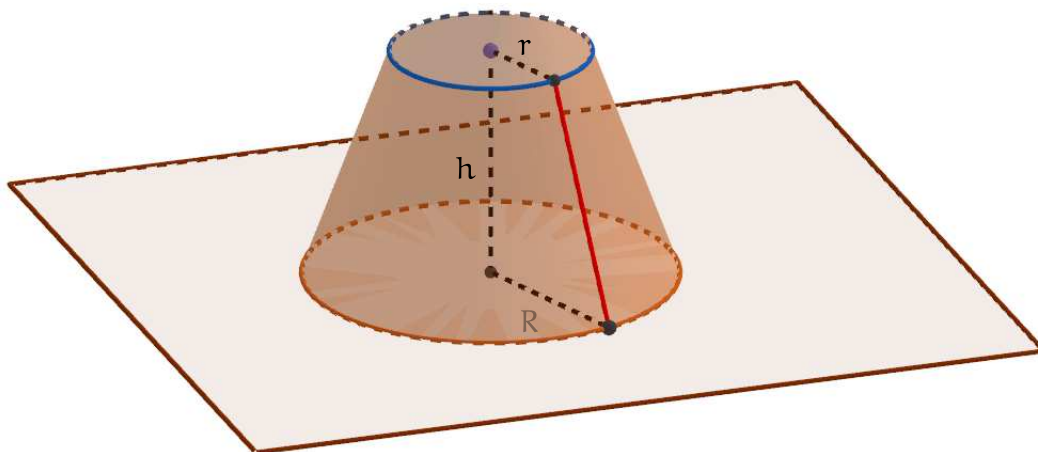


Veja que os triângulos  $VO'A'$  e  $VOA$  são semelhantes. Daí, podemos dizer que:

$$\frac{OA}{O'A'} = \frac{VO}{VO'}$$
$$\frac{R}{r} = \frac{H}{h}$$

### Tronco de cone

Observe abaixo um tronco de cone geral:



Aprendemos que, para troncos de pirâmides, considerando  $b$  a área da base menor e  $B$  a área da base maior, o volume pode ser calculado por:

$$V_T = \frac{h}{3} \cdot (B + \sqrt{Bb} + b).$$

Para cones, **essa fórmula também funciona**. Porém, veja que para cones,  $B = \pi R^2$  e  $b = \pi r^2$ ; logo:

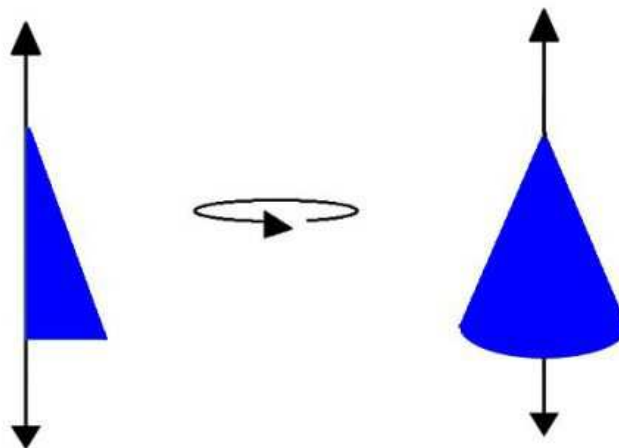
$$\begin{aligned} V_T &= \frac{h}{3} \cdot (B + \sqrt{Bb} + b) \\ &= \frac{h}{3} \cdot (\pi R^2 + \sqrt{\pi R^2 \cdot \pi r^2} + \pi r^2) \\ &= \frac{h}{3} \cdot (\pi R^2 + \sqrt{\pi^2 R^2 \cdot r^2} + \pi r^2) \\ &= \frac{h}{3} \cdot (\pi R^2 + \pi R \cdot r + \pi r^2) \\ &= \frac{\pi h}{3} \cdot (R^2 + R \cdot r + r^2). \end{aligned}$$

Dessa forma, encontramos que:

$$V_T = \frac{\pi h}{3} \cdot (R^2 + R \cdot r + r^2)$$

## 2.4- CONE DE REVOLUÇÃO

Para finalizarmos, considere um triângulo retângulo girando em torno de um de seus lados, como ilustra a figura a seguir:



Quando um triângulo retângulo realiza essa rotação, forma-se um cone denominado **cone de revolução**. Perceba que a altura desse cone coincidirá com o cateto em torno do qual rotacionou-se o retângulo. O outro cateto desse triângulo retângulo será o raio da base desse cone reto.





## QUESTÕES PARA MEMORIZAÇÃO

### ■ ■ ■ (ESSA-2010) QUESTÃO 30

---

Um cone reto, de altura  $H$  e área da base  $B$ , é seccionado por um plano paralelo à base. Consequentemente, um novo cone com altura  $\frac{H}{3}$  é formado. Qual a razão entre os volumes do maior e o do menor cone, o de altura  $H$  e o de altura  $\frac{H}{3}$ ?

- (a) 3
- (b) 6
- (c) 9
- (d) 18
- (e) 27

### ■ ■ ■ (ESSA-2011) QUESTÃO 31

---

Um tanque subterrâneo tem a forma de um cone invertido. Esse tanque está completamente cheio com  $8\text{dm}^3$  de água e  $56\text{dm}^3$  de petróleo. Petróleo e água não se misturam, ficando o petróleo na parte superior do tanque e a água na parte inferior. Sabendo que o tanque tem 12 m de profundidade, a altura da camada de petróleo é

- (a) 10m.
- (b) 9m.
- (c) 8m.
- (d) 7m.
- (e) 6m.

### ■ ■ ■ (ESSA-2014) QUESTÃO 32

---

Dobrando o raio da base de um cone e reduzindo sua altura à metade, seu volume



- (a) dobra.
- (b) quadruplica.
- (c) não se altera.
- (d) reduz-se à metade do volume original.
- (e) reduz-se a um quarto do volume original.

### ■ ■ ■ (ESSA-2017) QUESTÃO 33

---

A geratriz de um cone circular reto de altura 8 cm é 10 cm; então a área da base desse cone é:

- (a)  $64\pi\text{cm}^2$
- (b)  $9\pi\text{cm}^2$
- (c)  $16\pi\text{cm}^2$
- (d)  $36\pi\text{cm}^2$
- (e)  $25\pi\text{cm}^2$

### ■ ■ ■ (EEAR-2001) QUESTÃO 34

---

Num cone circular reto, cujo raio da base mede  $r$ , a base é equivalente à secção meridiana. A altura desse cone mede

- (a)  $\pi r g$
- (b)  $\frac{\pi r}{g}$
- (c)  $\pi r$
- (d)  $\pi g$

### ■ ■ ■ (EEAR-2002) QUESTÃO 35

---

O maior e o menor lado de um triângulo medem, respectivamente, 10 cm e 3 cm e formam entre si um ângulo de  $45^\circ$ . O volume do sólido gerado pela rotação de  $360^\circ$  desse triângulo em torno do seu lado maior é, em  $\text{cm}^3$ ,

- (a)  $30\pi$
- (b)  $20\pi$
- (c)  $15\pi$
- (d)  $10\pi$



### ■ ■ ■ (EEAR-2002) QUESTÃO 36

A geratriz de um cone de revolução forma com o eixo do cone um ângulo de  $45^\circ$ . A área lateral, em  $\text{dm}^2$ , desse cone, sabendo-se que a área de sua secção meridiana é  $18\text{dm}^2$ , é

- (a)  $18\pi\sqrt{2}$
- (b)  $9\pi\sqrt{2}$
- (c)  $18\pi$
- (d)  $18\pi(\sqrt{2} + 1)$

### ■ ■ ■ (EEAR-2003) QUESTÃO 37

A área lateral do sólido geométrico formado pela rotação de um triângulo equilátero, de perímetro 30 cm, em torno de um de seus lados é, em  $\text{cm}^2$ , igual a

- (a)  $100\pi$
- (b)  $200\pi$
- (c)  $50\pi\sqrt{3}$
- (d)  $100\pi\sqrt{3}$

### ■ ■ ■ (EEAR-2003) QUESTÃO 38

A geratriz de um cone de revolução mede 6 cm e o ângulo da geratriz com a altura do cone é de  $30^\circ$ . O volume desse cone, em  $\text{cm}^3$ , é

- (a)  $9\pi$
- (b)  $3\pi\sqrt{3}$
- (c)  $9\pi\sqrt{3}$
- (d)  $27\pi\sqrt{3}$

### ■ ■ ■ (EEAR-2003) QUESTÃO 39

Num triângulo ABC, o lado maior  $\overline{AC}$  mede 10 cm; o lado menor  $\overline{BC}$  mede 3 cm; e o ângulo que eles formam mede  $45^\circ$ . O volume do sólido gerado pela rotação de  $360^\circ$  desse triângulo em torno do lado maior, em  $\text{cm}^3$ , é

- (a)  $\frac{3\sqrt{2}\pi}{2}$
- (b)  $3\sqrt{2}\pi$



- (c)  $\frac{5\pi}{2}$
- (d)  $15\pi$

■■■(EEAR-2004) QUESTÃO 40

Num cone reto, o raio da base mede 3 cm. Para que os números que expressam as medidas do raio da base, da altura e do volume desse cone formem, nessa ordem, uma P.G., a altura, em cm, deve ser

- (a)  $3\pi\sqrt{3}$ .
- (b)  $\pi\sqrt{3}$ .
- (c)  $\pi$ .
- (d)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$ .

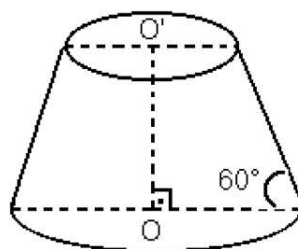
■■■(EEAR-2004) QUESTÃO 41

Sejam dois cones, A e B, de volumes  $V$  e  $V'$ , respectivamente. Se as razões entre os raios das bases e entre as alturas de A e B são, respectivamente,  $2$  e  $\frac{1}{2}$ , então podemos afirmar que

- (a)  $V' = V$ .
- (b)  $V = 2V'$ .
- (c)  $V' = 2V$ .
- (d)  $V = 3V'$ .

■■■(EEAR-2004) QUESTÃO 42

No tronco de cone reto, as bases são paralelas.



Se o raio da base maior mede 5 cm e a distância entre as duas bases,  $4\sqrt{3}$  cm, então o volume desse tronco de cone, em  $\text{cm}^3$ , é

- (a)  $\frac{124\pi\sqrt{3}}{3}$
- (b)  $125\pi\sqrt{3}$



- (c)  $\frac{96\pi\sqrt{3}}{3}$   
(d)  $124\pi\sqrt{3}$

### ■■■(EEAR-2005) QUESTÃO 43

A área lateral de um cone circular reto é  $24\pi\text{cm}^2$ . Se o raio da base desse cone mede 4 cm, então sua altura, em cm, mede

- (a)  $5\sqrt{2}$   
(b)  $5\sqrt{3}$   
(c)  $2\sqrt{5}$   
(d)  $3\sqrt{5}$

### ■■■(EEAR-2006) QUESTÃO 44

A base de um cone circular reto está inscrita num triângulo equilátero de área  $9\sqrt{3}\text{cm}^2$ . Se as alturas do cone e do triângulo são congruentes, então o volume do cone, em  $\text{cm}^3$ , é

- (a)  $3\pi\sqrt{6}$   
(b)  $3\pi\sqrt{3}$   
(c)  $6\pi\sqrt{3}$   
(d)  $6\pi\sqrt{6}$

### ■■■(EEAR-2007) QUESTÃO 45

O raio da base de um cone equilátero mede 2 cm. A área lateral desse cone, em  $\text{cm}^2$ , é

- (a)  $4\pi$ .  
(b)  $5\pi$ .  
(c)  $8\pi$ .  
(d)  $10\pi$ .

### ■■■(EEAR-2007) QUESTÃO 46

Um chapéu de festa, feito de cartolina, tem a forma de um cone de 1 dm de raio e 5 dm de geratriz. Para fazer 20 chapéus, são necessários, no mínimo, \_\_\_  $\text{dm}^2$  de cartolina. Considere  $\pi = 3,14$ .

- (a) 157





- (b) 225
- (c) 314
- (d) 426

### ■■■(EEAR-2007) QUESTÃO 47

---

Um cilindro equilátero é equivalente a um cone, também equilátero. Se o raio da base do cone mede  $\sqrt{3}$  cm, o raio da base do cilindro mede, em cm,

- (a)  $\sqrt{3}$
- (b)  $\frac{\sqrt[3]{12}}{2}$
- (c)  $\frac{\sqrt[3]{6}}{2}$
- (d)  $\sqrt{6}$

### ■■■(EEAR-2009) QUESTÃO 48

---

Um triângulo equilátero, de 6 dm de lado, gira em torno de um de seus lados. O volume do sólido gerado, em  $\text{dm}^3$ , é

- (a)  $24\pi$ .
- (b)  $36\pi$ .
- (c)  $48\pi$ .
- (d)  $54\pi$ .

### ■■■(EEAR-2009) QUESTÃO 49

---

Em um cone, a medida da altura é o triplo da medida do raio da base. Se o volume do cone é  $8\pi \text{ dm}^3$ , a medida do raio da base, em dm, é

- (a) 0,5.
- (b) 1,5.
- (c) 2.
- (d) 3.

### ■■■(EEAR-2010) QUESTÃO 50

---

Um cone e um cilindro, ambos equiláteros, têm bases de raios congruentes. A razão entre as áreas das secções meridianas do cone e do cilindro é



- (a)  $\frac{\sqrt[4]{3}}{2}$
- (b)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- (c)  $\frac{1}{3}$
- (d)  $\frac{1}{2}$

■■■(EEAR-2011) QUESTÃO 51

---

O raio da base de um cone equilátero mede  $2\sqrt{3}$  cm. O volume desse cone, em  $\text{cm}^3$ , é

- (a)  $42\sqrt{3}\pi$
- (b)  $38\sqrt{3}\pi$
- (c)  $24\pi$
- (d)  $18\pi$

■■■(EEAR-2014) QUESTÃO 52

---

Um filtro com a forma de cone circular reto, tem volume de  $200\text{cm}^3$  e raio da base de 5 cm. Usando  $\pi = 3$ , pode-se determinar que sua altura, em cm, é igual a

- (a) 10.
- (b) 9.
- (c) 8.
- (d) 6.

■■■(EEAR-2015) QUESTÃO 53

---

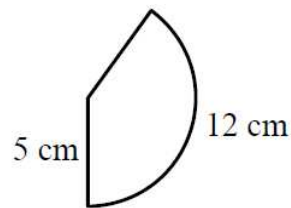
Se um cone equilátero tem  $50\pi\text{cm}^2$  de área lateral, então a soma das medidas de sua geratriz e do raio de sua base, em cm, é igual a

- (a) 10.
- (b) 15.
- (c) 20.
- (d) 25.



■■■(EEAR-2017) QUESTÃO 54

O setor circular da figura representa a superfície lateral de um cone circular reto.



Considerando  $\pi = 3$ , a geratriz e o raio da base do cone medem, em cm, respectivamente,

- (a) 5 e 2
- (b) 5 e 3
- (c) 3 e 5
- (d) 4 e 5

■■■(EEAR-2019) QUESTÃO 55

Uma “casquinha de sorvete” tem a forma de um cone circular reto cujas medidas internas são 12cm de altura e 5cm de diâmetro da base. O volume de sorvete que enche completamente essa casquinha é  $\_\_\_ \pi \text{cm}^3$ .

- (a) 30
- (b) 25
- (c) 20
- (d) 15



## 2.5- GABARITO

Q. 1: D

Q. 2: E

Q. 3: E

Q. 4: D

Q. 5: A

Q. 6: A

Q. 7: B

Q. 8: D

Q. 9: D

Q. 10: C

Q. 11: D

Q. 12: C

Q. 13: B

Q. 14: D

Q. 15: C

Q. 16: A

Q. 17: B

Q. 18: D

Q. 19: D

Q. 20: C

Q. 21: B

Q. 22: D

Q. 23: C

Q. 24: D

Q. 25: D

Q. 26: C

Q. 27: B

Q. 28: ANULADA (Não existe uma pirâmide com as características citadas no enunciado. Assim, a questão foi formulada de forma imprópria. )

Q. 29: A

Q. 30: E

Q. 31: E

Q. 32: A

Q. 33: D

Q. 34: C

Q. 35: A

Q. 36: A

Q. 37: D

Q. 38: C

Q. 39: D

Q. 40: B

Q. 41: B

Q. 42: A

Q. 43: C

Q. 44: B

Q. 45: C

Q. 46: C

Q. 47: B

Q. 48: D

Q. 49: C

Q. 50: B

Q. 51: C

Q. 52: C

Q. 53: B

Q. 54: A

Q. 55: B

