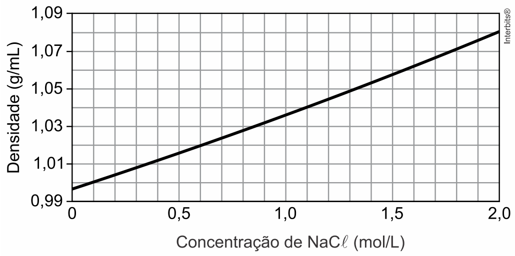
# PRINCÍPIO DE ARQUIMEDES

**1.** (FUVEST 2016)




O Canal do Panamá liga os oceanos Atlântico e Pacífico. Sua travessia é feita por navios de carga genericamente chamados de "Panamax", cujas dimensões devem seguir determinados parâmetros, para não causar danos ao Canal ou à própria embarcação. Considere um Panamax em forma de um paralelepípedo reto-retângulo, com 200 m de comprimento e 30 m de largura. Quando esse navio, carregado, ainda está no mar do Caribe, no Oceano Atlântico, seu calado, que é a distância entre a superfície da água e o fundo do casco, é de 10 m. O calado varia conforme a densidade da água na qual o navio está navegando, e essa densidade, por sua vez, depende da concentração de cloreto de sódio na água. O gráfico acima apresenta a variação da densidade da água do mar, a 25°C, em função da concentração de NaCl em mol/L.

a. Calcule a massa de água deslocada por esse navio, quando ainda está no mar do Caribe, sabendo que concentração de cloreto de sódio nesse mar é 35 g/L.

b. A concentração salina no interior do Canal é menor do que no mar do Caribe, pois o Canal é alimentado por um grande lago de água doce.

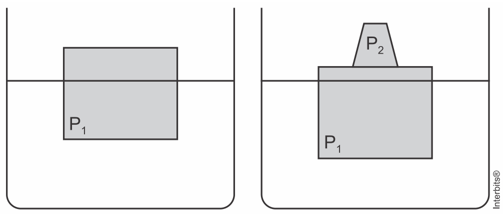
c. Considerando que a densidade da água no interior do Canal é 1,0 g/mL e que o calado máximo permitido no interior do Canal é de 12 m, o Panamax citado poderá cruzar o Canal em segurança? Explique, mostrando os cálculos.

Note e adote:

massa molar (g/mol): NaCl = 58.

temperatura média da água do mar do Caribe: 25°C

**2.** (UFPR 2017) Um corpo com peso $P_1$ flutua em um líquido de maneira que o volume submerso é de 1,1 $m^3$. Sobre ele é colocado um outro corpo com peso $P_2$ = 1050 N. Com esse procedimento, verificou-se que o conjunto dos dois corpos afunda mais um pouco, de maneira que o volume submerso passa a ser de 1,2 $m^3$, conforme é mostrado na figura a seguir. Considere o valor da aceleração gravitacional como 10 $m/s^2$.



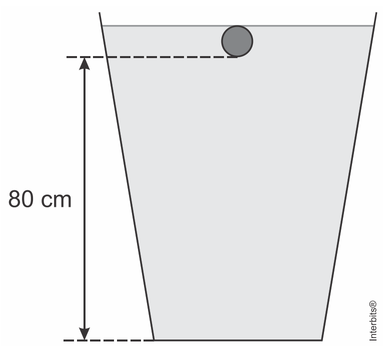

Sabendo que o empuxo corresponde ao peso do líquido deslocado, determine o valor da massa específica (densidade) do líquido, no Sistema Internacional de Unidades.

**3.** (EBMSP 2017) A prática de atividade física na água aquecida traz muitos efeitos terapêuticos benéficos, como o relaxamento, a analgesia, a redução do impacto nas articulações. Desprezando os efeitos da variação da temperatura e da variação do volume corporal durante a inspiração e a expiração e sabendo que

- o módulo da aceleração da gravidade local é igual a 10 $m/s^2$
- a densidades da água é igual a 1,00 $g/cm^3$,
- a densidade do corpo humano é igual a 0,93 $g/cm^3$,

determine o módulo do peso de um objeto que deverá ficar emerso sobre uma pessoa, com massa igual a 70,0 kg, para mantê-la completamente submersa e em equilíbrio, flutuando horizontalmente sob a superfície da água de uma piscina térmica.

**4.** (FMJ 2016) Uma esfera rígida de volume 5 $cm^3$ e massa 100g é abandonada em um recipiente, com velocidade inicial nula, totalmente submersa em um líquido, como mostra a figura.




Verifica-se que a esfera leva 4 s para atingir o fundo do recipiente, a 80 cm de profundidade. Considerando g = 10 $m/s^2$ e que apenas as forças peso e empuxo atuem sobre a esfera, determine:

a. a velocidade, em m/s, com que a esfera toca o fundo do recipiente.

b. a densidade do líquido, em $g/cm^3$.

**5.** (PUCRJ 2016) Uma plataforma tem base de área de 2,0 $m^2$, espessura de 0,2 m e massa de 10 kg. Ela se encontra flutuando em um rio de águas tranquilas. Considere g = 10 $m/s^2$ e a densidade da água do rio igual a $10^3$ $kg/m^3$.

a. A que profundidade, em relação à superfície da água, encontra-se o fundo da plataforma?

b. Qual é a máxima capacidade de massa externa que a plataforma pode suportar sem que submerja totalmente?

**6.** (IME 2016) Os pulsos emitidos verticalmente por uma fonte sonora situada no fundo de uma piscina de profundidade d são refletidos pela face inferior de um cubo de madeira de aresta a que boia na água da piscina, acima da fonte sonora. Um sensor situado na mesma posição da fonte capta as reflexões dos pulsos emitidos pela fonte sonora. Se o intervalo de tempo entre a emissão e captação de um pulso é $\Delta t$, determine a massa específica da madeira.

Dados:

- velocidade do som na água: $v_s$ = 1500 m/s;
- massa específica da água: $\rho_a = 10^3$ kg/m³;
- profundidade da piscina: d = 3,1 m;
- aresta do cubo: a = 0,2 m;
- aceleração da gravidade: g = 10 m/s²;
- $\Delta t$ = 4 ms.

Consideração:

- o cubo boia com sua base paralela à superfície da água da piscina.

**7.** (UEMA 2015) Um bloco de massa específica $\rho$ = 800 kg/m³ flutua em um fluido de massa específica $\rho_f$ = 1200 kg/m³, ficando parte de seu volume submerso. O bloco tem uma altura H = 6 cm.

Qual a altura, h, da parte submersa do bloco?

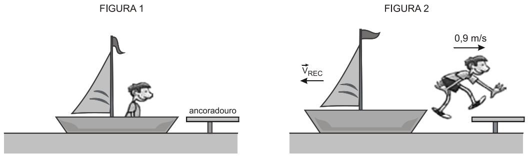
**8.** (UFG 2014) Um cubo de gelo de massa M, densidade $\rho_g$ e de aresta L flutua em um copo de água de densidade $\rho_a$, com $\rho_a > \rho_g$. Considerando o exposto, calcule:

a. a razão entre a altura h da porção de gelo que fica fora da água e L;

b. a razão entre a altura h da porção de gelo que fica fora da água e L, quando uma mosca de massa m pousa delicadamente no centro do cubo de gelo, em função de $\rho_a$, $\rho_g$, m e M.

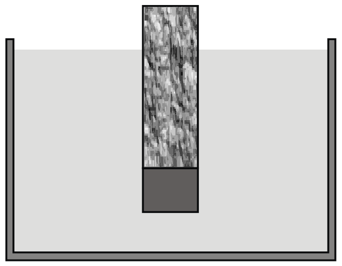
**9.** (UNESP 2014) Um garoto de 50 kg está parado dentro de um barco de 150 kg nas proximidades da plataforma de um ancoradouro. Nessa situação, o barco flutua em repouso, conforme a figura 1. Em um determinado instante, o garoto salta para o ancoradouro, de modo que, quando abandona o barco, a componente horizontal de sua velocidade tem módulo igual a 0,9 m/s em relação às águas paradas, de acordo com a figura 2.

FIGURA 1 FIGURA 2




Sabendo que a densidade da água é igual a 10³ kg/m³, adotando g = 10 m/s² e desprezando a resistência da água ao movimento do barco, calcule o volume de água, em m³, que a parte submersa do barco desloca quando o garoto está em repouso dentro dele, antes de saltar para o ancoradouro, e o módulo da velocidade horizontal de recuo ($V_{REC}$) do barco em relação às águas, em m/s, imediatamente depois que o garoto salta para sair dele.

**10.** (UNIFESP 2013) Um objeto maciço cilíndrico, de diâmetro igual a 2,0 cm, é composto de duas partes cilíndricas distintas, unidas por uma cola de massa desprezível. A primeira parte, com 5,0 cm de altura, é composta por uma cortiça com densidade volumétrica 0,20 g/cm³. A segunda parte, de 0,5 cm de altura, é composta por uma liga metálica de densidade volumétrica 8,0 g/cm$^3$. Conforme indica a figura, o objeto encontra-se em repouso, parcialmente submerso na água, cuja densidade volumétrica é 1,0 g/cm$^3$.



fora de escala

Interbits®

Nas condições descritas relativas ao equilíbrio mecânico do objeto e considerando π aproximadamente igual a 3, determine:

a. a massa total, em gramas, do objeto cilíndrico.

b. a altura, em centímetros, da parte do cilindro submersa na água.

**11.** (ITA 2013) Em atmosfera de ar calmo e densidade uniforme $d_a$, um balão aerostático, inicialmente de densidade $d$, desce verticalmente com aceleração constante de módulo a. A seguir, devido a uma variação de massa e de volume, o balão passa a subir verticalmente com aceleração de mesmo módulo *a*. Determine a variação relativa do volume em função da variação relativa da massa e das densidades $d_a$ e $d$.

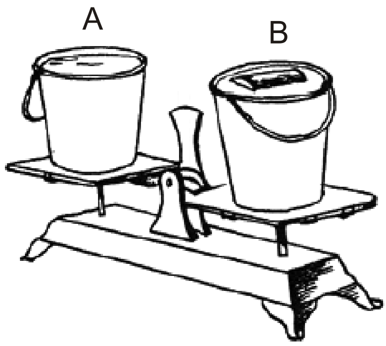
**12.** (PUCRJ 2012) Uma esfera de massa $1{,}0 \times 10^3$ kg está em equilíbrio, completamente submersa a uma grande profundidade dentro do mar. Um mecanismo interno faz com que a esfera se expanda rapidamente e aumente seu volume em 5,0 %.

Considerando que g = 10 m/s$^2$ e que a densidade da água é $d_{água} = 1{,}0 \times 10^3$ kg/m$^3$, calcule:

a. o empuxo de Arquimedes sobre a esfera, antes e depois da expansão da mesma;

b. a aceleração da esfera logo após a expansão.

**13.** (UERJ 2012) Considere uma balança de dois pratos, na qual são pesados dois recipientes idênticos, A e B.




PERELMAN, Y. *Física recreativa*. Moscou: Ed. Mir, 1975.

Os dois recipientes contêm água até a borda. Em B, no entanto, há um pedaço de madeira flutuando na água.

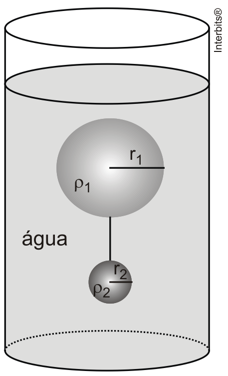
Nessa situação, indique se a balança permanece ou não em equilíbrio, justificando sua resposta.

## TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

Use quando necessário:

- Aceleração da gravidade $g=10\ m/s^2$; Densidade da água $\rho = 1{,}0 g/cm^3 = 1000\ kg/m^3$
- Velocidade da luz no vácuo $c = 3{,}0\times10^8\ m/s$
- Constante de Planck $h = 6{,}63\times10^{-34} J \times s = 4{,}14 \times 10^{-15}\ eV \times s$;
- Constante $\pi = 3{,}14$

**14.** (UFJF 2012) Um estudante de Física faz um experimento no qual ele prende duas esferas de densidades $\rho_1$ e $\rho_2$ e raios $r_1$ e $r_2$ relacionados por $\rho_1 = \rho_2/2$ e $r_1 = r_2 = 10{,}0$ cm.. O estudante amarra as esferas com um barbante de massa desprezível e coloca o conjunto dentro de um grande tanque contendo água. Como mostra a figura a seguir, o conjunto de esferas flutua totalmente submerso na água, mantendo uma tração T no barbante.




a. Faça diagramas de forças que atuam nas esferas e identifique cada uma das forças.

b. Calcule os módulos das forças de empuxo que atuam em cada esfera.

c. Calcule as densidades das esferas.

d. Calcule o módulo da tração T que atua no barbante.

**15.** (UFRJ 2011) Inicialmente, um barquinho flutua em repouso na superfície da água contida em um balde, como ilustra a figura 1. Então, um pouco da água do balde é transferida suavemente para dentro do barquinho (figura 2) que, finalmente, volta ao repouso ainda flutuando na superfície da água (figura 3). Tanto na situação inicial, quanto na final, a água do balde está em equilíbrio hidrostático.

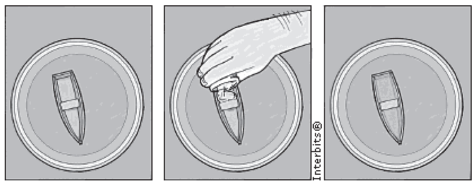



Figura 1 Figura 2 Figura 3

Indique se o nível da água no balde na situação final é menor, igual ou maior do que o nível na situação inicial. Justifique sua resposta.

**16.** (UFMG 2011) Um béquer contendo água está colocado sobre uma balança e, ao lado deles, uma esfera de aço maciça, com densidade de $5{,}0\ g/cm^3$, pendurada por uma corda, está presa a um suporte, como mostrado na Figura I.

Nessa situação, a balança indica um peso de 12 N e a tensão na corda é de 10 N.

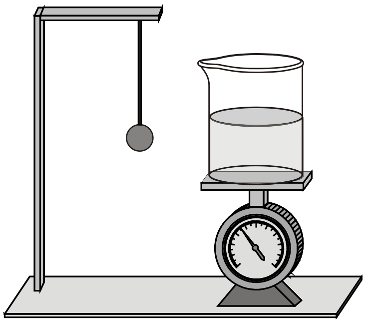


Figura I

Em seguida, a esfera de aço, ainda pendurada pela corda, é colocada dentro do béquer com água, como mostrado na Figura II.

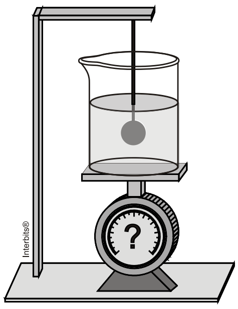


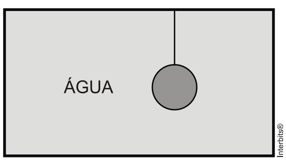

Figura II

Considerando essa nova situação, determine

a. a tensão na corda.

b. o peso indicado na balança.

**17.** (UFPE 2011) A figura mostra uma esfera de ferro, de densidade $d = 7{,}8.10^3$ kg/m$^3$ e volume $V = 10^{-3}$ m$^3$, submersa em água. A esfera está pendurada por um fio fino e inextensível, que está preso à tampa do aquário. Determine a tensão no fio, em newtons.




## TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

Dados:

Aceleração da gravidade: 10 m/s$^2$

Densidade da água: $10^3$ kg/m$^3$

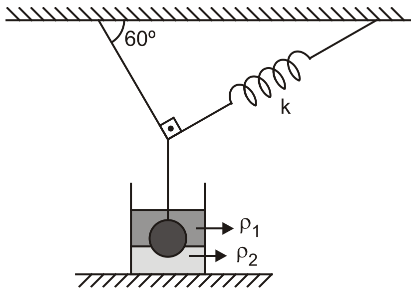
Velocidade da luz no vácuo: $3.10^8$ m/s

| | 30° | 37° | 45° |
|---|---|---|---|
| sen | 0,50 | 0,60 | 0,71 |
| cos | 0,86 | 0,80 | 0,71 |

**18.** (UFPE 2011) Um barco de passageiros afundou em um lago. É preciso içá-lo utilizando boias especiais. A massa do barco é 8000 kg e o volume ocupado por ele é 3 m$^3$.

Despreze o peso das boias. Determine o volume mínimo, em m$^3$, que devem ter as boias para que o barco fique na iminência de ser elevado do fundo do lago.

**19.** (ITA 2010) Uma esfera maciça de massa específica ñ e volume V está imersa entre dois líquidos, cujas massas específicas são $\rho_1$ e $\rho_2$, respectivamente, estando suspensa por uma corda e uma mola de constante elástica k, conforme mostra a figura. No equilíbrio, 70% do volume da esfera estão no líquido 1 e 30 % no líquido 2. Sendo g a aceleração da gravidade, determine a força de tração na corda.



**20.** (UFPR 2010) Um objeto esférico de massa 1,8 kg e densidade 4,0 g/cm$^3$, ao ser completamente imerso em um líquido, apresenta um peso aparente de 9,0 N. Considerando a aceleração da gravidade com módulo igual a g, faça o que se pede:

a. Determine o valor da densidade desse líquido.

b. Indique qual princípio físico teve que ser utilizado, necessariamente, na resolução desse problema.

**21.** (UERJ 2010) Em uma aula prática de hidrostática, um professor utiliza os seguintes elementos:

- um recipiente contendo mercúrio;
- um líquido de massa específica igual a 4 g/cm$^3$;
- uma esfera maciça, homogênea e impermeável, com 4 cm de raio e massa específica igual a 9 g/cm$^3$.

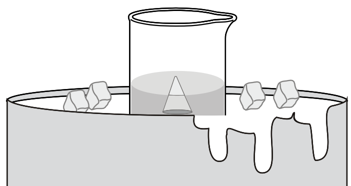
Inicialmente, coloca-se a esfera no recipiente; em seguida, despeja-se o líquido disponível até que a esfera fique completamente coberta.

Considerando que o líquido e o mercúrio são imiscíveis, estime o volume da esfera, em cm$^3$, imerso apenas no mercúrio. Considere a densidade do mercúrio igual a 13 g/cm$^3$.

**22.** (UNIFESP 2010) Pelo Princípio de Arquimedes explica-se a expressão popular "isto é apenas a ponta do iceberg", frequentemente usada quando surgem os primeiros sinais de um grande problema. Com este objetivo realizou-se um experimento, ao nível do mar, no qual uma solução de água do mar e gelo (água doce) é contida em um béquer de vidro, sobre uma bacia com gelo, de modo que as temperaturas do béquer e da solução mantenham-se constantes a 0 °C.

(www.bioqmed.ufrj.br/ciencia/CuriosIceberg.htm)

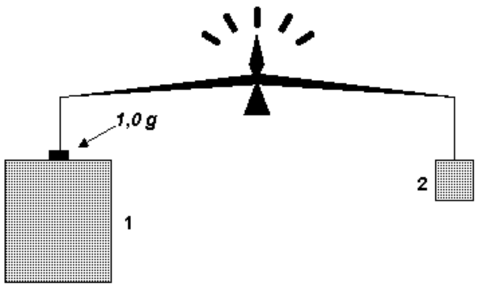
No experimento, o *iceberg* foi representado por um cone de gelo, conforme esquematizado na figura. Considere a densidade do gelo 0,920 g/cm$^3$ e a densidade da água do mar, a 0 °C, igual a 1,025 g/cm$^3$.



a. Que fração do volume do cone de gelo fica submersa na água do mar? O valor dessa fração seria alterado se o cone fosse invertido?

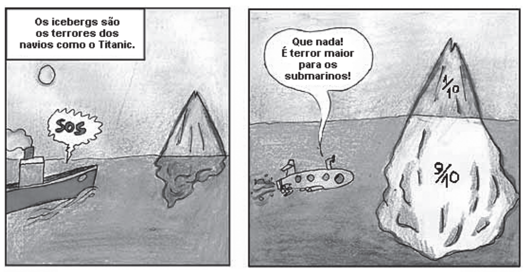
b. Se o mesmo experimento fosse realizado no alto de uma montanha, a fração do volume submerso seria afetada pela variação da aceleração da gravidade e pela variação da pressão atmosférica? Justifique sua resposta.

**23.** (UFRJ 2009) Dois corpos, 1 e 2, têm a mesma massa, mas são constituídos de materiais diferentes, cujas respectivas densidades, $\rho_1$ e $\rho_2$, são tais que $\rho_1 = \rho_2/11$. Quando os dois corpos são suspensos numa balança sensível de braços iguais, na presença do ar, verifica-se que é necessário adicionar um pequeno contrapeso de 1,0 g de massa ao corpo 1, de modo a compensar a diferença de empuxos causados pelo ar e equilibrar a balança como ilustra a figura a seguir.




Calcule os volumes $V_1$ e $V_2$ dos corpos 1 e 2 supondo que a densidade do ar tenha o valor $\rho = 1,25 \times 10^{-3}$ g/cm$^3$ e que o volume do contrapeso seja desprezível.

**24.** (UEG 2009) Leia a tirinha a seguir e responda ao que se pede.




Disponível em: <http://www.cbpf.br/~eduhq/html/tirinhas/>. Acesso em: 25 ago. 2008.

a. Determine a razão entre as densidades da água do mar e do iceberg na tirinha.

b. Supondo que repentinamente todo o sal do mar fosse retirado, o que aconteceria com o volume imerso do iceberg? Justifique sua resposta.

**25.** (UNESP 2009) As figuras mostram uma versão de um experimento imaginado pelo filósofo francês René Descartes e bastante explorado em feiras de ciências, conhecido como ludião: um tubinho de vidro fechado na parte superior e aberto na inferior, emborcado na água contida em uma garrafa PET, fechada e em repouso. O tubinho afunda e desce quando a garrafa é comprimida e sobe quando ela é solta.

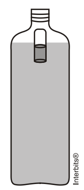



Figura 1

Na figura 1, o ludião está em equilíbrio estático, com um volume aprisionado de ar de 2,1 cm$^3$, à pressão atmosférica $p_0 = 1,0.10^5$ Pa. Com a garrafa fechada e comprimida, é possível mantê-lo em equilíbrio estático dentro d'água, com um volume de ar aprisionado de 1,5 cm$^3$ (figura 2).

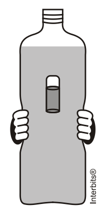



Figura 2

Determine a massa do tubinho e a pressão do ar contido no ludião na situação da figura 2. Despreze o volume deslocado pelas paredes do tubinho; supõe-se que a temperatura ambiente permaneça constante.

Adote, para a densidade da água, $\rho_{água} = 1,0$ g/cm$^3$.

**26.** (UFRJ 2009) Um cilindro homogêneo flutua em equilíbrio na água contida em um recipiente. O cilindro tem 3/4 de seu volume abaixo da superfície livre da água, como ilustra a figura 1.

Para que esse cilindro permaneça em repouso com a sua face superior no mesmo nível que a superfície livre da água, uma força F, vertical e apontando para baixo, é exercida pela mão de uma pessoa sobre a face superior do cilindro, como ilustra a figura 2.

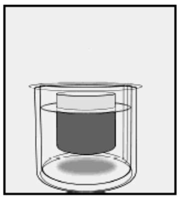


**Figura 1**

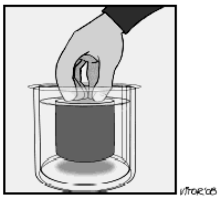


**Figura 2**

Sabendo que o módulo de F é igual a 2,0 N e que a água está em equilíbrio hidrostático, calcule o módulo do peso do cilindro.

**27.** (UNIFESP 2009) Uma pessoa com massa de 80 kg, suspensa por um cabo de massa e volume desprezíveis, atado a um dinamômetro, é colocada em um tanque com água de tal forma que fique ereta, na posição vertical e completamente imersa. Considerando que a massa específica da água é de 103 kg/m$^3$, que a pressão atmosférica local é de $1,0 \times 10^5$ N/m$^2$ e a aceleração da gravidade g = 10 m/s$^2$ e que a água e a pessoa estão em repouso em relação ao tanque, calcule:

a. A pressão externa nos pés dessa pessoa, que se encontram 2,0 m abaixo do nível da água.

b. O volume da pessoa, se o peso aparente registrado pelo dinamômetro é de 40 N.

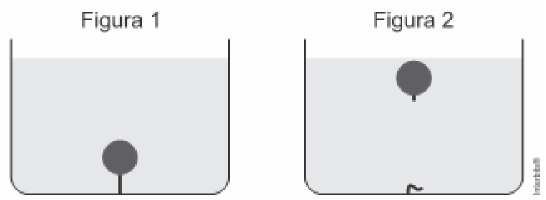
**28.** (UDESC 2009) Uma pequena esfera é solta 3,20 m acima da superfície de um lago cuja profundidade é de 4,80 m. A massa da esfera é 120,0 g. Imediatamente após adentrar no lago, a esfera passa a afundar com velocidade constante de 4,0 m/s. Despreze a resistência do ar, considere que a esfera é feita de um material cuja densidade é 1,20 g/cm$^3$, e que a densidade da água é 1,00 g/cm$^3$.

a. Qual a velocidade da esfera ao atingir a água?

b. Qual o tempo total gasto pela esfera até atingir o fundo do lago?

c. Qual o valor da força de resistência exercida pela água?

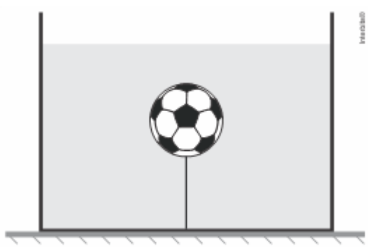
**29.** (UNESP 2018) Uma esfera de massa 50g está totalmente submersa na água contida em um tanque e presa ao fundo por um fio, como mostra a figura 1. Em dado instante, o fio se rompe e a esfera move-se, a partir do repouso, para a superfície da água, onde chega após o rompimento do fio, como mostra a figura 2.




a. Considerando que, enquanto a esfera está se movendo no interior da água, a força resultante sobre ela é constante, tem intensidade 0,30N, direção vertical e sentido para cima, calcule, em m/s a velocidade com que a esfera chega à superfície da água.

b. Considerando que apenas as forças peso e empuxo atuam sobre a esfera quando submersa, que a aceleração gravitacional seja 10 m/s$^2$ e que a massa específica da água seja 1,0 x 10$^3$ kg/m$^3$ calcule a densidade da esfera, em kg/m$^3$.

**30.** (UERJ 2018) Em uma experiência de hidrostática, uma bola de futebol foi presa com um fio ideal no fundo de um recipiente com água, conforme representado na figura.



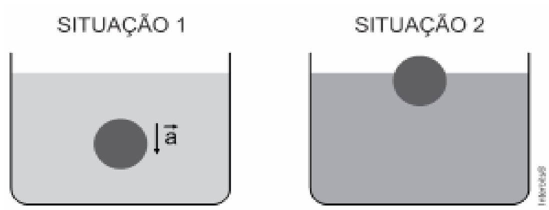
Sabe-se que a bola possui massa de 0,45 kg e volume de 5,7 x 10$^{-3}$ m$^3$.

Dados:

Gravidade local, g = 10 m/s$^2$ e densidade da água, $\rho$ = 10$^3$ kg/m$^3$.

Determine, em newtons, a tração exercida pelo fio.

**31.** (FAMERP 2018) Em um local onde a aceleração gravitacional é 10 m/s$^2$, uma esfera foi submetida a duas situações. Na situação 1, a esfera foi colocada em um líquido de massa específica 8,0 x 10$^2$ kg/m$^3$ ficou sujeita a um empuxo de intensidade 4,4N descendo com aceleração constante. Na situação 2, a esfera foi colocada em água, cuja massa específica é 1,0 x 10$^3$ kg/m$^3$, e flutuou em repouso, com parte de seu volume submerso.




a. Considerando que sobre a esfera atuem apenas as forças peso e empuxo, calcule a aceleração da esfera, em m/s$^2$, na situação 1.

b. Determine o volume, em m$^3$, da parte da esfera que fica acima da superfície da água na situação 2.

**32.** (PUCRJ 2017) Um longo tubo cilíndrico e vertical possui uma seção reta de 10,0 cm$^2$. São colocados dentro dele 100 cm$^3$ de água (densidade $d_A$ = 1,00 g/cm$^3$) e 100 cm$^3$ de óleo ($d_O$ = 0,800 g/cm$^3$), que não se mistura com a água.

Considere g = 10,0 m/s$^2$.

a. Calcule a altura total da coluna de óleo + água.

b. Dentro do cilindro com óleo e água, coloca-se uma esfera de plástico com densidade $d_E$ = 0,900 g/cm$^3$, massa 15,0 g e raio menor que o do cilindro. O que acontece com a esfera? Ela cai no fundo do recipiente ou flutua? Justifique e faça um desenho da posição da esfera dentro do tubo, no equilíbrio.

c. Calcule a pressão manométrica ($P - P_{atm}$) no fundo do recipiente cilíndrico contendo o óleo, a água e a esfera.

**ANOTAÇÕES**

# GABARITO

**1.** a. A concentração de cloreto de sódio nesse mar é 35,0 g/L. A partir deste valor e da massa molar do cloreto de sódio pode-se calcular a concentração em mol/L.

$$\text{Concentração comum} = \text{Concentração molar} \times \text{Massa molar}$$

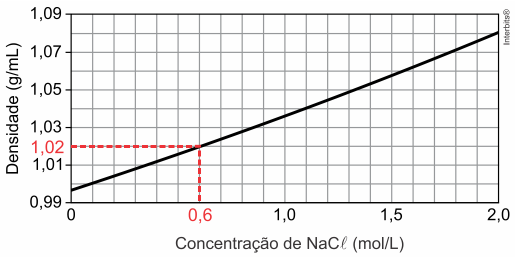
$$\text{Concentração molar} = \frac{\text{Concentração comum}}{\text{Massa molar}}$$

$$M_{NaC\ell} = 58 \text{ g/mol}$$

$$\text{Concentração molar (NaC}\ell) = \frac{35 \text{ g/L}}{58 \text{ g/mol}} = 0{,}6034482 \text{ mol/L}$$

$$\text{Concentração molar (NaC}\ell) \approx 0{,}6 \text{ mol/L}$$

A partir do gráfico calcula-se a densidade:




$$d = 1{,}02 \text{ g/mL} = 1.020 \text{ g/L} = 1.020 \text{ g}/10^{-3}\text{m}^3$$

$$d = 1.020 \text{ kg/m}^3$$

Considerando o Panamax em forma de um paralelepípedo reto-retângulo, com 200 m de comprimento e 30 m de largura e calado de 10 m, pode-se calcular o volume imerso do navio.

$V_{imerso}$ = 200 m x 30 m x 10 m = 60.000 $m^3$

b. A densidade da água no interior do Canal é 1,0 g/mL e que o calado máximo permitido no interior do Canal é de 12 m, com estes valores pode-se calcular a massa de água do canal deslocada.

$$d_{\text{água do canal}} = \text{densidade da água no interior do canal}$$

$$d_{\text{água do canal}} = 1{,}0 \text{ g/mL} = 1.000 \text{ g/L} = 1.000 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Calado máximo} = 12 \text{ m}$$

$$V_{\text{água deslocada do canal}} = 200 \text{ m} \times 30 \text{ m} \times 12 \text{ m} = 72.000 \text{ m}^3$$

$$d_{\text{água do canal}} = \frac{m_{\text{água deslocada do canal}}}{V_{\text{água deslocada do canal}}}$$

$$1.000 \text{ kg/m}^3 = \frac{m_{\text{água do canal}}}{72.000 \text{ m}^3}$$

$$m_{\text{água deslocada do canal}} = 72.000.000 \text{ kg}$$

$$m_{\text{água deslocada do canal}} = 7{,}2 \times 10^7 \text{ kg}$$

Princípio de Arquimedes: todo sólido mergulhado num fluido recebe uma força chamada empuxo, vertical e para cima, de intensidade igual ao peso do fluido deslocado.

$$\text{Empuxo} = \text{massa do fluido deslocado} \times \text{aceleração da gravidade}$$

$$\text{densidade do fluido deslocado} = \frac{\text{massa do fluido deslocado}}{\text{volume do fluido deslocado}}$$

$$\text{massa do fluido deslocado} = \text{densidade do fluido deslocado} \times \text{volume do fluido deslocado}$$

Então,

$$\text{Empuxo} = \text{densidade do fluido deslocado} \times \text{volume do fluido deslocado} \times \text{aceleração da gravidade}$$

Se o empuxo do navio no canal for igual ou superior ao empuxo na água do mar, o navio flutuará. Daí,

$$m_{\text{água do mar do Caribe deslocada}} = 6{,}12 \times 10^7 \text{ kg}$$

$$m_{\text{água deslocada do canal}} = 7{,}2 \times 10^7 \text{ kg}$$

$$\text{Empuxo} = \text{densidade do fluido deslocado} \times \text{volume do fluido deslocado} \times \text{aceleração da gravidade}$$

$$\text{Empuxo no mar do Caribe} = 1.020 \text{ kg/m}^3 \times 60.000 \text{ m}^3 \times \text{aceleração da gravidade}$$

$$\text{Empuxo no mar do Caribe} = 61.200.000 \text{ kg/m}^3 \times \text{m}^3 \times \text{aceleração da gravidade}$$

$$\text{Empuxo no Canal} = 1.000 \text{ kg/m}^3 \times 72.000 \text{ m}^3 \times \text{aceleração da gravidade}$$

$$\text{Empuxo no Canal} = 70.000.000 \text{ kg/m}^3 \times \text{m}^3 \times \text{aceleração da gravidade}$$

Conclusão:

70.000.000 kg/$m^3$ x $m^3$ x aceleração da gravidade : 61.200.000 kg/$m^3$ x $m^3$ x aceleração da gravidade

O empuxo da água do canal é maior do que na água do mar.

O navio poderá cruzar o canal em segurança.

Observação teórica: sob o ponto de vista apenas da análise da densidade, como a massa de água deslocada, para um mesmo volume de casco, no mar é menor do que a massa de água deslocada no canal, concluí-se que o navio poder cruzar o canal em segurança.

Para um mesmo valor de volume V:

$$\left.\begin{aligned} d_{\text{água do mar deslocada}} &= \frac{6{,}12 \times 10^7 \text{ kg}}{V} \\ d_{\text{água do canal deslocada}} &= \frac{7{,}2 \times 10^7 \text{ kg}}{V} \end{aligned}\right\} d_{\text{água do mar deslocada}} < d_{\text{água do canal deslocada}}$$

Em outras palavras, o "navio" é menos denso do que a água do canal, por isso ele flutua.

**2.** O acréscimo do segundo peso faz com que o sistema em equilíbrio afunde um pouco mais, acrescendo também, o empuxo do conjunto, com a diferença de volume submersa sendo correspondente à esse novo empuxo, então:

$$E = \mu_{liq} \cdot V_{sub} \cdot g \Rightarrow 1050 \text{ N} = \mu_{liq} \cdot (1{,}2 - 1{,}1) \text{ m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2$$

$$\mu_{liq} = \frac{1050 \text{ N}}{(1{,}2 - 1{,}1) \text{ m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2} \Rightarrow \mu_{liq} = \frac{1050 \text{ N}}{0{,}1 \text{ m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2} \therefore \mu_{liq} = 1050 \text{ kg/m}^3$$

**3.**

$$d = \frac{m}{v} \Rightarrow d_{pessoa} = \frac{m_{pessoa}}{v_{pessoa}} \Rightarrow 0{,}93 = \frac{70}{v} \Rightarrow v = 75{,}27\ cm^3$$

$$E = P_{pessoa} + P_{bloco}$$
$$d_{água} \cdot v_{pessoa} \cdot g = m_p \cdot g + P_b$$
$$d_{água} \cdot v_{pessoa} = m_p + \frac{P_b}{g}$$
$$1 \cdot 75{,}27 = 70 + \frac{P_b}{g}$$
$$\frac{P_b}{g} = 75{,}27 - 70$$
$$\frac{P_b}{10} = 5{,}27$$
$$P_b = 52{,}7\ N$$

**4.** a. Estamos diante de um movimento retilíneo uniformemente acelerado, em que a velocidade média é dada pela média das velocidades e podemos calcular a velocidade final:

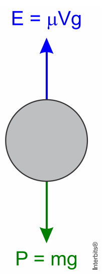
$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{2} \Rightarrow v = 2\frac{\Delta s}{\Delta t} + v_0 \Rightarrow v = 2 \cdot \frac{0{,}8\ m}{4\ s} + 0 \therefore v = 0{,}4\ m/s$$

Outra possibilidade é calcular a aceleração e depois a velocidade final:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{a}{2}t^2 \xrightarrow{v_0 = 0\ e\ s_0 = 0} a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 0{,}8\ m}{(4\ s)^2} \therefore a = 0{,}1\ m/s^2$$

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 0 + 0{,}1\ m/s^2 \cdot 4\ s \therefore v = 0{,}4\ m/s$$

b. A força resultante é dada pela diferença entre o peso P da esfera e o empuxo E:




$$F_r = P - E$$

Usando o Princípio Fundamental da Dinâmica e as definições do peso e do empuxo, obtemos a massa específica do líquido:

$$ma = mg - \mu_{liq} Vg \Rightarrow \mu_{liq} = \frac{m(g-a)}{Vg} = \frac{100\ g \cdot (10 - 0{,}1)\ m/s^2}{5\ cm^3 \cdot 10 m/s^2} \therefore \mu_{liq} = 19{,}8\ g/cm^3$$

**5.** a. Teremos:

$$E = \rho_{água} \cdot g \cdot V_{submerso}$$
$$E = \rho_{água} \cdot g \cdot A \cdot h_{submerso}$$

Mas: E = P, logo:

b. Teremos:

$$E = \rho_{água} \cdot g \cdot V_{plat}$$
$$E = P_{total}$$
$$P_{total} = \rho_{água} \cdot g \cdot V_{plat}$$
$$M_{total} \cdot g = \rho_{água} \cdot g \cdot V_{plat}$$
$$M_{total} = \rho_{água} \cdot V_{plat}$$
$$M_{total} = 1.000 \cdot 2 \cdot 0{,}2 = 400\ kg$$

$$Capacidade = 400 - 10 \Rightarrow$$
$$Capacidade = 390\ kg$$

**6.** Considerando h como a altura da parte imersa do cubo, o tempo entre a emissão e captação do pulso será:

$$\Delta t = 2 \cdot \left(\frac{d-h}{v_s}\right) \to h = d - \frac{\Delta t \cdot v_s}{2}$$

O volume submerso pode ser expresso como sendo h.a². Para que o cubo permaneça em equilíbrio o empuxo deve ser igual ao peso, ou seja:

$$\rho_m \cdot a^3 \cdot g = \rho_a \cdot \left(h \cdot a^2\right) \cdot g \to \rho_m = \frac{h \cdot \rho_a}{a} \to \rho_m = \frac{\rho_a}{a} \cdot \left(d - \frac{\Delta t \cdot v_s}{2}\right)$$

Fazendo as devidas substituições:

$$\rho_m = \frac{10^3}{0{,}2} \cdot \left(3{,}1 - \frac{0{,}004 \cdot 1500}{2}\right) \to \rho_m = 5 \cdot 10^2\ km/m^3$$

**7.** Para a situação descrita, sabe-se que o corpo está flutuando, que tem altura total H = 6 cm e deseja-se encontrar a altura do bloco que está submersa.

Como o corpo encontra-se em equilíbrio, tem-se que:

$$P = E$$
$$m \cdot g = \rho_{fluido} \cdot V_{SUB} \cdot g$$
$$Como\ \rho = \frac{m}{V}$$
$$\rho_{bloco} \cdot V_{Bloco} = \rho_{fluido} \cdot V_{SUB}$$
$$\rho_{bloco} \cdot Ab \cdot H = \rho_{fluido} \cdot Ab \cdot h$$

A área da base para ambos os casos é igual, então estas se anulam na equação dada. Assim,

$$800 \cdot 6 = 1200 \cdot h$$
$$h = \frac{4800}{1200}$$
$$h = 4\ cm$$

**8.** a. No equilíbrio, o empuxo e o peso têm a mesma intensidade.

$$E = P \Rightarrow \rho_a V_{imerso} \cancel{g} = \rho_g V_{gelo} \cancel{g} \Rightarrow \rho_a L^2 (L-h) = \rho_g L^3 \Rightarrow$$

$$\frac{L-h}{L} = \frac{\rho_g}{\rho_a} \Rightarrow 1 - \frac{h}{L} = \frac{\rho_g}{\rho_a} \Rightarrow \boxed{\frac{h}{L} = 1 - \frac{\rho_g}{\rho_a}.}$$

b. Nessa situação, o empuxo equilibra a soma dos pesos da mosca e do gelo.

$$E = P_{mosca} + P_g \Rightarrow \rho_a V_{imerso} \cancel{g} = (m+M)\cancel{g} \Rightarrow \rho_a L^2 (L-h) = (m+M) \Rightarrow$$

$$\rho_a L^3\left(\frac{L-h}{L}\right) = (m+M) \Rightarrow \rho_a L^3\left(1-\frac{h}{L}\right) = (m+M).$$

Mas, para o gelo:

$$M = \rho_g L^3 \Rightarrow L^3 = \frac{M}{\rho_g}.$$

Substituindo na expressão anterior:

$$\rho_a \frac{M}{\rho_g}\left(1-\frac{h}{L}\right) = (m+M) \Rightarrow 1-\frac{h}{L} = \frac{(m+M)\rho_g}{\rho_a M} \Rightarrow \boxed{\frac{h}{L} = 1-\frac{(m+M)\rho_g}{\rho_a M}.}$$

**9.** Dados: $m_g$ = 50 kg; $m_b$ = 150 kg; $d_a$ = $10^3$ kg/m³; $V_g$ = 0,9 m/s; g = 10 m/s².

– Volume de água deslocado ($V_{desloc}$).

Para a situação de equilíbrio, a intensidade do empuxo é igual à do peso.

$$E = P \Rightarrow d_a V_{desloc} \cancel{g} = (m_g + m_b)\cancel{g} \Rightarrow$$

$$V_{desloc} = \frac{m_g + m_b}{d_a} = \frac{200}{10^3} = 200 \times 10^{-3} \Rightarrow$$

$$\boxed{V_{desloc} = 0{,}2\ m^3.}$$

– Módulo da velocidade de recuo do barco ($|V_{Rec}|$).

Desprezando o atrito do barco com a água, pela conservação da quantidade de movimento, temos:

$$|\vec{Q}|_{barco} = |\vec{Q}|_{garoto} \Rightarrow m_b\,|\vec{V}_{rec}| = m_g |\vec{V}_g| \Rightarrow$$

$$|\vec{V}| = \frac{m_g |\vec{V}_g|}{m_b} = \frac{50 \cdot 0{,}9}{150} = 200 \times 10^{-3} \Rightarrow$$

$$\boxed{|\vec{V}_{Rec}| = 0{,}3\ m/s.}$$

**10.** Dados: $\rho_C$ = 0,2 g/cm³; $h_C$ = 5 cm; $\rho_L$ = 8 g/cm³; $h_L$ = 5 cm; $\rho_A$ = 1 g/cm³; D = 2 cm ⇒ R = 1 cm.

a. A massa do objeto (M) é a soma das massas da cortiça ($m_C$) e da liga ($m_L$).

$$M = m_C + m_L \Rightarrow M = \rho_C V_C + \rho_C V_C \Rightarrow M = \rho_C \pi R^2 h_C + \rho_C \pi R^2 h_L \Rightarrow$$

$$M = \pi R^2 (\rho_C h_C + \rho_C h_L) = 3 \cdot 1 (0{,}2 \cdot 5 + 8 \cdot 0{,}5) = 3 \cdot 5 \Rightarrow$$

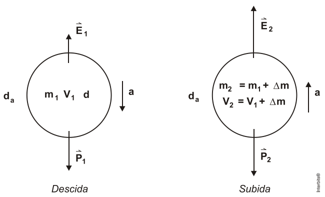
$$M = 15\ g.$$

b. Como o objeto está em equilíbrio, as forças nele atuantes, empuxo e peso, estão equilibradas.

$$E = P \Rightarrow \rho_A V_{sub}\, g = M g \Rightarrow \rho_A \pi R^2 h_{sub} = M \Rightarrow h_{sub} = \frac{M}{\pi R^2 \rho_A} = \frac{15}{3 \cdot 1^2 \cdot 2}$$

$$h_{sub} = 5\,cm.$$

**11.** A figura ilustra as duas situações, descida e subida.




Desprezando o atrito com o ar, a resultante das forças sobre o balão é entre o Peso e o Empuxo.

Aplicando o Princípio Fundamental da Dinâmica às duas situações:

$$\begin{cases} \text{Descida: } P_1 - E_1 = m_1\, a \quad \text{(I)}. \\ \text{Subida: } E_2 - P_2 = m_2\, a \quad \text{(II)}. \end{cases}$$

Isolando o volume em (I):

$$m_1\, g - d_a\, V_1\, g = m_1\, a \Rightarrow d_a\, V_1\, g = m_1 (g-a) \Rightarrow$$

$$V_1 = \frac{m_1 (g-a)}{d_a\, g} \quad \text{(III)}.$$

Ainda em (I), isolando a aceleração:

$$d\ V_1\, g - d_a\, V_1\, g = d\ V_1\ a \Rightarrow V_1\, g(d - d_a) = V_1\ d\ a \Rightarrow$$

$$a = g\left(\frac{d-d_a}{d}\right) \quad \text{(IV)}.$$

Isolando o volume em (II):

$$d_a\, V_2\, g - m_2\, g = m_2\, a \Rightarrow d_a\, V_2\, g = m_2 (a+g) \Rightarrow$$

$$V_2 = \frac{m_2 (g+a)}{d_a\, g} \quad \text{(V)}.$$

Dividindo (V) por (III) e substituindo (IV) no resultado obtido:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{m_2 (g+a)}{m_1 (g-a)} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{g + g\frac{d-d_a}{d}}{g - g\frac{d-d_a}{d}}\right) \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{g\left(1+\frac{d-d_a}{d}\right)}{g\left(1-\frac{d-d_a}{d}\right)}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{\frac{d+d-d_a}{d}}{\frac{d-d+d_a}{d}}\right) \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{2d-d_a}{d_a}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{2d}{d_a} - 1\right).$$

Mas:

$V_2 = V_1 + \Delta V$ e $m_2 = m_1 + \Delta m$.

Então:

$$\frac{V_1 + \Delta V}{V_1} = \left(\frac{m_1 + \Delta m}{m_1}\right)\left(\frac{2\ d}{d_a} - 1\right) \Rightarrow 1 + \frac{\Delta V}{V_1} = \left(1 + \frac{\Delta m}{m_1}\right)\left(\frac{2\ d}{d_a} - 1\right) \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} = \left(1 + \frac{\Delta m}{m_1}\right)\left(\frac{2\ d}{d_a} - 1\right) - 1.$$

**12.** a. Considerando que a esfera esteja em equilíbrio, sem tocar o fundo do mar, o empuxo sobre ela tem a mesma intensidade de seu peso.

$$E_1 = d_{água}\ V_1\ g = m\ g = 1 \times 10^3 \cdot 10 \Rightarrow E_1 = 1 \times 10^4\ N.$$

Como o volume aumenta em 5,0%, o empuxo também aumenta em 5,0%. Então:

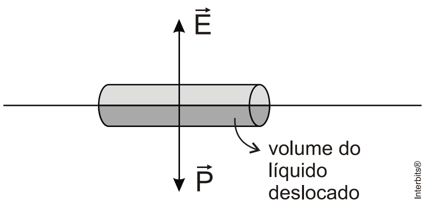
$$E_2 = E_1 + 5\%\ E_1 \Rightarrow E_2 = 1{,}05 \cdot 1 \times 10^4 \Rightarrow E_2 = 1{,}05 \times 10^4\ N.$$

b. Aplicando o Princípio Fundamental da Dinâmica:

$$E_2 - P = m\ a \Rightarrow 1{,}05 \times 10^4 - 10^4 = 10^3 a \Rightarrow a = \frac{0{,}05 \times 10^4}{10^3} = \frac{5 \times 10^2}{10^3} \Rightarrow$$

$$a = 0{,}5\ m/s^2.$$

**13.** Analisando as forças atuantes sobre a madeira que flutua no recipiente "B", temos:

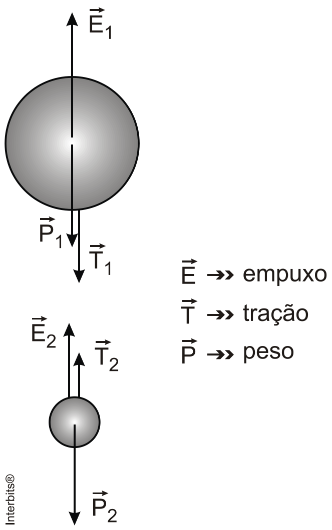



Como podemos perceber, o módulo do empuxo (E) é igual ao peso da madeira ($P_M$), entretanto o princípio de Arquimedes nos diz que o módulo do empuxo (E) é igual ao pelos do líquido deslocado ($P_{LD}$). Assim, podemos concluir que:

$P_{LD} = P_{MAD}$.

Assim sendo, se retirarmos a madeira e completarmos o recipiente com água, a indicação na balança continuará a mesma, ou seja, equilibrada.

**14.** a.




c. Calculemos, primeiramente, as densidades das esferas para podermos resolver [B] e [D].

Dados: $\rho_{água}$ = 1 g/cm³ = 10³ kg/m³; g = 10 m/s²; π = 3,14; $\rho_1 = \rho_2/2$;

$r_1 = 2\ r_2 = 10{,}0\ \text{cm} \Rightarrow r_1 = 10{,}0\ \text{cm} = 10^{-1}\ \text{m};\ r_2 = 5{,}0\ \text{cm} = 5{,}0 \times 10^{-2}\ \text{m}.$

Comparando os volumes das esferas:

$$\left.\begin{cases} V_2 = \dfrac{4}{3}\pi\ r_2^3 \\ V_1 = \dfrac{4}{3}\pi(2r_2)^3 \Rightarrow V_1 = 8\left(\dfrac{4}{3}\pi\ r_2^3\right) \end{cases}\right\} \Rightarrow V_1 = 8\ V_2$$

Se as esferas estão em equilíbrio, totalmente imersas, a densidade do conjunto ($d_{12}$) é igual à densidade da água (1 g/cm³)

$$d_{12} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow d_{12} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow d_{12} = \frac{\frac{\rho_2}{2}(8V_2) + \rho_2 V_2}{8V_2 + V_2} =$$

$$d_{12} = \frac{\rho_2 V_2 (4+1)}{9V_2} \Rightarrow 1 = \frac{5}{9}\rho_2 \Rightarrow \rho_2 = \frac{9}{5} \Rightarrow$$

$\rho_2 = 1{,}8\ \text{g/cm}^3 = 1.800\ \text{kg/m}^3.$

Mas:

$\rho_1 = \dfrac{\rho_2}{2} = \dfrac{1{,}8}{2} \Rightarrow \rho_1 = 0{,}9\ \text{g/cm}^3 = 900\ \text{kg/m}^3.$

b. Calculando os módulos dos empuxos:

$$\begin{cases} E_1 = \rho_{água} V_1\ g = 10^3\left(\frac{4}{3}(3{,}14)\left(1 \times 10^{-1}\right)^3 \times 10\right) \Rightarrow E_1 = 41{,}87\ \text{N.} \\ E_2 = \rho_{água} V_2\ g = 10^3\left(\frac{4}{3}(3{,}14)\left(5 \times 10^{-2}\right)^3 \times 10\right) \Rightarrow E_2 = 5{,}23\ \text{N.} \end{cases}$$

d. Analisando a esfera 1:

$$T + P_1 = E_1 \Rightarrow T + \rho_1 V_1\ g = E_1 \Rightarrow T = 41{,}87 - 900\left(\frac{4}{3}(3{,}14)\left(10^{-1}\right)^3(10)\right) \Rightarrow$$

$T = 41{,}87 - 37{,}68 \Rightarrow T = 4{,}19$ N.

**15.** O peso da porção de água colocada dentro do barquinho é igual ao empuxo que ela recebe do restante da água que fica no balde. Para ficar em equilíbrio, essa porção de água desloca no balde o mesmo volume que ela ocupa dentro do barquinho. Assim, desprezando a espessura das paredes do barquinho, que afunda um pouco mais, o nível da água no balde não se altera.

Simplificando: a água que foi para o barquinho muda de lugar, mas continua dentro do balde, não alterando o nível da água no balde.

**16.** Como a tensão na corda é 10 N, o peso da esfera é 10 N.

$P = mg \to\ 10 = m \times 10 \to m = 1{,}0\ \text{kg}$

$\mu = 5\ \text{g/cm}^3 = 5000\ \text{kg/m}^3$

$\mu = \dfrac{m}{V} \to 5000 = \dfrac{1{,}0}{V} \to\ V = 2 \times 10^{-4}\text{m}^3$

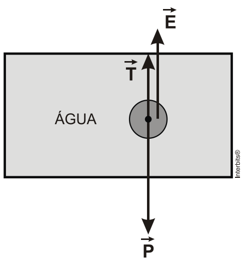
Quando mergulhada a esfera receberá um empuxo de:

$E = \mu_{água} \cdot V \cdot g = 1000 \times 2 \times 10^{-4} \times 10 = 2{,}0\ \text{N}$

a. Sendo assim, a esfera ficará 2,0 N “mais leve” e a tensão na corda passará a ser 8,0 N.

b. Simultaneamente, a reação do empuxo aplicada sobre a água aumentará a indicação da balança em 2,0N, que fará com que ela passe a marcar 14 N.

**17.** A figura abaixo mostra as forças que agem na esfera.




Para haver equilíbrio: $F_R = 0 \rightarrow T + E = P \rightarrow T + \mu_a Vg = \mu_f Vg \rightarrow T = (\mu_f - \mu_a)\ Vg$

$T = (7{,}8 \times 10^3 - 1{,}0 \times 10^3)\ 10^{-3} \times 10 = 68N$

**18.** Dados: m = 8.000 kg; $d_{água}$ = 1000 kg/m³; V = 3 m³.

Para que o barco fique na iminência de ser elevado, a intensidade do empuxo (E) deve ser igual à intensidade do peso (P).

$E = P \Rightarrow d_{água}\ V_{imerso}\ g = mg \Rightarrow 10^3(3 + V) = 8 \times 10^3 \Rightarrow 3 + V = 8 \Rightarrow V = 5\ m^3.$

**19.** Dados:

$V_1 = 0{,}7\,V$ e $V_2 = 0{,}3\,V$, Sendo V o volume da esfera e $V_1$ e $V_2$ as porções imersas do volume da esfera nos líquidos 1 e 2, respectivamente.

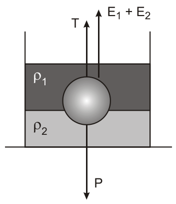


Fig 1 - Forças na esfera

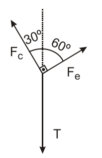


Fig 2 - Forças no nó

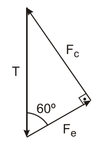


Fig 3 - Somatório das forças no nó

Nas figuras acima:

P: módulo do peso da esfera:

$P = m\,g = \rho\,V\,g.$

$E_1$ e $E_2$: intensidades dos empuxos exercidos pelos líquidos 1 e 2 na esfera, respectivamente.

$E_1 = \rho_1 V_1 g \Rightarrow E_1 = \rho_1 (0{,}7\,V)\,g \Rightarrow E_1 = 0{,}7\ \rho_1 V g;$

$E_2 = \rho_2 V_2 g \Rightarrow E_2 = \rho_2 (0{,}3\,V)\,g \Rightarrow E_2 = 0{,}3\ \rho_2 V g.$

T: intensidade da força de tração no fio vertical.

$F_e$: intensidade da força elástica.

$F_c$: intensidade da força na corda.

Na Fig. 1, a esfera está em equilíbrio:

$T + E_1 + E_2 = P \Rightarrow T = P - E_1 - E_2 \Rightarrow T = \rho\,V\,g - 0{,}7\,\rho_1\,V\,g - 0{,}3\,\rho_2\,V\,g \Rightarrow$

$T = V\,g\,(\,\rho - 0{,}7\,\rho_1 - 0{,}3\,\rho_2).$ (equação 1)

A Fig. 2 mostra as forças atuantes no nó, ponto de concorrência entre as forças mostradas. Como o nó está em equilíbrio, a resultante das forças agindo nele também é nula. A Fig. 3 mostra a soma vetorial dessas forças.

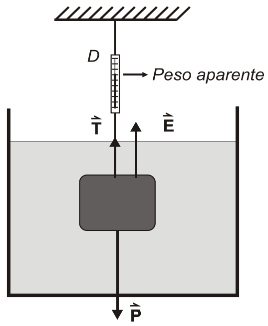
Nela vemos que:

$\text{sen}60° = F_c/T \Rightarrow F_c = T\text{sen}60° \Rightarrow F_c = \sqrt{3}/2\ T.$ Substituindo a equação (1) nessa expressão, vem:

$F_c = \sqrt{3}/2\ V\,g\,(\,\rho - 0{,}7\,\rho_1 - 0{,}3\,\rho_2).$

**20.** Dados: m =1,8 kg; T = $P_{ap}$ = 9 N; $d_{corpo}$ = 4 g/cm³.

a. A situação pode ser representada pelo esquema da figura.




Estando o corpo em equilíbrio, a tração no fio (T), e empuxo (E) e o peso (P) estão equilibrados:

T + E = P.

Mas a tração no fio é a indicação do dinamômetro (D), que é igual ao peso aparente.

Assim, supondo g = 10 m/s2:

E = P – T = m g – T ⇒ E = 18 – 9 ⇒ E = 9 N.

Mas:

$E = d_{liq}\,V\,g$ e $P = d_{corpo}\,V\,g$. Fazendo a razão entre essas expressões:

$$\frac{E}{P} = \frac{d_{liq}\ \cancel{V}\cancel{g}}{d_{corpo}\ \cancel{V}\cancel{g}}$$

⇒

$$\frac{9}{18} = \frac{d_{liq}}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{d_{liq}}{4}$$

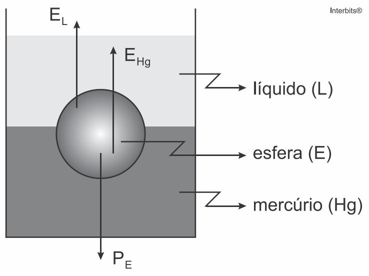
$\Rightarrow d_{liq} = 2\ g/cm^3.$

b. Para resolução desse problema teve que ser utilizado o Princípio de Arquimedes, que afirma que todo corpo, parcial ou totalmente imerso num fluido, recebe deste uma força vertical e para cima, chamada empuxo.

**21.** Dados: $d_L$ = 4 g/cm³; r = 4 cm; $d_E$ = 9 g/cm³; $d_{Hg}$ = 13 g/cm³.

O volume da esfera é $V_E = 4/3\ \pi r^3 = 4/3\ (3{,}14)(4)^3 \Rightarrow V_E = 268\ cm^3.$

Analisando a figura a seguir:




Como a esfera está em equilíbrio, a resultante das forças é nula. Então:

$$E_{Hg} + E_L = P_E \Rightarrow d_{Hg}\ V_{Hg}\ g + d_L\ V_L\ g = d_E\ V_E\ g.$$

Mas o volume imerso no líquido é a diferença entre o volume total e o volume imerso no mercúrio. Ou seja:

$$V_L = V_E - V_{Hg}.$$

Assim:

$$d_{Hg}\ V_{Hg} + d_L\,(V_E - V_{Hg}) = d_E\ V_E \Rightarrow d_{Hg}\ V_g + d_L\ V_E - d_L\ V_{Hg} = d_E\ V_E \Rightarrow$$

$$(d_{Hg} - d_L)\,V_{Hg} = (d_E - d_L)\,V_E \Rightarrow V_{Hg} = \frac{V_E\,(d_E - d_L)}{d_{Hg} - d_L}.$$

Substituindo os valores dados e lembrando que a densidade do mercúrio é 13,6 g/cm³, vem:

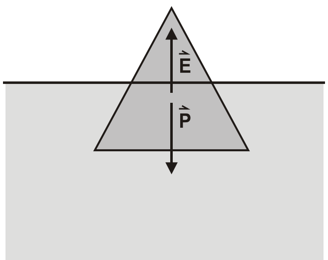
$$V_{Hg} = \frac{268(9-4)}{13{,}6-4} = \frac{1{,}340}{96} \Rightarrow$$

$$Hg = 139{,}6\ cm^3.$$

Observação: caso seja usado $\pi = 3$, a resposta passa a ser 133,3 cm³.

**22.** a. Dados: $d_g = 0{,}920\ g/cm^3$; $d_{ag} = 1{,}025\ g/cm^3$.

A figura a seguir mostra que no equilíbrio as forças que agem sobre o cone de gelo são o peso e o empuxo.




Sejam $V_g$ o volume do cone de gelo e $f = V_{sub}/V_g$ a fração submersa do volume desse cone.

Como a resultante dessas forças é nula:

$E = P \Rightarrow d_{ag}\ V_{sub}\ g = d_g\ V_g\ g \Rightarrow V_{sub}/V_g = f = d_g/d_{ag} \Rightarrow f = 0{,}920/1{,}025 \Rightarrow$

$f \cong 0{,}898 \Rightarrow f \cong 89{,}8\%$.

Se o cone fosse invertido, essa fração continuaria a mesma, pois o empuxo seria o mesmo, resultando na mesma equação do item anterior.

b. Os fatores mencionados (variações da aceleração da gravidade e da pressão atmosférica) em nada afetam o experimento. A justificativa está na própria expressão encontrada no item anterior: $f = d_g/d_{ag}$, mostrando que a fração imersa do volume depende apenas das densidades do gelo e da água que não se alteram com os fatores mencionados.

**23.** Como a balança está equilibrada:

$P_1 + P_{contrapeso} - E_1 = P_2 - E_2$

Temos que $P_1 = P_2$

$0{,}001.g - \rho.g.V_1 = - \rho.g.V_2$

E ainda:

Mas $\rho_1 = \rho_2/11 \rightarrow \rho_2 = 11.\rho_1 \rightarrow V_1 = 11.V_2$

$0{,}001.g - \rho.g.11.V_2 = - \rho.g.V_2$

$0{,}001 - \rho.11.V_2 = - \rho.V_2$

$0{,}001 = \rho.11.V_2 - \rho.V_2$

$0{,}001 = 10.\rho.V_2 \rightarrow V_2 = 10^{-4}/(1{,}25) = 0{,}00008\ m^3 = 80\ cm^3$

Como $V_1 = 11.V_2 = 11.80 = 880\ cm^3$

**24.** a. Suponhamos que as frações inscritas na figura refiram-se aos volumes imerso e emerso. Então: $V_{imerso} = 9/10\ V$

Como o iceberg está em equilíbrio, a resultante das forças atuando sobre ele (Peso e Empuxo) é nula. Assim:

$E = P \Rightarrow d_{agua} V_{imerso} g = mg \Rightarrow$

$d_{agua}\ 9/10\ V = d_{ice} V \Rightarrow$

$9/10\ d_{agua} = d_{ice} \Rightarrow$

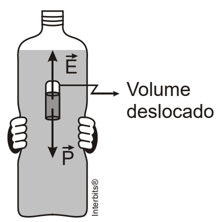
$d_{agua}/d_{ice} = 10/9$

b. Se todo sal da água fosse retirado, a densidade da água ($d_{agua}$) iria diminuir e o volume imerso passaria a ser $V_i$'. O peso do iceberg continuaria o mesmo. Então:

$E' = P \Rightarrow d_{agua}\ V_i\ g = d_{ice} Vg \Rightarrow$

$V = d_{ice}/d_{água}\ V$. Se a densidade da água diminui, o volume imerso aumenta.

**25.** Dados: $V_1 = 2{,}1\ cm^3$; $V_2 = 1{,}5\ cm^3$; $\rho_{água} = 1{,}0\ g/cm^3$.




A figura mostra as forças que agem no ludião, quando ele está totalmente imerso. O volume de água deslocado corresponde ao da porção de ar aprisionado nessa situação ($V_{deslocado}$ = 1,5 cm³). Do equilíbrio:

$P = E \rightarrow mg = \rho_{água} V_{desloc}\, g \rightarrow m = 1x1{,}5 \rightarrow m = 1{,}5$ g.

Como a temperatura é constante, tratando o ar como gás perfeito, vem:

$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad \Rightarrow \quad 10^5 \times 2{,}1 = P_2 \times 1{,}5 \quad \Rightarrow$

$P_2 = 1{,}4 \times 10^5\ N/m^2$.

**26.** Resolução:

Da primeira situação sabemos que:

$P = E \rightarrow m.g = d.g.(3/4).V \rightarrow m = 3dV/4$ onde m é a massa do cilindro, d é a densidade da água e V é o volume do cilindro.

Da segunda situação temos que:

$P + F = E \rightarrow m.g + F = d.g.V \rightarrow m.g. + 2 = d.g.V \rightarrow (3dV/4).g + 2 = d.g.V \rightarrow d.g.V – 0{,}75.d.g.V = 2 \rightarrow 0{,}25.d.g.V = 2 \rightarrow d.g.V = 8$

Mas sabemos que

$P = E \rightarrow P = (3/4).d.g.V = 0{,}75.8 = 6$ N

**27.** Pela lei de Stevin

$p = d.g.h + p_{atmosférica}$

$p = 10^3.10.2 + 10^5 = 0{,}2.10^5 + 10^5 = 1{,}2.10^5\ N/m^2$

Pela condição de equilíbrio

$F_{dinamômetro} = P – E$

$40 = m.g – d.g.V$

$40 = 80.10 – 10^3.10.V$

$40 = 800 – 10^4.V$

$10^4.V = 800 – 40$

$V = 760.10^{-4}\ m^3 = 760.10^{-4}.10^3 L = 76$ L

**28.** Por Torricelli $\rightarrow v^2 = v_0^2 + 2.a.\Delta S \rightarrow v^2 = 0 + 2.10.3{,}2 = 64 \rightarrow v = 8$ m/s

O tempo de queda até o lago foi de $\rightarrow v = v_0 + a.t \rightarrow 8 = 0 + 10.t \rightarrow t = 0{,}8$ s. O tempo de queda dentro da água foi de $\rightarrow v = \Delta S/\Delta t \rightarrow 4 = 4{,}8/\Delta t \rightarrow \Delta t = 4{,}8/4 = 1{,}2$ s. Desta forma o tempo total gasto pela esfera foi de 0,8 + 1,2 = 2,0 s.

Se a esfera viaja dentro da água com velocidade constante existe um equilíbrio entre as forças que atuam sobre ela, quais sejam, o peso, a força de empuxo e a resistência exercida pela água. O volume da esfera é dado por $d = m/V \rightarrow 1{,}2 = 120/V \rightarrow V = 120/1{,}2 = 100$ cm³. Assim $\rightarrow P = E + R \rightarrow m.g = d.g.V + R \rightarrow R = m.g – d.g.V = 0{,}120.10 – 1000.10.10^{-4} = 1{,}2 – 1 = 0{,}2$ N. Observação: O volume da esfera é 100 cm³ e é também $10^{-4}$ m³.

**29.** Dados: m = 50g = 0,05 kg; $\Delta t$ = 0,6 s; R = 0,3 N; $\rho_a = 1 \times 10^3$ kg/m³; g = 10 m/s²; $v_0$ = 0.

a. Pelo teorema do impulso:

$$R\Delta t = m(v - v_0) \Rightarrow 0{,}3 \times 0{,}6 = 0{,}05(v - 0) \Rightarrow v = \frac{0{,}18}{0{,}05} = \frac{18}{5} \Rightarrow \boxed{v = 3{,}6\ m/s.}$$

b. Calculando a aceleração:

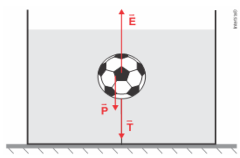
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{3{,}6 - 0}{0{,}6} \Rightarrow a = 6\, m/s^2.$$

Como a esfera sobe após o fio ser rompido, a resultante mencionada é para cima, ou seja, a intensidade do empuxo é maior que a do peso. Então, aplicando o princípio fundamental da dinâmica, vem:

$$E - P = m\,a \Rightarrow \rho_a\ \cancel{V}\, g - \rho\ \cancel{V}\, g = \rho\ \cancel{V}\, a \Rightarrow \rho_a\ g = \rho\,(a + g) \Rightarrow \rho = \frac{\rho_a\ g}{a + g} = \frac{10^3 \times 10}{6 + 10} = \frac{10^4}{16} \Rightarrow$$

$$\boxed{\rho = 625\ kg/m^3.}$$

**30.** A figura mostra as forças que agem na bola: empuxo, tração e peso.

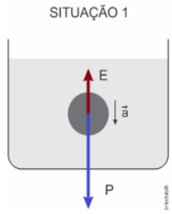



Como a bola está em repouso, essas forças devem estar equilibradas. Assim:

$$T + P = E \Rightarrow T = E - P \Rightarrow T = \rho V g - mg \Rightarrow$$

$$T = 10^3 \cdot 5{,}7 \times 10^{-3} \cdot 10 - 0{,}45 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{T = 52{,}5\ N.}$$

**31.** a. O enunciado do problema não fornece a massa da esfera (m) ou sua densidade ($\rho_e$). Assim somente podemos representar as respostas em função de uma dessas grandezas.




Pelo Princípio Fundamental da Dinâmica:

$$F_R = m \cdot a$$
$$P - E = m \cdot a$$
$$mg - E = m \cdot a \Rightarrow a = g - \frac{E}{m} \therefore \boxed{a = 10 - \frac{4{,}4}{m}}\ (SI)$$

Ou ainda, usando a relação da densidade:

$$\rho = \frac{m}{V} \therefore m = \rho \cdot V$$
$$P - E = m \cdot a$$
$$mg - E = m \cdot a$$
$$\rho_e \cdot V \cdot g - E = \rho_e \cdot V \cdot a \Rightarrow a = \frac{\rho_e \cdot V \cdot g - E}{\rho_e \cdot V}$$

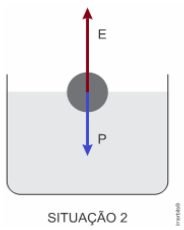
O volume da esfera podemos calcular com o valor do empuxo, fica:

$$E = \rho_{liq} \cdot V \cdot g \Rightarrow V = \frac{E}{\rho_{liq} \cdot g} \Rightarrow V = \frac{4,4}{8 \times 10^2 \cdot 10} \therefore \boxed{V = 5,5 \times 10^{-4}\ m^3}$$

Assim, outra forma de apresentar a aceleração é:

$$a = \frac{\rho_e \cdot V \cdot g - E}{\rho_e \cdot V} = g - \frac{E}{\rho_e \cdot V} = 10 - \frac{4,4}{5,5 \times 10^{-4} \cdot \rho_e} \therefore \boxed{a = 10 - \frac{8 \times 10^3}{\rho_e}} (SI)$$

b. Para chegarmos ao volume da esfera emerso ($V_e$), ou seja, para fora da água, também é necessário conhecer a massa da esfera (m) ou sua densidade ($\rho_e$). Sendo assim, esse valor ficará em função destes valores não informados.




No equilíbrio de forças, temos:

$$P = E$$

$$\rho_e \cdot V \cdot \cancel{g} = \rho_{liq} \cdot V_i \cdot \cancel{g} \Rightarrow \frac{\rho_e}{\rho_{liq}} = \frac{V_i}{V}$$

Mas, sabemos que a soma dos volumes emerso e imerso é igual ao volume da esfera:

$$V = V_i + V_e \therefore V_i = V - V_e$$

Juntando com a equação anterior:

$$\frac{\rho_e}{\rho_{liq}} = \frac{V - V_e}{V} \Rightarrow V_e = V\left(1 - \frac{\rho_e}{\rho_{liq}}\right) \therefore \boxed{V_e = 5,5 \times 10^{-4}\left(1 - \frac{\rho_e}{1000}\right)} (SI)$$

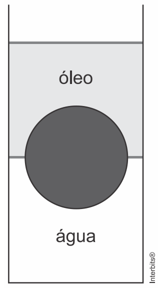
Ou ainda em função da massa da esfera:

$$V_e = 5,5 \times 10^{-4}\left(1 - \frac{\rho_e}{1000}\right) = 5,5 \times 10^{-4}\left(1 - \frac{m}{1000 \cdot 5,5 \times 10^{-4}}\right) \therefore \boxed{V_e = 5,5 \times 10^{-4} - \frac{m}{1000}} (SI)$$

**32.** a. Teremos:

$$V = h \cdot A \Rightarrow h = \frac{V}{A} \Rightarrow h = \frac{100 + 100}{10} \Rightarrow h = 20\ cm.$$

b. A esfera possui densidade maior do que a do óleo, logo ela irá afundar no óleo, e densidade menor do que a água, ou seja, ela vai flutuar na água.




c. Teremos:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow P = \frac{m_{total} \cdot g}{A}$$

$$P_{manométrica} = \frac{(m_{água} + m_{óleo} + m_{esfera}) \cdot g}{A}$$

$$P_{manométrica} = \frac{(100 + 80 + 15) \cdot 10^{-3} \cdot g}{A}$$

$$P_{manométrica} = \frac{(100 + 80 + 15) \cdot 10^{-3} \cdot 10}{10 \cdot 10^{-4}}$$

$$P_{manométrica} = 1,95 \cdot 10^3\ Pa$$

**ANOTAÇÕES**