



Física

Conteúdo

Vetores	3
Cinemática escalar.....	4
Cinemática vetorial.....	10
Dinâmica	19
Trabalho e energia.....	25
Estática	27
Gravitação.....	30
Hidrostática.....	32
Termologia	34
Óptica geométrica.....	51
Movimento harmônico simples (MHS)	66
Ondulatória.....	69
O estudo do som.....	74
Carga elétrica	79
Força elétrica.....	82
Campo elétrico	82
Corrente elétrica.....	87
Resistores	88
Geradores.....	90
Capacitores	94
Campo magnético.....	96

Vetores

Grandezas vetoriais

Módulo ou intensidade

Valor numérico da grandeza, acompanhado de uma unidade.

Direção

Reta suporte da grandeza; admite dois sentidos.

Sentido

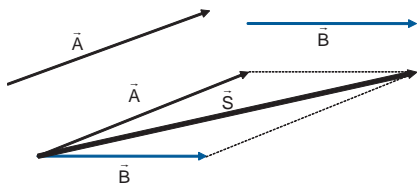
Orientação da grandeza.



Soma de vetores

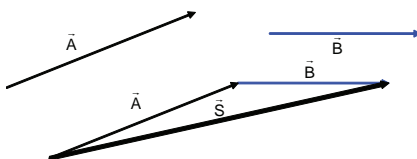
Método do paralelogramo

Consiste em desenhar um paralelogramo utilizando os vetores como dois lados adjacentes. Veja o desenho abaixo:



Método geométrico

Nesse método une-se a origem de um vetor com a extremidade do próximo e assim sucessivamente. Veja o desenho a seguir:



Método analítico

Sejam dois vetores de módulos A e B , e que formam entre si um ângulo α .

- Se $\alpha = 0^\circ$, os vetores são paralelos, têm a mesma direção e mesmo sentido, conforme a figura abaixo:



Módulo do vetor resultante será a soma dos módulos desses dois vetores:

$$R = |A + B|$$

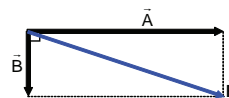
- Se $\alpha = 180^\circ$, os vetores são paralelos, têm a mesma direção e sentidos opostos, conforme a figura abaixo:



O módulo do vetor resultante será a diferença dos módulos dos dois:

$$R = |A - B|$$

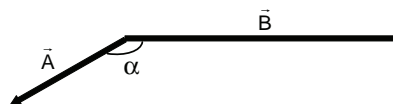
- Se $\alpha = 90^\circ$, os vetores são perpendiculares, conforme a figura abaixo:



Módulo do vetor resultante será a raiz quadrada da soma dos quadrados dos módulos dos dois (teorema de Pitágoras).

$$|\vec{R}| = \sqrt{A^2 + B^2}$$

- Se α for um ângulo qualquer, diferente dos mencionados anteriormente, os vetores são oblíquos, conforme a figura abaixo:

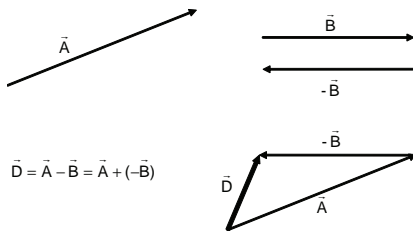


Módulo do vetor resultante entre esses dois vetores será dado pela lei dos cossenos:

$$|\vec{R}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2 \cdot A \cdot B \cdot \cos \alpha}$$

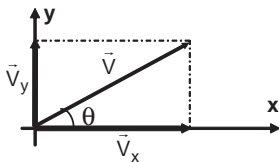
Diferença de vetores

A diferença vetorial nada mais é do que um caso especial da soma vetorial. Efetuar a diferença vetorial entre dois vetores **A** e **B** significa realizar a soma do vetor **A** com o oposto do outro vetor (**B**). Sendo que o oposto do vetor **B** é um vetor idêntico ao vetor original, porém com sentido contrário. Veja o exemplo com o método geométrico:



Componentes de um vetor

Todo vetor (\vec{V}), inclinado de um ângulo (θ) qualquer com respeito a determinado sistema de eixos, pode ser decomposto em dois outros vetores, perpendiculares entre si. São os chamados componentes retangulares de um vetor: \vec{V}_x e \vec{V}_y



Da trigonometria do triângulo retângulo é fácil concluir que:

$$V_x = V \cdot \cos\theta$$

$$V_y = V \cdot \sin\theta$$

Aplicando-se o teorema de Pitágoras conclui-se que:

$$|\vec{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

Cinemática escalar

Referencial

Só se pode afirmar que um corpo está em movimento ou repouso tomando-se um determinado objeto ou posição como referência.

Movimento e repouso

Diz-se que um corpo está em movimento em relação a um determinado referencial, quando a sua posição a esse referencial varia com o decorrer do tempo. Ao contrário, um corpo está em repouso em relação a um referencial se a sua posição a este não variar.

Trajétoria

É a linha formada pela união dos pontos que representam as sucessivas posições de um móvel durante um intervalo de tempo. É importante ressaltar que a trajetória é relativa ao referencial.

Na figura abaixo vemos uma situação na qual a relatividade da trajetória se faz presente.

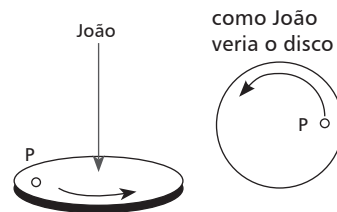


Figura 1: na figura tem-se um ponto **P** em um disco que gira em torno de seu centro e um observador (João), que percebe que o ponto descreve a trajetória indicada.

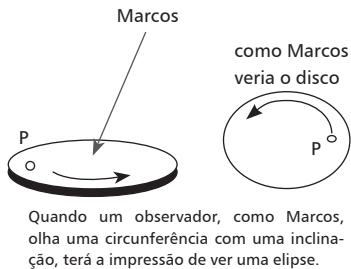


Figura 2: nessa figura, vemos um outro observador localizado em outro ponto, percebendo assim, uma outra trajetória para o mesmo ponto.

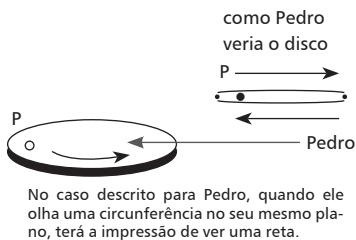
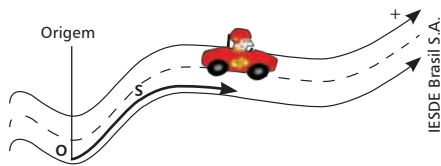


Figura 3: nessa outra figura a trajetória do mesmo ponto agora é vista de forma diferente para uma nova posição do observador.

Deslocamento e distância percorrida

Considere um móvel que se desloca em uma trajetória conhecida, um carro em uma estrada, por exemplo. Fixamos um ponto **O**, ao qual denominamos *origem*, arbitramos um sentido positivo para o movimento e associamos uma escala (km por exemplo) como indicado na figura a seguir:



Para caracterizar a posição de um móvel num certo instante **t**, é suficiente fornecer o número **s** correspondente à posição que ele ocupa (sendo **s** contada ao longo da trajetória).

- **Deslocamento (variação de posição) (ΔS)** é definido por:

$$\Delta S = S - S_0$$

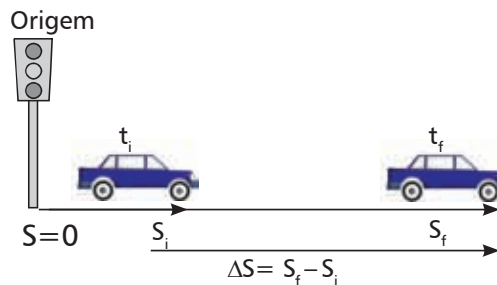
S = posição do móvel no instante **t**.

S₀ = posição do móvel no instante **t=0**.

- **Distância percorrida (**d**):** corresponde ao que o móvel efetivamente andou.

Velocidade escalar média (**V_m**)

É a razão entre o deslocamento ($\Delta S = S - S_0$) e o tempo gasto para efetuá-lo (Δt).



$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad \text{ou} \quad V_m = \frac{S_f - S_i}{t_f - t_i}$$

Unidades S.I.: metro/segundo (m/s).

Note que, como 1km = 1000m e 1h = 60min e 1min = 60s, tem-se que:

$$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1000\text{m}}{60 \times 60\text{s}} = \frac{1000\text{m}}{3600\text{s}} = \frac{1\text{m}}{3,6\text{s}} \left. \begin{array}{l} \text{m} \times 3,6 \\ \text{s} \div 3,6 \end{array} \right\} \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$1\text{km/h} = \frac{1}{3,6} \text{m/s} \Rightarrow 1\text{m/s} = 3,6\text{km/h}$$

Velocidade escalar instantânea (**V**)

Registra os valores da velocidade em cada instante do movimento do corpo. Por exemplo: um automóvel percorreu 80km de 10h às 11h com a mesma velocidade. Parou de 11h às 12h e viajou de 12h às 14h, percorrendo 100km. A velocidade instantânea do automóvel foi: 80km/h de 10h às 11h, zero de 11h às 12h e 50km/h de 12h às 14h; enquanto que a sua velocidade média foi de 45km/h. Matematicamente tem-se:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Aceleração escalar média (a_m)

É a relação entre a variação da velocidade ($\Delta V = V - V_0$) e o tempo gasto nesta variação.

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ ou } a_m = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Unidades S.I.: metro/segundo² (m/s²).

Aceleração instantânea (a)

A aceleração instantânea registra os valores da aceleração em cada instante do movimento do corpo. Matematicamente tem-se:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Movimento uniforme (MU)

É o movimento que se processa sem que a velocidade escalar mude com o tempo ($v = \text{constante}$ e diferente de zero).

Movimento retilíneo uniforme (MRU)

Corresponde ao movimento mais simples da cinemática e tem como característica trajetórias sobre linhas retas com velocidade constante. Uma vez que a velocidade é constante, a aceleração, que trata da sua variação, é nula ou simplesmente não existe.

Como a velocidade é constante, a velocidade instantânea é igual à velocidade média ($v_m = v$). Com isso, distâncias iguais são percorridas em intervalos de tempos iguais.



- **Função horária do espaço**

$$S = S_0 + vt$$

- S = espaço ou posição no instante t .
- S_0 = espaço ou posição inicial (instante $t_0 = 0$).
- v = velocidade do móvel.

Velocidade escalar relativa

Define-se velocidade escalar relativa do móvel B, em relação ao móvel A, como sendo a grandeza dada por:

$$V_{BA} = V_B - V_A$$

Temos ainda:

$$V_{AB} = V_A - V_B \text{ e } V_{BA} = -V_{AB}$$

Assim:

- a) quando os móveis caminham no mesmo sentido, o módulo da velocidade relativa é dado pela diferença entre os módulos das velocidades de A e B:

$$V_{BA} = V_B - V_A$$

$$V_{BA} > 0 \text{ Se } V_B > V_A$$

$$V_{BA} < 0 \text{ Se } V_B < V_A$$

- b) quando os móveis caminham em sentidos opostos, o módulo da velocidade relativa é dado pela soma dos módulos das velocidades de A e B.

$$V_{BA} = V_B - V_A$$

$$V_{BA} > 0 \text{ Se } V_B > V_A \text{ e também}$$

$$V_{BA} < 0 \text{ Se } V_B < V_A$$

Situações importantes

- **Saída da origem** – caso o móvel esteja partindo da origem, ou o problema não se refira à posição inicial (o que normalmente acontece), ela será zero ($S_0 = 0$) e a posição final do móvel coincidirá com a distância percorrida pelo mesmo. Tem-se então, a equação anterior mais simplificada:

$$S = vt$$

- **Passagem pela origem** – ao passar pela origem o espaço é sempre nulo então:

$$S = 0$$

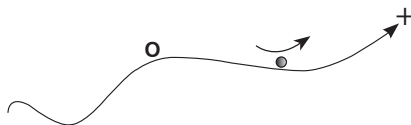
- **Encontro de móveis** – dois ou mais móveis vão se encontrar quando suas posições se tornarem iguais, isto é, se os móveis **A** e **B** se encontraram num instante t_e , então neste instante:

$$S_A = S_B$$

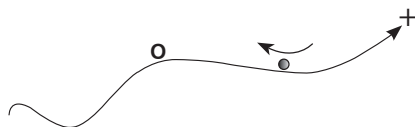
Sendo assim, para encontrar o tempo de encontro basta igualar as funções horárias dos móveis.

Classificação do movimento uniforme

- **Progressivo ($V > 0$)** – é o caso em que a partícula movimenta-se no mesmo sentido da orientação da trajetória, ou seja:



- **Retrógrado ($V < 0$)** – nesse caso o móvel caminha em sentido contrário à orientação da trajetória.



Movimento variado (MV)

É um movimento em que a velocidade sofre variação em seu módulo. Isto é, corresponde ao movimento em que a aceleração não é nula.

Movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV)

É o movimento variado cuja trajetória é uma linha reta e a aceleração escalar instantânea é constante. Com isso a velocidade sofre variações iguais em tempos iguais. Observe o exemplo abaixo:

t(s)	0	1	2	3	4	5
v (m/s)	15	18	21	24	27	30

Função horária da velocidade

$$V = V_0 + at$$

Função horária da posição

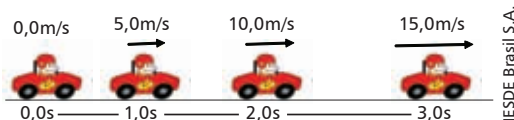
$$S = S_0 + v_0t + (\frac{1}{2})at^2$$

Relação de Torricelli

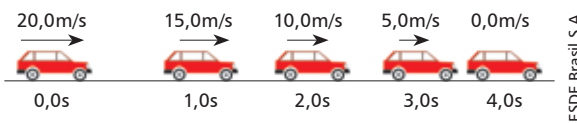
$$V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$$

Classificação do movimento

- **Acelerado** – o módulo da velocidade aumenta ao longo do tempo:



- **Retardado** – o módulo da velocidade diminui ao longo do tempo:



Sinais de velocidade e aceleração

	Repouso	Progressivo	Retrógrado
Uniforme	$v = 0$ $a = 0$	$v : +$ $a = 0$	$v : -$ $a = 0$
Acelerado		$v : +$ $a : +$	$v : -$ $a : -$
Retardado		$v : +$ $a : -$	$v : -$ $a : +$

Gráficos dos movimentos retilíneos

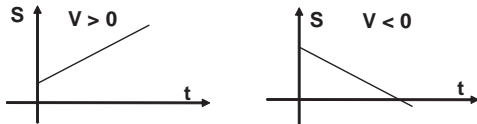
Gráfico posição x tempo (s x t)

MRU

- **Função horária:**

$$S = S_0 + Vt$$

Sendo do 1.º grau a função horária desse movimento, trata-se de uma reta.



Características

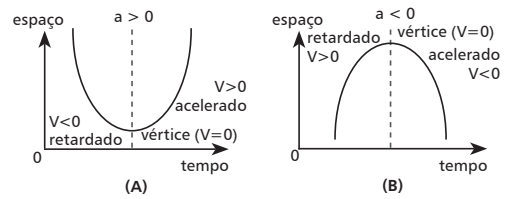
- Retas inclinadas ascendentes indicam um movimento progressivo ($V > 0$);
- Retas inclinadas descendentes indicam um movimento retrógrado ($V < 0$);
- Retas horizontais indicam que o corpo está em repouso ($V = 0$);
- A inclinação das retas desse gráfico representa a velocidade do móvel em cada momento: $v = \text{tg}\alpha$.

MRUV

- **Função horária:**

$$S - S_0 = V_0t + (\frac{1}{2})at^2$$

A representação gráfica dessa função é uma parábola.



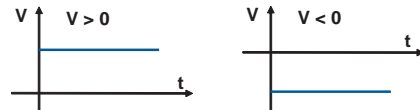
(A) Parábola com concavidade voltada para cima ($a > 0$).

(B) Parábola com concavidade voltada para baixo ($a < 0$).

Gráfico velocidade x tempo (v x t)

MRU

Sendo a velocidade constante, a aceleração é nula e o gráfico é o de uma reta.



Características

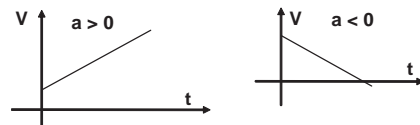
- Retas acima do eixo do tempo indicam um movimento progressivo;
- Retas abaixo do eixo do tempo indicam um movimento retrógrado;
- A área sob o gráfico indica o deslocamento escalar.

MRUV

- **Função horária:**

$$V = V_0 + at$$

Sendo do 1.º grau a função horária desse movimento, trata-se de uma reta.



Características

- Retas inclinadas ascendentes indicam um movimento com aceleração positiva;
- Retas inclinadas descendentes indicam que o corpo tem movimento com aceleração negativa;
- Retas horizontais indicam que o corpo está em MRU;
- A inclinação das retas desse gráfico representa a aceleração do móvel: $a = \text{tg}\alpha$;
- A área sob o gráfico indica o deslocamento escalar.

Gráfico aceleração x tempo (a x t)

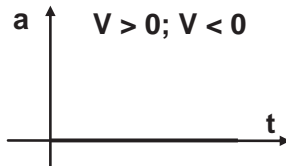
MRU

- Função horária:

$$S = S_0 + Vt$$

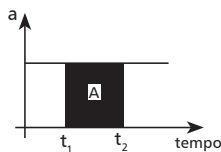
sendo,

$$a = \text{cte} = 0$$



MRUV

Sendo a aceleração constante o gráfico é o de uma reta.

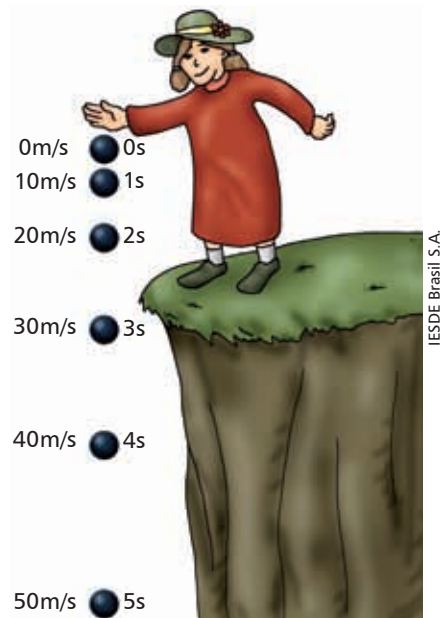


Nesse gráfico a área entre a reta e o eixo dos tempos é numericamente igual à variação de velocidade.

Queda livre

Queda livre é o movimento vertical descrito por um corpo que é abandonado (velocidade inicial igual a zero) num ponto qualquer da superfície terrestre,

que sofre somente a ação da gravidade resultando numa aceleração constante ($a = g \cong 10 \text{ m/s}^2$), como indicado abaixo.



Nessa figura percebe-se que a velocidade sofre variações iguais em tempos iguais.

A queda livre não depende da massa, do tamanho e nem do peso do corpo. Assim trata-se de um caso importante de aplicação das equações do MRUV.

Características

- Tempo de queda $\rightarrow t_q = \sqrt{\frac{2h}{g}}$
 $g = \text{gravidade local}; h = \text{altura de queda.}$
- Velocidade após cair de uma altura $h \rightarrow v = \sqrt{2gh}$.
- Função horária da velocidade $\rightarrow v = gt$.
- Função horária da posição (altura contada na vertical com orientação para baixo e origem no ponto de lançamento) $\rightarrow h = v_0t + gt^2/2$.

Lançamento vertical

No lançamento vertical o corpo é lançado verticalmente para cima (ou para baixo) com uma velocidade inicial diferente de zero ficando submetido somente a efeitos da gravidade o que resulta, nesse caso também, num MRUV.

Características

- Tempo de subida $\rightarrow ts = \frac{V_0}{g}$.
 V_0 = velocidade inicial; g = gravidade local.
- Tempo de subida t_s = tempo de descida t_d .
- Função horária da velocidade \rightarrow
 $V = V_0 + gt$.
- Função horária da posição (altura contada na vertical com orientação de acordo com a velocidade inicial e origem no ponto de lançamento) $\rightarrow h = V_0t + gt^2/2$.

Observação

O sinal da aceleração depende somente da orientação da trajetória e não do fato de o corpo estar subindo ou descendo.

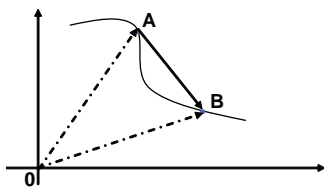
Propriedades do lançamento vertical

- Ponto mais alto da trajetória: Altura máxima alcançada pelo corpo (h_{max}).
- No ponto de altura máxima: velocidade é nula (Se $h = h_{max} \Rightarrow V = 0$).
- A velocidade de chegada é igual e contrária à velocidade de saída para qualquer ponto de sua trajetória.
 $(V_{saída} = -V_{chegada})$.

Cinemática vetorial

Vetor posição e vetor deslocamento

A figura abaixo mostra um corpo que se desloca do ponto A até o ponto B:

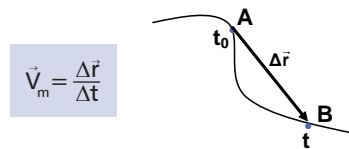


Os vetores indicados abaixo localizam o corpo ao longo da trajetória.

- **Vetor posição inicial:** \vec{r}_0 (origem em O e extremidade em A).
- **Vetor posição:** \vec{r} (origem em O e extremidade em B).
- **Vetor deslocamento:** $\Delta\vec{r}$ (origem em A e extremidade em B).

Vetor velocidade

Vetor velocidade média (\vec{V}_m)



$$\vec{V}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

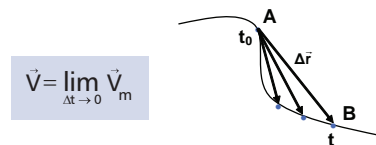
- $\Delta\vec{r}$ = vetor deslocamento.
- Δt = intervalo de tempo = $t - t_0$.

Características

- **Módulo (intensidade):**
 $v = |\vec{V}_m| = \left| \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \right|$;
- **Direção:** mesma do deslocamento (secante à curva);
- **Sentido:** mesmo do deslocamento.

Note-se que o vetor velocidade média tem sua direção tendendo para a tangente à medida que o intervalo de tempo tende a zero.

Vetor velocidade instantânea (\vec{V})



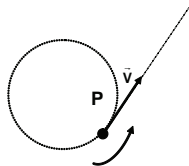
$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{V}_m$$

Características

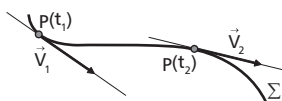
- **Módulo (intensidade):** $v = |\vec{V}|$ = velocidade escalar instantânea;
- **Direção:** tangente à trajetória;
- **Sentido:** mesmo do movimento.

○ Importante

Imagine uma pedra presa a um barbante colocada em rotação. Se o barbante arrebentar em certo ponto P, ver-se-á que a pedra segue a trajetória retilínea mostrada a seguir:



a) o vetor velocidade instantânea tem direção sempre tangente à trajetória em cada instante e sentido do próprio movimento.



b) $|\vec{V}_t| = |V_t|$, isto é, o módulo do vetor velocidade instantânea é igual ao módulo da velocidade escalar instantânea.

Vetor aceleração

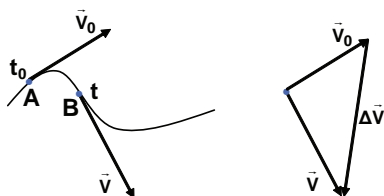
Vetor aceleração média (\vec{a}_m)

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

- $\Delta \vec{V}$ = vetor variação de velocidade.

$$(\Delta \vec{V} = \vec{V} - \vec{V}_0)$$

- Δt = intervalo de tempo = $t - t_0$.



Características

- **Módulo (Intensidade):**

$$a_m = |\vec{a}_m| = \left| \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} \right|;$$

- **Direção:** mesma do vetor variação de velocidade;
- **Sentido:** mesmo do vetor variação de velocidade.

Vetor aceleração instantânea ou aceleração vetorial (\vec{a})

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_m$$

Características

De um modo geral o vetor aceleração aponta para o interior da curva. Dessa forma, pode-se decompor tal aceleração em duas.

Vetor aceleração tangencial (\vec{a}_t)

Responsável pela variação do vetor velocidade.

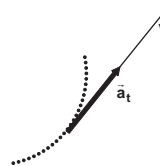
Características

- **Módulo (intensidade):**

$$a_t = |\vec{a}_t| = \text{aceleração escalar instantânea};$$

- **Direção:** tangente à trajetória;
- **Sentido:** mesmo do movimento quando este for acelerado e contrário ao movimento quando retardado.

Movimento acelerado.



Movimento retardado.



Vetor aceleração centrípeta (\vec{a}_c)

Responsável pela variação da direção e sentido do vetor velocidade.

Características

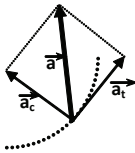
- **Módulo (intensidade):**

$$a_c = |\vec{a}_c| = \frac{V^2}{R}$$

V = módulo da velocidade instantânea e R = raio da trajetória;

- **Direção:** radial;
- **Sentido:** voltada para o centro da curva.

Desse modo, a aceleração vetorial corresponde à soma vetorial das suas componentes. Ou seja: $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_c$



Para calcular-se o módulo do vetor aceleração, quando se conhece o módulo das suas componentes perpendiculares, pode-se aplicar o teorema de Pitágoras: $a = \sqrt{a_t^2 + a_c^2}$

Como o vetor aceleração tangencial varia o módulo do vetor velocidade, ele será nulo quando o movimento for uniforme, uma vez que nesse movimento o módulo do vetor velocidade é constante. Já nos movimentos retilíneos a velocidade não muda de direção, logo, o vetor aceleração centrípeta é nulo.

Assim:

- quando, em um movimento, o **módulo** do vetor velocidade instantânea \vec{v} (que é denominado velocidade escalar instantânea V) for constante, o movimento é denominado **uniforme**. Podendo, portanto ser retilíneo ou não.
- o módulo do vetor aceleração \vec{a}_t é denominado aceleração escalar instantânea ($a_t = a$ ou γ). Se γ é constante, o movimento é denominado **uniformemente variado**.
- não devemos confundir aceleração vetorial média com aceleração escalar média e nem velocidade vetorial média com velocidade escalar média (nem mesmo em módulo!).

- velocidade vetorial instantânea e velocidade escalar instantânea se equivalem em módulo.
- num movimento retilíneo a aceleração centrípeta \vec{a}_{cp} é nula e num movimento circular uniforme a aceleração tangencial \vec{a}_t é nula.

Composição de movimentos

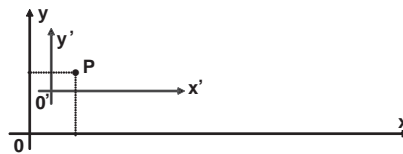
Movimento relativo – mudança de referencial

Princípio da simultaneidade de Galileu

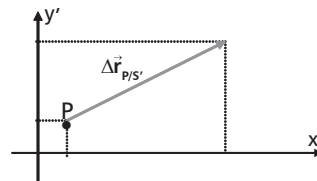
“Em todo e qualquer movimento composto, cada movimento componente atua independentemente dos outros e concomitantemente”.

Como já é sabido, o movimento de determinado corpo depende do referencial sob o qual ele é observado. Desse modo, um mesmo corpo poderá ter os mais variados movimentos, podendo inclusive estar em repouso.

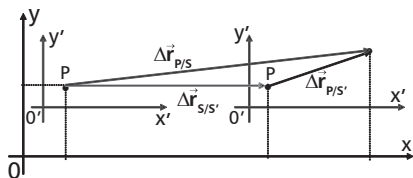
A figura a seguir mostra um ponto P e dois referenciais: S (representado pelos eixos $0y$ e $0x$) em repouso em relação às estrelas fixas no firmamento e S' (representado pelos eixos $0'y'$ e $0'x'$) em movimento uniforme relativamente a S .



Para um observador no referencial S' o ponto sofre o deslocamento $\Delta\vec{r}_{P/S'}$, indicado a seguir:



Para um observador no referencial S , tanto o ponto quanto o referencial estão em movimento, desse modo o deslocamento de P em relação ao referencial S é o vetor $\Delta\vec{r}_{P/S}$ indicado a seguir:



$$t = \frac{X}{V_{LA}}$$

- deslocamento rio abaixo **d** pode ser calculado com a velocidade horizontal (já que **d** é um deslocamento horizontal) e o tempo **t** de travessia já calculado anteriormente:

$$d = v_{AM} \cdot t$$

Da figura acima tem-se:

$$\Delta \vec{r}_{P/S} = \Delta \vec{r}_{P/S'} + \Delta \vec{r}_{S/S'} \rightarrow \text{eq.1}$$

Dividindo a equação 1 por Δt (intervalo de tempo):

$$\vec{V}_{P/S} = \vec{V}_{P/S'} + \vec{V}_{S/S'} \rightarrow \text{eq. 2}$$

É comum a equação 2 aparecer da seguinte forma:

$$\vec{V}_{RESULTANTE} = \vec{V}_{RELATIVA} + \vec{V}_{ARRASTAMENTO}$$

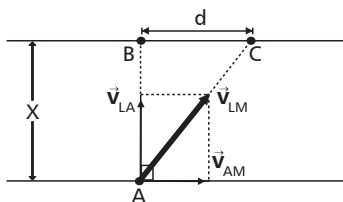
Importante

Imagine uma lancha saindo de uma das margens de um rio em direção à outra, com velocidade \vec{V}_l em relação à água, de modo que seu eixo fique perpendicular à correnteza.

Vamos considerar três velocidades:

- \vec{V}_{LA} = velocidade da lancha em relação à água.
- \vec{V}_{AM} = velocidade da água em relação à margem.
- \vec{V}_{LM} = velocidade da lancha em relação à margem.

Observe a figura a seguir:

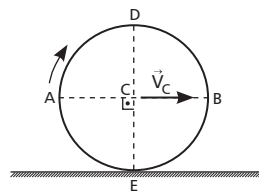


- a velocidade da lancha em relação às margens pode ser calculada aplicando o teorema de Pitágoras entre as outras duas velocidades:

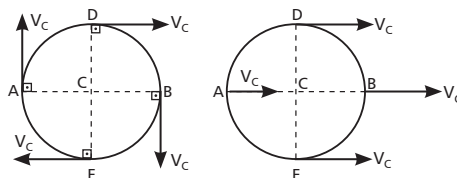
$$\vec{V}_{LM} = \sqrt{V_{LA}^2 + V_{AM}^2}$$

- o intervalo de tempo de travessia independe da velocidade da correnteza (sempre), isso nos possibilita o seu cálculo através da equação:

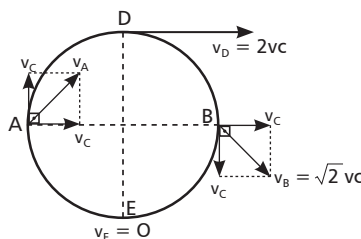
Imagine agora uma roda rolando sobre uma superfície plana horizontal sem escorregar, de modo que a velocidade do centro da roda em relação à terra é \vec{V}_C . Vamos calcular os módulos das velocidades em relação à terra, dos pontos A, B, D e E assinalados na figura. (Suponha que o segmento AB é horizontal e o segmento DE é vertical).



O movimento da roda em relação à Terra pode ser imaginado como composição de dois movimentos: um de rotação e o outro de translação.

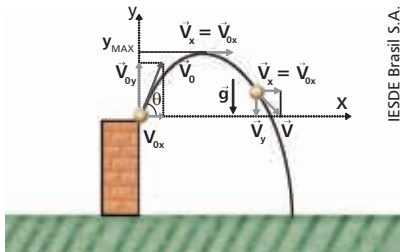


Para um observador na Terra, as velocidades dos pontos podem ser obtidas pela superposição das figuras anteriores.



Lançamento oblíquo

O lançamento oblíquo tem como exemplo mais comum o lançamento de projéteis. Projéteis são pontos materiais (ou que tenham o mesmo comportamento) que, após um impulso inicial, continuam seu movimento, no entanto ainda submetido a ação (exclusiva) de seu peso. Em qualquer instante de movimento sua aceleração resultante é $\vec{a} = \vec{g}$ a qual vamos considerar, *a priori*, constante (módulo, direção e sentido) durante todo o movimento. Como, em geral, a duração de tais movimentos é muito pequena comparada à rotação da Terra, poderemos considerá-la (a Terra) um sistema de referência inercial e o mesmo acontece com qualquer sistema ligado à Terra.



Descrição do movimento

Nesse movimento a única aceleração atuante é a da gravidade cuja direção é sempre vertical. Desse modo, não haverá aceleração na horizontal e, nesta direção, tem-se um movimento uniforme. Na direção vertical, a aceleração é constante logo se trata de um movimento uniformemente variado.

Equações de movimento

Direção horizontal – MRU

Só teremos equação horária para a posição e será do tipo:

$$x(t) = x_0 + v_x \cdot t \quad \text{com} \quad v_x = v_0 \cdot \cos \theta$$

Direção vertical – MRUV

- **Espaço:**

$$y(t) = y_0 + v_{0y} \cdot t - (1/2) \cdot g \cdot t^2$$

com

$$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen} \theta$$

- **Velocidade:**

$$V_y(t) = v_{0y} - g \cdot t$$

com

$$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen} \theta$$

- **Torricelli:**

$$V_y^2 = v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot \Delta y$$

Equação da trajetória

Para facilitar a análise adote-se $x_0 = 0$ e $y_0 = 0$ (disparo a partir da origem do sistema de coordenadas), a equação da trajetória descrita pelo móvel se obtém eliminando-se o parâmetro t entre as equações $x(t) = v_0 \cdot \cos \theta \cdot t$ e $y(t) = v_0 \cdot \text{sen} \theta \cdot t - (1/2)g \cdot t^2$. Obtém-se:

$$y_0 = \text{tg} \theta \cdot x - \frac{g}{2V^2 \cdot \cos^2 \theta} \cdot x^2$$

Que é identificado como um “arco de parábola”.

Para um projétil lançado a partir do solo tem-se:

- **altura máxima atingida** (contada a partir do solo) para um dado v_0 e θ obtém-se:

$$y_{\text{máx.}} = v_0^2 \cdot \text{sen}^2 \theta / 2g = h_{\text{máx}}$$

- **alcance horizontal** (distância máxima coberta horizontalmente) para um dado v_0 e θ obtém-se:

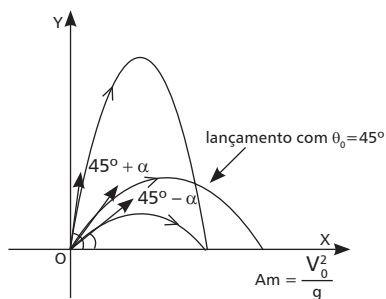
$$x_{\text{máx.}} = v_0^2 \cdot \text{sen}2\theta / g$$

- **condição de tiro para alcance horizontal máximo:**

$$\theta = 45^\circ \text{ e } x_{\text{máx.}} = v_0^2 / g$$

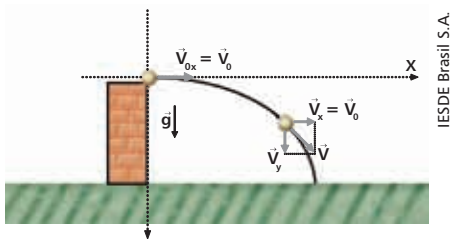
- **ângulos de tiro para alcances iguais:** θ e $(90^\circ - \theta)$ (complementares).

Assim, de uma forma geral tem-se:



Lançamento horizontal

Corresponde a um caso particular do lançamento oblíquo. Nesse caso, o ângulo de lançamento $\theta = 0^\circ$. As equações do movimento são:



Direção horizontal – MRU

$$x(t) = v_0 \cdot t$$

Direção vertical – MRUV

- Espaço: $y(t) = (1/2) \cdot g \cdot t^2$
- Velocidade: $V_y(t) = g \cdot t$ com $v_{oy} = v_0 \cdot \text{sen}\theta = 0$
- Torricelli: $V_y^2 = 2 \cdot g \cdot \Delta y$

Equação da trajetória

A equação da trajetória descrita pelo móvel se obtém eliminando-se o parâmetro t entre as equações:

$$x(t) = v_0 \cdot t \text{ e } y(t) = (1/2)g \cdot t^2$$

Obtém-se:

$$y = \frac{g}{2V_0^2} \cdot x^2$$

Cinemática dos sólidos

Sistemas rígidos ou corpos rígidos correspondem a sistemas de pontos materiais cujas posições relativas são constantes independentes do tempo. Uma esfera de aço, um banco de roda-gigante, uma cadeira, um pião etc., são exemplos de corpos rígidos.

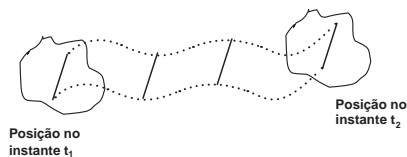
No geral um corpo rígido em movimento não executa um movimento simples. Na grande maioria das vezes se trata de um movimento complexo, mas que no entanto, pode ser estudado com o auxílio da teoria da composição de movimentos. Em outras palavras, um movimento geral é composto da superposição de movimentos simples ou fundamentais.

Os movimentos fundamentais de um corpo rígido são *translação* e *rotação*. Qualquer outro movimento pode ser decomposto em uma sequência de translações e rotações puras.

Vejamos em particular cada um deles:

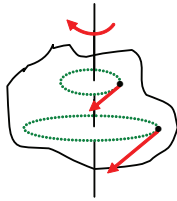
Translação

Neste movimento qualquer segmento de reta tomado a partir de quaisquer dois pontos distintos A e B do corpo, se mantém paralelo à posição inicial.



Rotação

Trata-se do movimento de todos os pontos do corpo em torno de uma reta fixa que passa pelo mesmo, denominada *eixo de rotação*.



Propriedades na translação

1. Numa translação todos os pontos do corpo descrevem trajetórias superponíveis; qualquer uma delas pode ser considerada a trajetória do corpo. Essa propriedade é importante para aplicações do centro de massa.
2. Todos os pontos do corpo, em cada instante, têm a mesma velocidade vetorial e a mesma aceleração vetorial, que se denominam *velocidade e aceleração do corpo em translação*.

Propriedades na rotação

1. Todos os pontos descrevem circunferências em planos paralelos e cujos centros se acham sobre o eixo de rotação.
2. Todos os pontos do corpo, em cada instante, têm a mesma velocidade angular e a mesma aceleração angular.
3. Para cada ponto do corpo em rotação, a velocidade escalar é proporcional à sua distância ao eixo, o mesmo acontecendo com o módulo do vetor aceleração, em cada instante.

Movimentos circulares

Tratam-se de movimentos em que a trajetória é uma circunferência ou um arco de circunferência. Exemplos: vitrola, ponteiros de um relógio, hélice de um motor. Uma vez que se trata de um movimento circular, são percorridos ângulos ao longo tempo.

Velocidade angular média (ω_m)

Por definição:

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Onde:

- $\Delta\theta$ é o deslocamento angular.
- Δt é o intervalo de tempo gasto.

A unidade de velocidade angular no S.I. é o radiano/segundo (rad/s); mas também pode ser utilizado o grau/segundo ($^\circ/s$).

Velocidade angular instantânea (ω)

Registra os valores da velocidade angular em cada instante do movimento do corpo.

Por definição:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

Aceleração angular média (γ_m)

É a relação (razão) entre a variação da velocidade angular ($\Delta\omega = \omega - \omega_0$) e o tempo gasto para essa variação. Assim:

$$\gamma_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \text{ou} \quad \gamma_m = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0}$$

Unidades S. I.: radiano/segundo² (rad/s²).

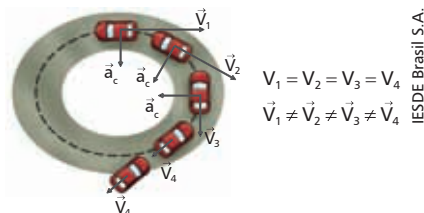
Aceleração angular instantânea (γ)

Ao contrário da aceleração média que mede o deslocamento em intervalos de tempos longos, a aceleração instantânea registra os valores da aceleração em cada instante do movimento do corpo. Matematicamente tem-se:

$$\gamma = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

Movimento circular uniforme (MCU)

Quando o movimento circular tiver velocidade escalar constante teremos um MCU.



IESDE Brasil S.A.

Características fundamentais

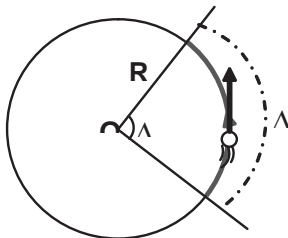
O MCU é um movimento periódico, isto é, repete-se em intervalos de tempos iguais.

- **Período (T):** é o tempo gasto para o corpo em movimento completar uma volta, ou seja, retornar ao ponto de origem. A unidade de período no S. I. é o segundo (s).
- **Frequência (f):** é o número de voltas completadas na unidade de tempo. A unidade de frequência no S. I. é o Hertz (Hz), mas também é utilizado na prática a rotação por minuto (rpm).

A relação entre frequência e período é facilmente demonstrada como:

$$f = \frac{1}{T}$$

Relação entre grandezas angulares e lineares



Durante o movimento do corpo o deslocamento do corpo determina um ângulo e também é percorrida uma determinada distância. A relação entre distância percorrida e tempo já foi estudada nos movimento retilíneos. Aqui, ela vai receber o nome de *velocidade linear* ou *tangencial* (v), para ser distinguida da velocidade angular.

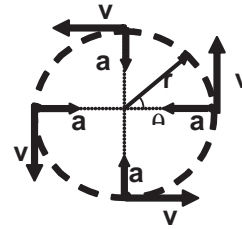
A sua relação com a velocidade angular é:

$$v = \omega \cdot R$$

Onde R é o raio da circunferência.

Aceleração no MCU

No movimento circular há uma variação na direção do vetor velocidade, existe um vetor aceleração, caracterizado aqui somente pela aceleração centrípeta (a_c), uma vez que o movimento é uniforme.

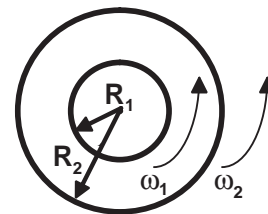


Mostra-se que: $a_c = \frac{v^2}{r}$

Transmissão do MCU

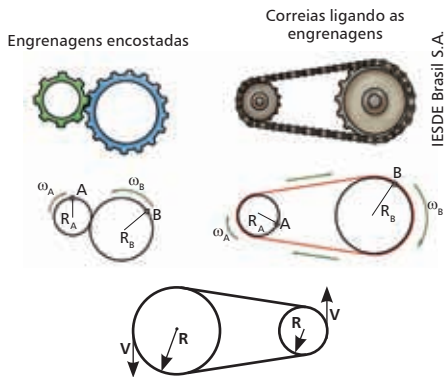
O movimento circular uniforme pode ser transmitido de um corpo a outro através de roldanas, polias e eixos. Para esses casos, temos duas situações: transmissão pelo centro e transmissão pela periferia.

A transmissão pelo centro ocorre quando dois ou mais corpos circulares possuem uma união pelo seu eixo. Nesse caso, a velocidade angular, a frequência e o período são iguais para todos os movimentos.



$$\omega_1 = \omega_2 \rightarrow f_1 = f_2 \rightarrow T_1 = T_2 \rightarrow V_1/R_1 = V_2/R_2$$

A transmissão pela periferia ocorre quando dois ou mais corpos circulares possuem uma união pela sua parte externa através de polias ou roldanas ou através de contato direto, como é o caso das engrenagens. Nesse caso, a velocidade linear é igual para todos os movimentos.



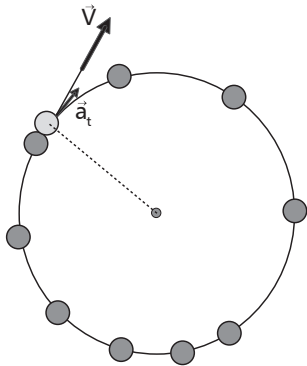
$$V_1 = V_2 \rightarrow \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 \rightarrow f_1 R_1 = f_2 R_2$$

Movimento circular uniformemente variado (MCUV)

Por definição o movimento circular uniformemente variado (MCUV) é aquele que apresenta aceleração angular constante e diferente de zero. Assim:

$$\text{MCUV} \Leftrightarrow \gamma = \text{cte} \neq 0$$

Com uma aceleração angular constante tem-se uma aceleração tangencial também constante. Desse modo a partícula tem sua velocidade aumentando diretamente com o tempo e a partícula descreverá espaços cada vez maiores (no movimento acelerado) ou menores (no movimento retardado).



A figura anterior mostra uma partícula, com velocidade tangencial aumentando com o tempo, em sua primeira volta.

Funções horárias do MCVU

- **Função horária da velocidade:**

$$\omega = \omega_0 + \gamma t$$

- **Função horária da posição angular:**

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \left(\frac{1}{2}\right) \gamma t^2$$

Equação de Torricelli

Usada quando não se tem a variável tempo:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\gamma\Delta\varphi$$

É importante perceber que as equações usadas no movimento circular são as mesmas usadas no movimento linear, fazendo, é claro, as devidas correções de linear para angular. Lembrando que para isso basta dividir a grandeza linear pelo raio da trajetória.

Relação entre velocidade linear e velocidade angular no MCVU

Sabe-se que : $\Delta s = \Delta\varphi \cdot R$

Dividindo a equação anterior pelo tempo teremos:

$$V = \omega \cdot R$$

Sendo R o raio da trajetória.

Aceleração do MCVU

Durante o movimento circular, há uma variação na direção e no módulo do vetor velocidade, o que determina então a existência de vetor aceleração total. Assim:

Aceleração centrípeta (a_{CP}):

$$a_{CP} = \frac{V^2}{R}$$

Sendo: **V** o módulo da velocidade escalar (tangencial) e **R** o raio da trajetória.

Aceleração tangencial (a_t):

$$a_t = a$$

Assim, o módulo da aceleração tangencial é a aceleração escalar.

Relação entre aceleração linear e aceleração angular no MCUV

Lembrando que:

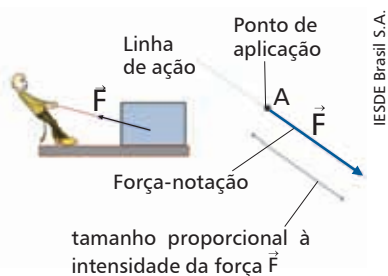
$$\gamma = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \rightarrow \gamma = \frac{\Delta v}{R\Delta t} \rightarrow \gamma = \frac{a}{R} \rightarrow a = \gamma \cdot R$$

Dinâmica

A dinâmica é a parte da mecânica que estuda os movimentos e suas variações preocupando-se com suas causas.

Estudo das forças

Costuma-se definir uma força como sendo o agente físico, de características vetoriais, responsável pelas deformações dos corpos (conceito estático) ou pela modificação de seus estados de repouso ou movimento (conceito dinâmico).



Força peso (\vec{P})

Corresponde à ação do campo gravitacional da Terra sobre os corpos que com ela interagem.

Características fundamentais

- Intensidade: $P = mg$, onde m é a massa e g o módulo da aceleração da gravidade.

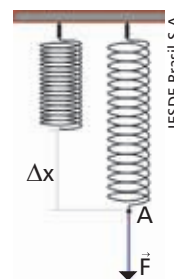
- Direção: vertical
- Sentido: para baixo.

Força de tração (\vec{T})

Chamamos forças de tração as forças de contato entre as extremidades de um fio e corpos presos a ele. Consideramos ideal fios de comprimento inextensível e massa desprezível.

Força elástica – lei de Hooke

É constante a razão entre a intensidade \vec{F} da força aplicada numa mola e a deformação Δx que ela experimenta; a constante de proporcionalidade k é uma característica da mola e denomina-se *constante elástica da mola*; simbolicamente:



$$\frac{F}{\Delta x} = k \text{ ou } F = k \cdot \Delta x$$

Força normal (\vec{N})

Força sempre perpendicular às superfícies de contato entre os corpos.



Força de atrito (\vec{F}_A)

Força de interação entre um par de superfícies em contato. A principal característica dessa força é que ela sempre se opõe ao movimento ou à tendência de movimento relativo.

De acordo com o estado de movimentação do corpo pode-se ter:

- força de atrito estático (superfícies em repouso relativo);
- força de atrito dinâmico ou força de atrito cinético (superfícies em movimento relativo).

○ Observação

1. a força de atrito estático varia desde zero a um valor máximo ($F_{AE\text{máx}}$), isto é:

$$0 \leq \vec{F}_{AE} \leq \vec{F}_{AE\text{máx}}$$

2. a força de atrito de destaque ($F_{AE\text{máx}}$) é dada por:

$$\vec{F}_{AE\text{máx}} = \mu_E \vec{N}$$

μ_E é o coeficiente de atrito estático.

3. a força de atrito dinâmico é constante e proporcional à força normal, isto é:

$$\vec{F}_{AD} = \mu_D \vec{N}$$

μ_D é o coeficiente de atrito dinâmico (cinético).

4. tanto μ_E quanto μ_D são constantes adimensionais que dependem do tipo de material que constitui as superfícies.
5. $\mu_E > \mu_D$ para a maioria dos casos.

Leis de Newton

As leis de Newton, também conhecidas como princípios da dinâmica, são a base do estudo das causas do movimento dos corpos.

1.ª Lei de Newton (lei da inércia)

Inércia

Tendência que um corpo tem de manter o seu estado de movimento ou repouso inalterado. Em outras palavras, é a tendência em manter sua velocidade vetorial constante.

Enunciado da 1.ª lei

Se a resultante das forças que atuam sobre um corpo for nula, dizemos que este está em repouso ou movimento retilíneo uniforme (MRU).

2.ª Lei de Newton (princípio fundamental)

Enunciado da 2.ª lei

A resultante das forças que atuam sobre um corpo de massa m produz uma aceleração a de forma que:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Por ser uma equação vetorial, a equação acima relaciona duas grandezas vetoriais, logo F terá mesma direção e sentido de a e também intensidade proporcional.

3.ª Lei de Newton (lei da ação e reação)

Enunciado da 3.ª lei

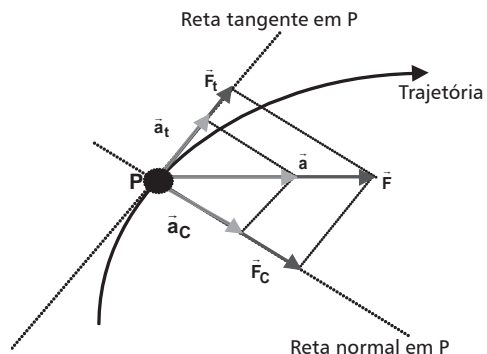
Quando um corpo A exerce uma força (F_A) sobre um corpo B (ação), o corpo B exerce uma força de reação (F_B) igual e contrária sobre o corpo A (reação).

Implicações

Isto significa que as forças sempre ocorrem aos pares, sendo que cada membro desse par atua em um dos corpos. Cabe salientar que essas duas forças são iguais em módulo (valor), porém têm sentidos contrários. Essas duas forças (ação e reação) atuam em corpos diferentes, motivo pelo qual não podem se anular.

Muitas situações do nosso dia a dia se explicam pela 3.ª lei de Newton: uma pessoa ao andar, “empurra” o chão para trás e este a “empurra” para frente; um avião ao voar, “empurra” o ar para trás e este o “empurra” para frente.

Força em trajetória curvilínea



Componente tangencial (\vec{F}_t)

Determina a variação na velocidade escalar instantânea.

Módulo:

$$F_t = ma_t$$

m = massa do corpo e a_t = aceleração escalar.

Componente normal ou centrípeta (\vec{F}_c)

Determina a variação na direção do vetor velocidade.

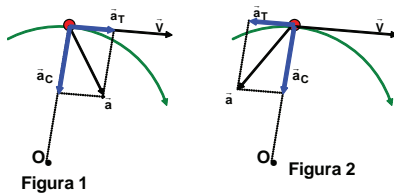
Módulo:

$$F_c = ma_c = m \frac{V^2}{R}$$

- R é o raio de curvatura da trajetória no ponto considerado.
- V é o módulo da velocidade escalar instantânea.

Relação entre as componentes

Nas figuras abaixo mostramos as acelerações de uma partícula em trajetória curvilínea.



$$\vec{a} = \vec{a}_c + \vec{a}_t$$

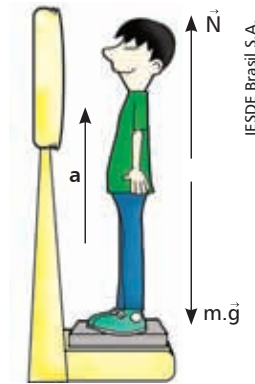
- \vec{a}_t → aceleração tangencial → modifica o módulo da velocidade instantânea.
- \vec{a}_c → aceleração centrípeta → modifica a direção da velocidade instantânea.

- Para a figura 1 o movimento é acelerado.
- Para a figura 2 o movimento é retardado.

Importante

Movimento de corpo num elevador

Elevador com aceleração ascendente

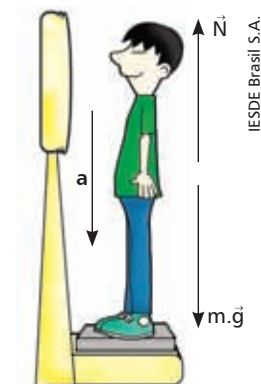


- \vec{N} = força da balança no indivíduo (peso aparente).
- $m\vec{g}$ = peso do corpo.

Aplicando a lei de Newton:

$$F_R = m.a \rightarrow N - mg = m.a \rightarrow N = m(g + a)$$

Elevador com aceleração descendente



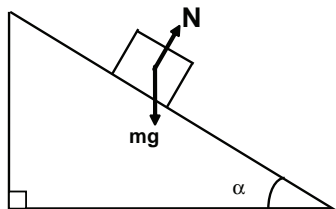
Para esse caso:

$$F_R = m.a \rightarrow mg - N = m.a \rightarrow N = m(g - a)$$

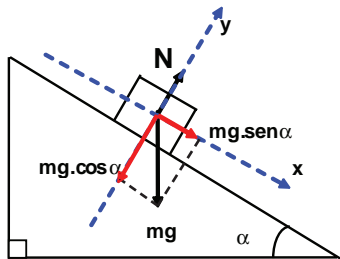
Plano inclinado

Sem atrito

A figura abaixo mostra as forças atuantes em um corpo que se encontra sobre um plano inclinado liso.



Vamos inicialmente determinar os eixos de referência para montar as equações:



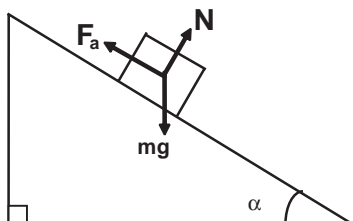
Aplicando a 2.ª lei de Newton:

Eixo y: $N - m.g.\cos\alpha = 0 \rightarrow N = m.g.\cos\alpha$ (não há aceleração em y)

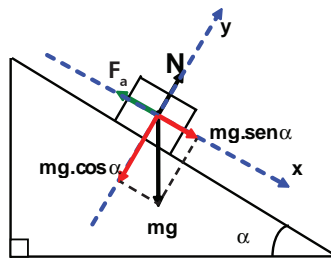
Eixo x: $m.g.\sen\alpha = m.a \Rightarrow a = g.\sen\alpha$

Com atrito

A figura abaixo mostra as forças atuantes em um corpo que se encontra sobre um plano inclinado. Na situação representada na figura o coeficiente de atrito entre o corpo e o plano vale μ e o movimento é para baixo ao longo do plano.



Vamos inicialmente determinar os eixos de referência para montar as equações:



Aplicando a 2.ª lei de Newton:

Eixo y: $N = m.g.\cos\alpha$ (não há aceleração em y).

Eixo x: para o atrito tem-se:

$$F_a = \mu.N = \mu.m.g.\cos\alpha.$$

Assim:

$$m.g.\sen\alpha - \mu.m.g.\cos\alpha = m.a \Rightarrow a = g.(sen\alpha - \mu.\cos\alpha).$$

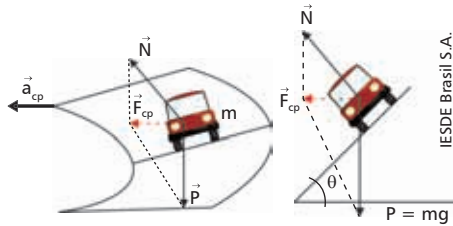
A centrípeta e a segurança nas curvas

Toda vez que um corpo descreve uma curva, sua velocidade vetorial varia em direção. Pelo princípio fundamental da dinâmica, as forças que atuam no corpo devem garantir a aceleração centrípeta que é responsável por essa mudança.

Numa curva plana e horizontal a força responsável pela centrípeta é o atrito. Em alguns casos quando o atrito não é suficiente o carro pode derrapar, isto é, deslizar para fora da curva. O carro tem maior tendência de derrapar se fizer a curva com maior velocidade, ou se a curva for muito fechada, isto é, de pequeno raio.

Uma análise matemática nessa situação mostra-nos que a velocidade de um carro na curva depende do raio e do coeficiente de atrito μ . Assim, caso o coeficiente de atrito entre os pneus e a estrada for pequeno, a velocidade máxima possível diminui e a segurança do veículo é, desse modo, afetada. Algo parecido pode ocorrer quando a superfície da pista está coberta com uma camada de areia. Esta areia diminui o coeficiente de atrito entre as superfícies em contato.

Uma maneira de se resolver essa situação e garantir o máximo de segurança é construir estradas sobrelevadas, como indicado a seguir:



Quando a pista não é horizontal, mas tem um camamento, a força normal à estrada deixa de ser vertical e terá uma componente centrípeta, que contribuirá para a força centrípeta.

Assim, como somente as forças \vec{N} e \vec{P} atuam decisivamente, a resultante centrípeta \vec{F}_{CP} será o resultado da adição vetorial das forças normal e peso.

Da figura acima tem-se: $\text{tg } \theta = \frac{F_{CP}}{P}$

Como:

$F_{CP} = m \frac{v^2}{R}$ e $P = mg \rightarrow$

$\text{tg } \theta = \frac{mv^2}{Rmg} \rightarrow \text{tg } \theta = \frac{v^2}{Rg}$

Quantidade de movimento (momento linear ou momentum) de um corpo

Grandeza física vetorial dada pelo produto da massa de um corpo pela sua velocidade vetorial instantânea.



Unidade SI de quantidade de movimento: [kg.m/s]

Impulso de uma força

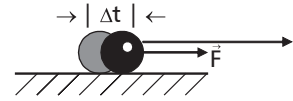
Grandeza física vetorial dada pelo produto da força aplicada em corpo pelo intervalo de tempo decorrido durante a aplicação da força.

$\vec{I} = \int \vec{F}.dt$

Força constante

Quando a força aplicada ao corpo é constante a expressão do impulso é dada por:

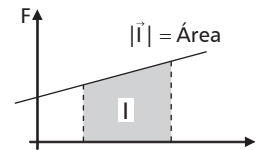
$\vec{I} = \vec{F}.\Delta t$



Unidade SI de impulso: [Ns]=[kg.m/s]

Força variável

Cálculo do impulso através do gráfico F x t:



Teorema do impulso

“O impulso da resultante das forças que agem sobre um corpo é igual a variação da quantidade de movimento”.

$\vec{I} = \Delta \vec{Q}$

Conservação da quantidade de movimento

Quando a resultante das forças externas que agem em um sistema é nula, consequentemente o impulso também será e a quantidade de movimento se conserva.

$\vec{Q}_{inicial} = \vec{Q}_{final} \rightarrow \begin{matrix} \vec{Q}_{x_{inicial}} = \vec{Q}_{x_{final}} \\ \vec{Q}_{y_{inicial}} = \vec{Q}_{y_{final}} \end{matrix}$

Colisões unidimensionais

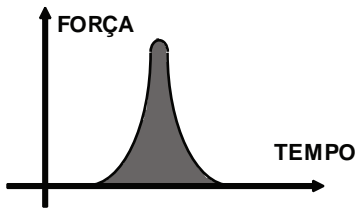
Uma colisão corresponde à aproximação mútua entre dois corpos. Quando dois corpos se encontram, ou

colidem, existe uma interação entre eles que pode ou não mudar a velocidade de cada um. Em uma colisão as forças que atuam no sistema são do tipo internas e impulsivas. Sendo internas, o sistema é mecanicamente isolado, não havendo, portanto, variação na quantidade de movimento. Ocorre também que numa colisão nem sempre a energia cinética do sistema se conserva.

As forças de interação no choque entre os corpos são internas, e por isso, têm impulso resultante nulo.

Força atuante durante colisão

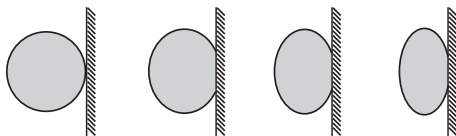
Uma colisão é caracterizada pelo fato de haver uma mútua interação entre as superfícies em contato. Essa interação se torna clara pelo fato de as superfícies se deformarem mutuamente. Assim, durante a colisão existe um par de forças atuando nesse contato. Essas forças são impulsivas tendo portanto, uma duração muito pequena e intensidade elevadíssima cujo gráfico típico é mostrado a seguir:



Fases de uma colisão

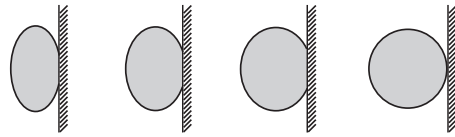
Durante uma colisão podem-se destacar duas fases, as quais caracterizarão a colisão.

Fase de deformação



Nessa fase as superfícies são deformadas mutuamente até que uma pare em relação à outra. Nesse momento a força de interação entre elas atinge o máximo valor e, conseqüentemente, a aceleração produzida também será máxima.

Fase de restauração (restituição)



Essa fase pode não existir dependendo do tipo de choque entre as superfícies. Essa fase se inicia no momento em que a força de interação mútua atinge seu maior valor quando, a partir de então, ocorre uma diminuição na intensidade dessa força e os corpos tendem a se afastar um do outro.

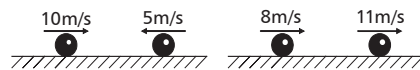
Elementos do choque

Coefficiente de restituição

O coeficiente mede a elasticidade da colisão. Matematicamente tem-se:

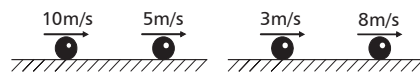
$$e = \frac{V_{rel \text{ Afas}}}{V_{rel \text{ Aprox}}}$$

Ex. 1:



$$e = \frac{11 - 8}{10 + 5} = \frac{1}{5}$$

Ex. 2:



$$e = \frac{8 - 3}{10 - 5} = 1$$

Ex. 3:



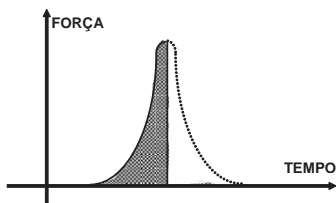
$$e = \frac{3 - 3}{4 - 0} = 0$$

Tipos de choque

Os choques podem ser classificados sob três formas:

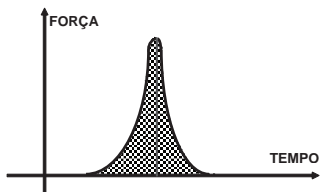
Choques inelásticos ou plásticos

É o tipo de choque, em que os corpos, após a colisão, se movimentam juntos e com a mesma velocidade. Nesse tipo de choque a energia cinética diminui após a colisão, devido à perda de energia sob forma de calor, som e deformações permanentes.



Choques parcialmente elásticos

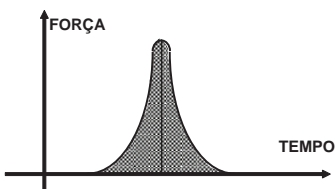
Nesse tipo de choque os corpos se movimentam separados e com velocidades diferentes após a colisão. Aqui a energia cinética do sistema também diminui após a colisão.



Nesse caso o impulso sofrido durante a deformação não é igual, em módulo, ao impulso sofrido durante a restituição. Dessa forma o gráfico da força é assimétrico.

Choques perfeitamente elásticos

Nesse tipo de choque os corpos se movimentam separados e com velocidades diferentes após a colisão. Ao contrário dos tipos anteriores, a energia cinética do sistema se conserva após a colisão.



O impulso sofrido durante a deformação é igual, em módulo, ao impulso sofrido durante a restituição. Dessa forma o gráfico da força é simétrico.

Valores do coeficiente de restituição

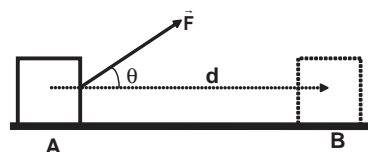
- $e = 0$ (choque perfeitamente inelástico).
- $e = 1$ (choque perfeitamente elástico → conservação total da energia).
- $0 < e < 1$ (choque parcialmente elástico).

Trabalho e energia

Trabalho de uma força

Força constante

Trajetória retilínea



$$\tau = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

Unidade S.I.: joule = newton x metro = J = N.m

Casos especiais

- F e d têm a mesma direção e o mesmo sentido. O trabalho é dito motor, pois favorece o deslocamento. O ângulo é 0° , como $\cos 0^\circ = 1$, a fórmula se simplifica assim:

$$\tau = F \cdot d$$

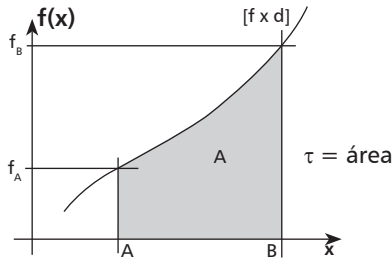
- F e d têm a mesma direção e sentidos opostos. O trabalho é dito resistivo, pois é realizado contra o deslocamento. O ângulo é 180° , como $\cos 180^\circ = -1$, a fórmula se simplifica assim:

$$\tau = -F \cdot d$$

- **F** e **d** têm direções perpendiculares. O ângulo é 90° , como $\cos 90^\circ = 0$, o trabalho será nulo: $\tau = 0$

Força variável

O trabalho é calculado a partir do gráfico da força X deslocamento (posição).



O trabalho é numericamente igual à área sob a curva.

Sinal do trabalho

- Se $\tau > 0$ a força cede energia ao corpo.
- Se $\tau < 0$ a força retira energia do corpo.

Trabalho de forças particulares

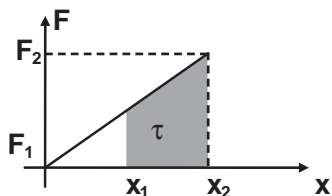
Trabalho da força PESO:

$$\tau = \pm mgh$$

(+) para movimentos descendentes e (-) para movimentos ascendentes.

Trabalho da força elástica

$$\tau = \frac{K}{2} (x_2^2 - x_1^2)$$



Trabalho resultante ou trabalho da resultante

Soma dos trabalhos de todas as forças atuantes no sistema.

Energia cinética

É a energia devido ao movimento.

$$E_c = \frac{m \cdot V^2}{2}$$

Teorema da energia cinética

“O trabalho da resultante das forças é igual à variação de energia cinética”.

Matematicamente:

$$\tau = E_{c \text{ FINAL}} - E_{c \text{ INICIAL}}$$

Energia mecânica e sua conservação

Cinética (E_c)

$$E_c = \frac{m \cdot V^2}{2}$$

Potencial (E_p)

- **Gravitacional:** $E_{pg} = m \cdot g \cdot h$

- **Elástica:** $E_{PEL} = \frac{k \cdot x^2}{2}$

- **Mecânica:** $E_M = E_c + E_p$

Princípio da conservação

A energia não pode ser criada nem destruída, só pode ser transformada. Isso é notado quando a energia mecânica das águas em queda é transformada em energia elétrica, a energia mecânica de um corpo

pode ser transformada em energia sonora e térmica. Devido ao atrito, a energia orgânica dos alimentos é transformada em energia mecânica pelo nosso corpo, a energia elétrica é transformada em energia sonora por um rádio etc.

Transformação da energia

A energia está constantemente se transformando, mas não pode ser criada nem destruída.

- Em uma usina hidrelétrica, a energia mecânica da queda d'água é transformada em energia elétrica.
- Em uma locomotiva a vapor, a energia térmica é transformada em energia mecânica para movimentar o trem.
- Em uma usina nuclear, a energia proveniente da fissão dos núcleos atômicos se transforma em energia elétrica.
- Em um coletor solar, a energia das radiações provenientes do Sol se transforma em energia térmica para o aquecimento de água.

Estática

Estática é a parte da Mecânica que estuda os corpos em equilíbrio.

Equilíbrio de um ponto material

A condição de equilíbrio de um ponto material é a manutenção constante da nulidade da resultante do sistema de forças aplicadas neste ponto ($\vec{F}_R = 0$).

Um ponto material pode estar em equilíbrio das seguintes formas:

Equilíbrio estático

É aquele no qual o ponto está em repouso, isto é, sua velocidade é nula no decorrer do tempo.

Equilíbrio dinâmico

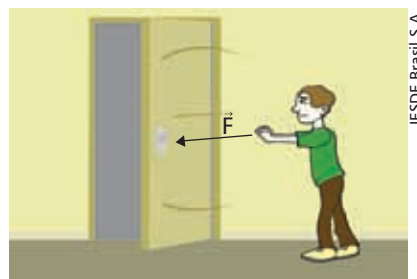
É aquele no qual o ponto está em movimento retilíneo uniforme, isto é, sua velocidade é constante em módulo ($v = \text{cte}$), diferente de zero e também mantém a mesma direção e sentido.

Equilíbrio do corpo extenso

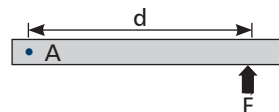
A condição de equilíbrio de um ponto material é válida para corpos extensos (pense nos mesmos como um conjunto de pontos materiais). Porém para estes corpos temos que garantir ainda outra condição: a ausência de rotação.

Momento de uma força

Como visto acima, no caso de um corpo extenso, deve-se também levar em consideração a rotação que ele pode vir a sofrer. A grandeza física que relaciona força e rotação sobre um eixo é chamada de momento ou torque. Para se entender bem essa grandeza deve-se começar percebendo que é mais fácil abrir uma porta quando aplicamos a força cada vez mais distante do eixo de rotação. Portanto há uma relação entre a força aplicada e a distância do ponto de aplicação ao eixo de rotação. Essa relação é denominada momento ou torque.



Definimos momento (\vec{M}) em relação a um referencial, no caso o ponto A, como sendo o produto da força aplicada a um corpo pela distância dessa força até o ponto de referência.



Por definição:

$$\vec{M} = \pm \vec{F} \cdot d$$

O momento é uma grandeza vetorial, mas por estarem a força e a distância no mesmo plano de ação

podemos considerar somente seus módulos e adotar uma convenção para o sinal do momento.

Caso a *força* aplicada forneça uma rotação em relação ao ponto de referência no sentido anti-horário, teremos momento positivo:



Caso a *força* aplicada forneça uma rotação em relação ao ponto de referência no sentido horário, teremos momento negativo:



$$\vec{M}_R = \sum \vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots \vec{M}_n$$

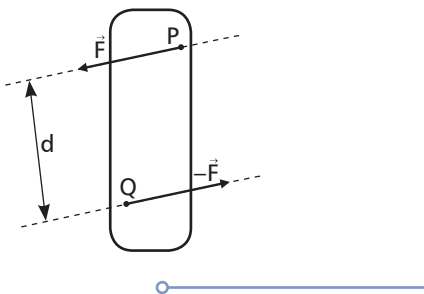
Equilíbrio estático de um corpo extenso

As condições necessárias e suficientes para que um corpo extenso, isto é, de dimensões não desprezíveis, se mantenha em equilíbrio estático são:

C O N D I Ç Õ E S	1.ª	A resultante de todas as forças que nele agem é nula.	$\vec{F}_R = 0 \Rightarrow \begin{cases} F_x = 0 \\ F_y = 0 \end{cases}$	Essa condição faz com que o corpo não tenha movimentos de translação.
	2.ª	A soma algébrica dos momentos de todas as forças que nele atuam em relação a um mesmo ponto é nula.	$\sum \vec{M} = 0$	Essa condição faz com que o corpo não tenha movimento de rotação.

Observação

1. corpo rígido é aquele em que as posições de suas partículas (macroscópicas) não se alteram em relação a um referencial fixado no próprio corpo.
2. denomina-se binário um sistema formado por duas forças de mesma intensidade e mesma direção, porém de sentidos opostos e aplicadas em pontos distintos, cujas linhas de ação se encontram a uma distância *d*, chamada de braço do binário.



Momento resultante

O momento resultante de um sistema de forças em relação a um ponto é a soma algébrica dos momentos das forças componentes em relação ao mesmo ponto. Assim:

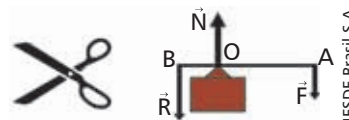
Máquinas simples

São dispositivos práticos que permitem a obtenção de forças muito intensas a partir de forças pouco intensas, ou ainda o redirecionamento de determinada força.

Alavanca

De forma simplificada pode-se dizer que uma alavanca é uma barra que pode girar em torno de um ponto de apoio. Temos três tipos de alavancas:

Alavanca interfixa



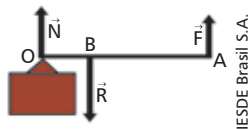
- \vec{F} = força motriz ou força potente.
- \vec{R} = força resistente ou resistência.

Em que:

- \vec{N} = força normal de apoio.
- AO = braço da força motriz.
- OB = braço da força resistente.

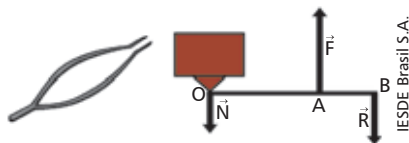
Como exemplos, podemos citar as balanças e as tesouras.

Alavanca inter-resistente



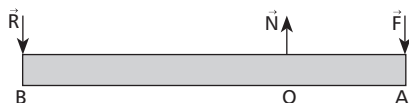
Como exemplos, temos o carrinho de mão e o quebra-nozes.

Alavanca interpotente



Exemplos: pinça e o pegador de gelo.

Condição de equilíbrio de uma alavanca



$$\vec{R} \cdot \overline{BO} = \vec{F} \cdot \overline{AO}$$

Essa relação, embora demonstrada para a alavanca interfixa, é válida também para as alavancas inter-resistentes e interpotentes.

Polias ou roldanas

De forma simples constitui-se de um disco que pode girar em torno de um eixo que passa por seu centro. As polias podem ser fixas ou móveis. Nas fixas os mancais, seus eixos, permanecem em repouso em relação ao suporte onde foram fixados. Nas móveis, tais mancais se movimentam juntamente com a carga que está sendo deslocada pela máquina.

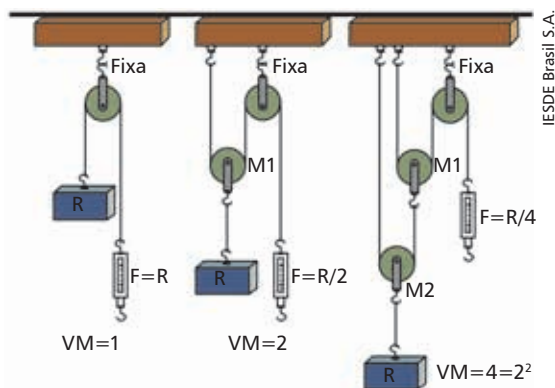


Note-se que nessas polias:

- \vec{F}_m = força motriz ou força potente.
- \vec{R} = força resistente ou resistência.
- $|\vec{F}_m| = |\vec{R}|$

Talha exponencial

Consiste em uma associação de polias móveis com uma só polia fixa, como se mostrou na figura acima. Na próxima figura temos:



Montagens sugeridas para desenvolvimento da talha exponencial.

$$F = \frac{R}{2^n}$$

Vantagem mecânica

Denomina-se vantagem mecânica da talha a relação entre a força resistente e a força motriz.

$$\text{Vantagem mecânica} = \frac{R}{F_m}$$

$$VM = 2^n$$

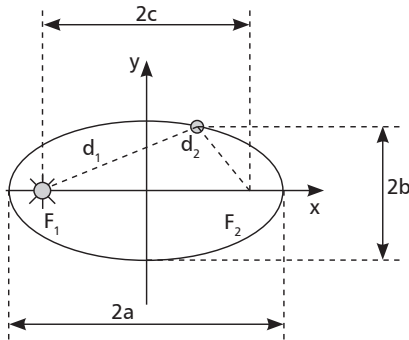
$$n = n.^{\circ} \text{ polias móveis}$$

Gravitação

Leis de Kepler

1.ª Lei – lei das órbitas

As órbitas dos planetas em torno do Sol são elipses, com o Sol ocupando a posição de um dos focos.



Em uma elipse, destacam-se os seguintes elementos:

- F_1 e F_2 → focos;
- a → semieixo maior (raio médio);
- b → semieixo menor;
- c → semi distância focal;

Equações principais:

$$e = \frac{a - b}{a + b} \rightarrow \text{Excentricidade}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow \text{Equação canônica (simplificada)}$$

$$d_1 + d_2 = 2a \rightarrow \text{Definição}$$

As elipses possuem excentricidades no intervalo:

$$0 < e < 1$$

As circunferências podem ser vistas como elipses em que $c = 0$, portanto, $e = 0$ e $a = b = R$.

Como as excentricidades das órbitas de quase todos os planetas do sistema solar são pequenas, durante muito tempo acreditou-se que se tratavam de circunferências e não de elipses. Somente a partir das observações acerca da órbita de Mercúrio é que Kepler determinou que as órbitas eram todas elípticas, sendo a maioria de pequena excentricidade, conforme a tabela abaixo.

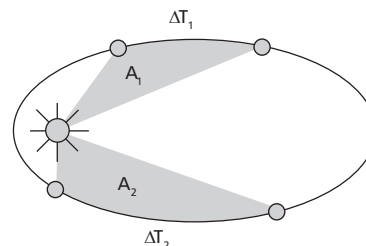
Planeta	e
Mercúrio	0.2
Vênus	0.07
Terra	0.02
Marte	0.09
Júpiter	0.05
Saturno	0.06
Urano	0.05
Netuno	0.009

Observação

Na verdade, o foco da elipse que determina a órbita de cada planeta não é ocupado pelo Sol, mas sim pelo centro de massa do sistema solar. No entanto, como o Sol representa cerca de 99,8% da massa total do sistema solar, a sua posição difere pouco da posição do centro de massa do sistema e, portanto, não se comete um erro muito grande ao se fazer essa simplificação.

2.ª Lei – lei das áreas

As áreas determinadas pela trajetória do planeta e a posição do Sol são diretamente proporcionais aos intervalos de tempo que o planeta gasta para percorrê-la.



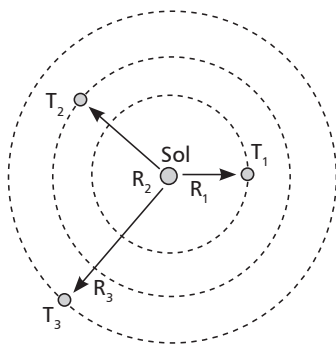
Dessa forma, temos que:

$$\frac{A_1}{\Delta T_1} = \frac{A_2}{\Delta T_2} = \text{cte}$$

A 2.^a lei de Kepler mostra que os planetas se movem mais rapidamente no periélio (posição mais próxima do Sol) e mais lentamente no afélio (posição mais distante do Sol) pois se tomarmos áreas iguais em torno dessas posições (conforme a figura acima) teremos intervalos de tempos iguais. Como a base em torno do periélio é maior do que a base em torno do afélio para um mesmo intervalo de tempo então tem-se que o planeta deslocou-se com maior velocidade no primeiro caso.

3.^a Lei - lei dos períodos

As razões entre os quadrados dos períodos dos planetas no movimento de translação em torno do Sol e os cubos dos raios médios (semieixos maiores) das respectivas órbitas fornecem todas o mesmo valor.



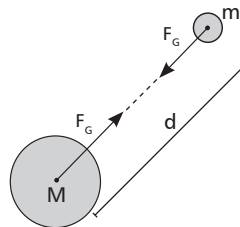
$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} = \frac{T_3^2}{R_3^3} = \text{cte}$$

Gravitação universal de Newton

A força gravitacional entre dois corpos é diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre seus centros de massa.

Força gravitacional

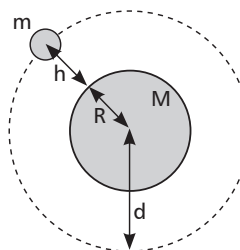
$$F_G = \frac{G.M.m}{d^2}$$



Observação

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$$

Campo gravitacional



$$g = \frac{F_G}{m} \Rightarrow g = \frac{G.M}{d^2} \text{ ou } g_h = \frac{G.M}{(R + h)^2}$$

como

$$g_{\text{sup}} = \frac{G.M}{R^2} \Rightarrow g_h = g_{\text{sup}} \cdot \left(\frac{R}{R + h}\right)^2$$

Velocidade de órbita, velocidade angular e período

A força gravitacional atua como resultante centrípeta do movimento circular. Logo:

$$F_G = F_{cpt} \Rightarrow \frac{G \cdot M \cdot m}{d^2} = \frac{m \cdot v_0^2}{d} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{G \cdot M}{d}}$$

$$\omega_0 = \frac{V_0}{d} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{G \cdot M}{d^3}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{d^3}{G \cdot M}}$$

Elevando a última expressão ao quadrado, temos:

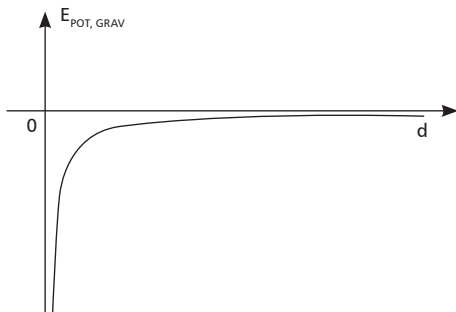
$$T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{d^3}{G \cdot M} \Rightarrow \frac{T^2}{d^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M} = cte$$

Que traduz exatamente a 3.ª lei de Kepler!

Energia potencial gravitacional

$$E_{pot, grav} = - \frac{G \cdot M \cdot m}{d}$$

O sinal negativo indica que quanto mais afastados estiverem as massas, maior a energia potencial do sistema, ou seja, mais próximo de zero, conforme o gráfico a seguir:



Observação

Para o gráfico anterior, consideraram-se ambas as massas como puntiformes.

Velocidade de escape

Velocidade mínima necessária para ser lançado da superfície de um planeta ou satélite e alcançar o infinito com velocidade nula.

Por conservação de energia, temos:

$$E_{CIN,0} + E_{POT,0} = E_{CIN,F} + E_{POT,F} \Rightarrow$$

$$\frac{m \cdot v_E^2}{2} - \frac{G \cdot M \cdot m}{R} = 0 \Rightarrow V_E = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}$$

Hidrostatica

Massa específica ou densidade absoluta (μ):

Por definição: $\mu = \frac{m}{V}$

Unidade de massa específica (SI): [kg/m³]

Densidade relativa

É um adimensional dado pela razão entre duas massas específicas de duas substâncias distintas.

Ex: $d_{ouro/alumínio} = 7,15$; $d_{Hg/Água} = 13,6$

Peso específico

Por definição:

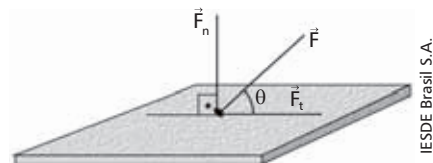
$$\rho = \frac{\text{Peso}}{\text{Volume}} = \frac{P}{V} = \mu \cdot g$$

Unidade de peso específico (SI): [N/m³]

Pressão

Por definição: $p = \frac{F_n}{A}$, sendo:

- F_n = Intensidade da componente normal de uma força aplicada a uma superfície.
- A = área da superfície.

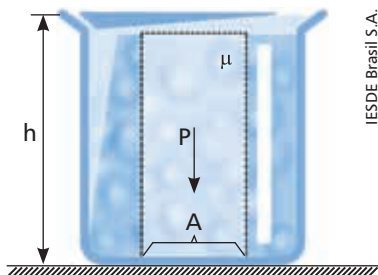


Unidade de Pressão (SI): $[N/m^2] = [Pa]$; pascal.

Utilizam-se também outras unidades práticas de pressão (utilizando $g = 9,81m/s^2$):

- bária [ba] = $[dyn/cm^2] \rightarrow 1Pa = 10ba$
- atmosfera padrão [atm] = $[kgf/cm^2] \rightarrow 1atm = 9,8 \cdot 10^4 Pa \cong 10^5 Pa$
- milímetros de coluna de mercúrio [mmHg] $\rightarrow 760mmHg = 1,01 \cdot 10^5 Pa$
- metros de coluna d'água [mca] $\rightarrow 10mca = 1,01 \cdot 10^5 Pa$

Pressão exercida por uma coluna de líquido

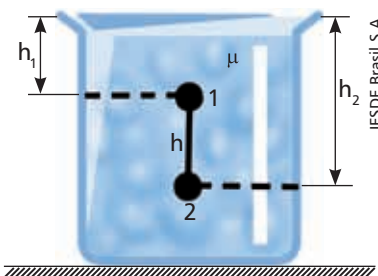


$$p = \frac{F}{A} = \frac{P}{A} = \frac{\mu g A h}{A} \rightarrow p = \mu g h$$

Teorema de Stevin

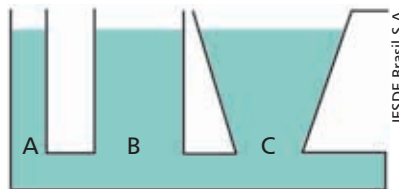
“A diferença de pressões entre dois pontos de um líquido homogêneo em equilíbrio sob a ação da gravidade é dada pelo produto massa específica do líquido pelo módulo da aceleração da gravidade local e pelo desnível entre os pontos considerados”.

$$p_2 - p_1 = \mu \cdot g \cdot h$$

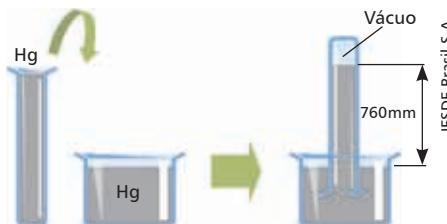


Vasos comunicantes

Uma consequência prática do teorema de Stevin é a distribuição dos líquidos quando em um sistema de vasos comunicantes, ou seja, um recipiente com vários ramos que se comunicam entre si.



Experiência de Torricelli



Um discípulo de Galileu, Evangelista Torricelli, resolveu fazer a experiência com um líquido muito denso: o mercúrio. Tomou um tubo de vidro de 1,30m de comprimento, fechado em uma extremidade, encheu-o completamente com mercúrio e, tampando a extremidade aberta, emborcou-o num recipiente contendo mercúrio também. Ao destampar o tubo, Torricelli verificou que a coluna de mercúrio no tubo descia até o nível de aproximadamente 76cm acima do nível do mercúrio do recipiente, formando-se vácuo na parte superior do tubo (na verdade esse espaço fica preenchido com vapor de mercúrio, mas esse fato não é relevante para a experiência).

Toricelli concluiu que a coluna de mercúrio era equilibrada pela atmosfera através de sua pressão. Ao nível do mar, num local onde $g = 9,8m/s^2$, a coluna de mercúrio tem a altura de 76cm ou 760mm.

Teorema de Pascal

“Um incremento de pressão comunicado a um ponto qualquer de um líquido incompressível em equilíbrio transmite-se integralmente a todos os demais pontos do líquido, bem como às paredes do recipiente”.

Pressão absoluta e efetiva (hidrostática)

Pressão efetiva (hidrostática ou manométrica)

É a pressão exercida pela coluna de líquido.

$$P_{\text{hid}} = \mu \cdot g \cdot h$$

Pressão absoluta

É a pressão da superfície do líquido (normalmente é a pressão atmosférica) somada à pressão exercida pela coluna de líquido.

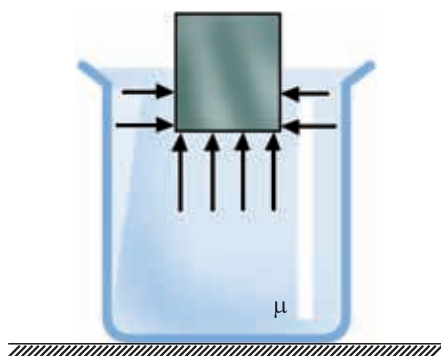
$$P_{\text{abs}} = p_o + \mu \cdot g \cdot h$$

Teorema de Arquimedes

“Quando um corpo é imerso totalmente ou parcialmente num fluido em equilíbrio sob a ação da gravidade, ele recebe do fluido, uma força denominada empuxo, vertical, para cima e com intensidade igual ao peso de fluido deslocado”.

$$E = \mu V_i g$$

Sendo, V_i = volume imerso.



IESDE Brasil S.A.

Termologia

Temperatura

É a grandeza física diretamente associada ao grau de agitação das moléculas.

- **Aumento na agitação molecular** → **Aumento na temperatura.**

Calor

É a energia em trânsito de um corpo para outro em decorrência da diferença de temperatura existente entre eles. Dessa forma nenhum corpo possui calor. Deve-se então observar que um corpo com temperatura elevada quando colocado nas proximidades de outro com temperatura menos elevada, “resfria” enquanto que o último “aquece”, havendo, então um fluxo de calor do corpo com maior temperatura para o de menor temperatura.

○ Observação

O calor sempre passa espontaneamente de corpo de maior temperatura para o de menor temperatura.

Equilíbrio térmico

“Dois ou mais corpos estão em equilíbrio térmico quando suas temperaturas são iguais”.

○ Observação

O funcionamento dos termômetros clínicos baseia-se no equilíbrio térmico.

Lei Zero da termodinâmica

“Sejam três corpos A, B e C. Se A e C estão em equilíbrio térmico e, da mesma forma, B e C também estão em equilíbrio térmico, então A e B estão em equilíbrio térmico”.

Grandeza termométrica e substância termométrica

Substâncias termométricas

Têm suas propriedades físicas alteradas conforme a temperatura varia.

Grandezas termométricas

São grandezas físicas que se alteram com a variação de temperatura e permitem mensurá-la.

Escalas termométricas

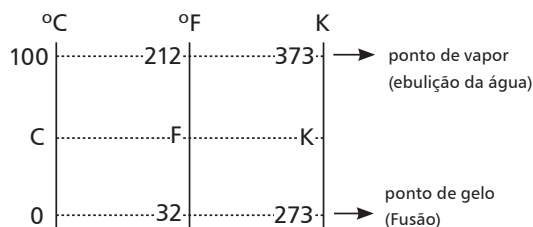
Trata-se de um conjunto de valores arbitrários da grandeza termométrica e da temperatura correspondente. Por serem valores arbitrários pode-se construir uma diversidade muito grande de escalas que registram, para uma mesma situação térmica, temperaturas diferentes.

Gradação das escalas

Para a gradação de uma escala termométrica adotam-se valores particulares para condições fixas chamadas pontos fixos (PF), que servem de referência.

Pontos fixos fundamentais

- 1.º PF: (ponto de gelo) → temperatura na qual a água e o gelo encontram-se em equilíbrio submetidos à pressão normal (1atm).
- 2.º PF: (ponto de vapor) → temperatura em que a água inicia a ebulição para uma pressão normal.



Principais Escalas

- **Celsius:** adota-se para os pontos fixos os seguintes valores 0º C (1.º ponto fixo) e 100º C (2.º ponto fixo). O intervalo entre esses valores é dividido em 100 partes iguais.

- **Fahrenheit:** adota-se os valores 32 e 212 para o 1.º e 2.º pontos fixos respectivamente. O intervalo é então dividido em 180 partes.
- **Kelvin (absoluta):** assume os valores 273 e 373 para os pontos fixos 1.º e 2.º respectivamente. O intervalo entre os pontos fixos é dividido em 100 partes iguais.

Nas escalas termométricas o 0º não indica o menor nível de energia, isso somente acontece na escala absoluta. Pode-se inferir a seguinte relação de proporção entre os valores lidos nas escalas.

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9} = \frac{\theta_k - 273}{5}$$

Para as variações de temperatura vale:

$$\frac{\Delta\theta_c}{5} = \frac{\Delta\theta_f}{9} = \frac{\Delta\theta_k}{5}$$

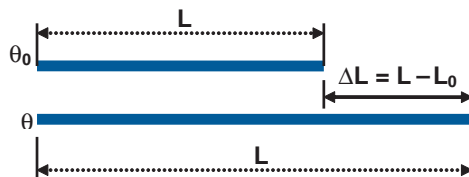
O *Zero Absoluto* corresponde à temperatura para a qual o nível energético das moléculas é mínimo.

Toda escala termométrica em que o valor numérico nulo (zero) coincide com o zero absoluto é denominada de *escala absoluta*. A escala Kelvin tem essa característica, dessa forma a escala Kelvin é uma escala absoluta.

Dilatação térmica

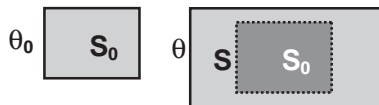
Dilatação linear dos sólidos

É a variação que ocorre predominantemente em uma dimensão, isto é, ao longo de um comprimento.



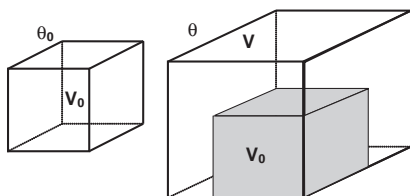
Dilatação superficial dos sólidos

É a variação que ocorre predominantemente em duas dimensões.



Dilatação volumétrica dos sólidos

É a variação que ocorre predominantemente em três dimensões.



Resumidamente temos:

Linear	Superficial	Volumétrica
Comprimento (λ)	Área (S)	Volume (V)
$\Delta\lambda = \lambda_0 \alpha \Delta\theta$	$\Delta S = S_0 \beta \Delta\theta$	$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$
$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$	$\Delta S = S - S_0$	$\Delta V = V - V_0$
$\lambda = \lambda_0 (1 + \alpha \Delta\theta)$	$S = S_0 (1 + \beta \Delta\theta)$	$V = V_0 (1 + \gamma \Delta\theta)$

Coefficientes	Relação
$\alpha \Rightarrow$ coeficiente de dilatação linear.	$\frac{\alpha}{1} = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}$
$\beta \Rightarrow$ coeficiente de dilatação superficial.	
$\gamma \Rightarrow$ coeficiente de dilatação volumétrica.	

Observação

- os termos $(1 + \alpha\Delta\theta)$, $(1 + \beta\Delta\theta)$ e $(1 + \gamma\Delta\theta)$ são denominadas binômio de dilatação.
- o coeficiente angular da reta que representa graficamente a dependência entre o comprimento λ e a temperatura θ , é numericamente igual ao produto do comprimento inicial juntamente com o coeficiente de dilatação linear do material.
- quando o corpo que irá ser aquecido for oco, a dilatação ocorrerá como se o corpo fosse maciço.

Dilatação térmica dos líquidos

Para o estudo da dilatação dos líquidos deve-se levar em consideração a dilatação do recipiente que o contém.

Portanto, a dilatação real do líquido é a soma da dilatação sofrida aparentemente pelo líquido (sem considerar o recipiente) com a dilatação do recipiente que o contém.

$$\Delta V_{\text{real}} = \Delta V_{\text{aparente}} + \Delta V_{\text{recipiente}}$$

Dilatação anômala da água

A água tem um comportamento anormal durante seu aquecimento e resfriamento no intervalo de 0°C a 4°C.

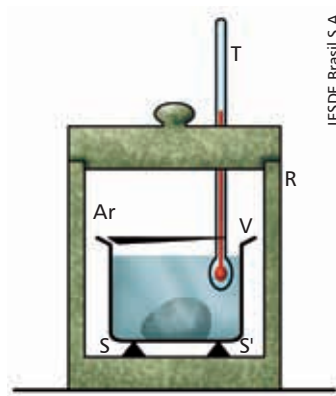
- De 0°C a 4°C o volume diminui.
- A partir de 4°C o volume aumenta.

Calorimetria

Quando um corpo recebe ou cede calor ocorre uma variação de temperatura ou mudança de estado físico.

Falamos em **calor sensível** quando ocorre a mudança de temperatura e em **calor latente** quando a mudança de estado físico acontece.

Calorímetro: dispositivo destinado a medir quantidade de calor.



O efeito do calor recebido por um corpo depende das condições iniciais de temperatura e pressão.

Capacidade térmica (C) e calor específico (c)

Capacidade térmica: quantidade de calor necessária por unidade de variação de temperatura do corpo.

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta}$$

A capacidade térmica é uma característica do corpo e não da substância.

Unidade de medida: $\frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}}$

Calor específico: capacidade térmica da unidade de massa.

$$c = \frac{C}{m} \rightarrow C = m \cdot c$$

O calor específico c é uma característica da substância e não do corpo.

Unidade de medida: $\frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}\text{C}}$

(sendo que 1cal equivale a aproximadamente 4,1855J).

Equação fundamental da calorimetria

Do conceito de capacidade térmica tem-se:

$$c = \frac{Q}{\Delta\theta} \Rightarrow Q = C \cdot \Delta\theta$$

Do conceito de calor específico tem-se:

$$C = m \cdot c$$

Substituindo então a segunda equação pela primeira:

$$Q = C \cdot \Delta\theta = m \cdot c \cdot \Delta\theta \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

Essa última é conhecida como equação fundamental da calorimetria.

Sendo: $Q > 0 \rightarrow$ calor recebido.

$Q < 0 \rightarrow$ calor cedido.

Calor atômico (C_A)

É a capacidade térmica do átomo-grama de um elemento:

$$C_A = A \cdot c$$

Calor molar (C_M)

É a capacidade térmica de um mol de átomos de um elemento:

$$C_M = M \cdot c$$

Lei de Dulong e Petit

“A grande maioria dos elementos no estado sólido possui um calor atômico vizinho de $6\text{cal}/^{\circ}\text{C}$ ”.

Observação

Tal como a capacidade térmica e o calor específico, o calor atômico depende da temperatura. Quanto maior a temperatura, melhor se aplica a lei de Dulong-Petit.

Calor latente (L)

Mede a quantidade de calor necessária para fazer uma unidade de massa mudar de fase. Existe um valor para o calor latente de cada mudança de fase, para cada substância.

Quantidade de calor latente

A quantidade de calor necessária para fazer uma massa de certa substância mudar de fase é dada por:

$$Q = m \cdot L$$

Sendo m = massa que muda de fase e L é o calor latente de mudança.

Calor de combustão

Quantidade de calor liberada durante a queima de cada grama de combustível.

Princípio geral das trocas de calor

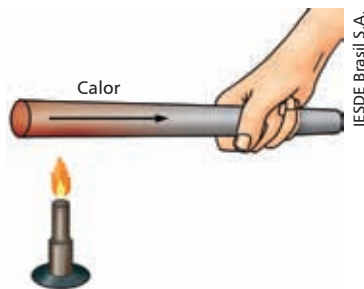
Num sistema termicamente isolado, a soma algébrica das quantidades de calor trocado é nula.

Propagação de calor

Existem três mecanismos de transmissão de calor sendo eles:

Condução

A transmissão de calor é feita molécula a molécula, sem que haja transporte das mesmas. Esse fenômeno ocorre tendo em vista que a energia de vibração de uma molécula se transmite às moléculas vizinhas.



Regime permanente (ou estacionário)

A condução em regime permanente ocorre quando a temperatura, em cada ponto não se altera com o tempo. Com isso o fluxo de calor que entra em uma dada seção é a mesma que sai em outra qualquer.

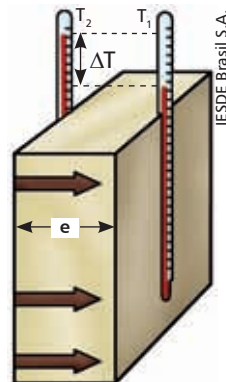
Lei de Fourier ou equação da condução

O fluxo de calor de uma seção do condutor é dado por:

$$\phi = \frac{kS}{e} \Delta T$$

onde:

- k = constante característica do material.
- S = área de contato.
- e = espessura do material.
- ΔT = variação de temperatura entre as duas superfícies do material sendo $T_2 > T_1$.



Observação

Em geral os metais são bons condutores de calor.

Convecção

A transmissão de calor é feita com transporte de massa. Esse tipo de transmissão ocorre devido à propriedade de variação de densidade dos materiais com a temperatura.



Quando líquidos e gases são aquecidos tendem a ocupar mais espaço, fazendo com que a densidade diminua. Uma fonte de calor que aquece o ar (ou um fluido qualquer), por exemplo, numa região inferior do sistema faz com que este se desloque para a parte superior do sistema, em contrapartida, as correntes de ar com menor temperatura tendem a descer, ocorrendo assim as chamadas correntes de convecção.

Irradiação

Na irradiação a transmissão ocorre através de ondas eletromagnéticas, sendo assim, não necessita

de um meio material. A maneira pela qual a Terra é aquecida pelo Sol é um exemplo de condução de calor por irradiação.

A relação desse tipo de condução de calor se dá da seguinte forma:

$$Q_{\text{incidente}} = Q_{\text{refletido}} + Q_{\text{absorvido}} + Q_{\text{transmitido}}$$

Corpo espelhado

É o corpo que reflete uma parcela sensível do fluxo incidente. Para um espelho ideal:

$$a = 0 \Rightarrow r = 1$$

Corpo opaco

É o corpo que não deixa nenhuma parcela do fluxo incidente ser transmitida.

Corpo transparente

É o corpo que permite que uma grande parcela do fluxo incidente seja transmitida.

Corpo negro

Corpo que é capaz de absorver todas as radiações que nele venham a incidir. Para o corpo negro ideal:

$$a = 1 \Rightarrow r = 0$$

O calor irradiado por um corpo depende, entre outros fatores, da temperatura do mesmo, o que pode ser analisado pela lei de Stefan-Boltzmann para um corpo negro ideal:

$$E_{\text{CN}} = \sigma \cdot T^4$$

Sendo:

- $E_{\text{CN}} = \frac{\text{Potência}}{\text{Área}} = \text{Poder emissivo do corpo negro.}$
- $\sigma = \text{constante de Stefan-Boltzmann} = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}.$
- $T = \text{temperatura absoluta do corpo.}$

O poder emissivo (E) de um corpo qualquer se relaciona com o poder emissivo do corpo negro (E_{CN}) a partir da emissividade (e) do corpo:

$$e = \frac{E}{E_{\text{CN}}}$$

Note que para que o corpo negro $e = a = 1$

Radiação do corpo negro

A emissão de ondas eletromagnéticas (radiação emitida) do corpo negro pode realizar-se em função de diferentes tipos de energia, no entanto, a mais comum é a radiação de calor, isto é, emissão de ondas eletromagnéticas decorrentes da energia interna dos corpos.

Sendo assim, pode-se observar que de uma forma geral tem-se:

- acima do 0K de temperatura todos os objetos emitem calor (radiação térmica).
- quanto mais escura for a superfície, mais ela absorve e, em consequência, mais emite calor. Na situação ideal de um corpo negro a absorção e a emissão são integrais.

Histórico da radiação do corpo negro

No início do século XX o que mais quebrava a cabeça dos grandes cientistas era explicar como a energia radiante total emitida por um corpo negro era distribuída entre as várias frequências ou comprimentos de onda da radiação.

Nessa ocasião, havia um conjunto de teorias capazes de explicar todos os fenômenos físicos conhecidos à época. Uma dessas, a **teoria clássica de osciladores eletromagnéticos**, elaborada por James C. Maxwell talvez fosse a mais indicada para explicar a distribuição da radiação do corpo negro. No entanto, ela veio a sofrer um grande baque, pois não foi capaz de explicar e prever a distribuição da radiação observada com precisão aceitável.

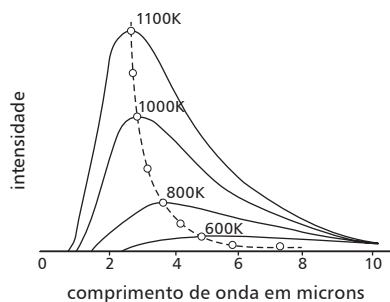
Por volta de 1900, Max Planck ressuscitou o modelo corpuscular da luz o que foi determinante no desenvolvimento da teoria que implicou na explicação definitiva para o comportamento da emissão de radiação do corpo negro.

Planck, audaciosamente, assumiu que a energia da radiação eletromagnética emitida fosse quantizada.

Essas quantidades discretas de energia foram chamadas à ocasião de **quanta de energia**.

Segundo Planck, o material constituinte da superfície emissora do corpo negro era como que composto de pequenos osciladores que, ao oscilarem, emitiam radiações eletromagnéticas.

O resultado dessa hipótese de Planck foi a capacidade de deduzir a distribuição da radiação de um corpo negro e mostrar sua dependência com o comprimento de onda e com a temperatura. O gráfico abaixo mostra o comportamento da radiação emitida em várias faixas de temperatura e como a distribuição de energia se dá ao longo do espectro.



Note que do gráfico pode-se tirar duas propriedades:

- a potência total emitida é proporcional à temperatura (lei de Stefan).
- o pico da curva de distribuição se desloca para os menores comprimentos de onda com o aumento de temperatura (lei do deslocamento de Wien).

Lei do deslocamento de Wien

$$\lambda_{(max)} \sim 0.29/T$$

- $\lambda_{(max)}$ = comprimento de onda máximo da radiação em cm.
- T = temperatura absoluta do corpo negro.

Estudo dos gases

Variáveis de estado (P, V, T e m)

Costuma-se definir o estado de um gás como o conjunto de valores de pressão (P), volume (V), temperatura (T) e massa (m) destas grandezas.

Equação de estado de um gás

É qualquer relação entre as variáveis de estado que expresse as leis que definem um gás. Essas leis são válidas apenas aproximadamente para os gases da natureza (gases reais), entretanto um gás perfeito comporta-se exatamente como rege a lei. Para que isso aconteça devemos assumir por hipótese que:

- os gases não têm forma nem volume constante, adquirem a do recipiente que os contêm.
- a força de coesão entre as moléculas é mínima, fazendo com que não exerçam ações recíprocas, a não ser quando colidem.
- as colisões das moléculas são perfeitamente elásticas.
- o volume de cada molécula é tão pequeno, em relação às dimensões do recipiente que contém o gás, que pode ser desprezado.

Equação de Clapeyron

Generalizando as equações, chega-se à equação de estado de um gás ideal:

$$pV = nRT$$

Valores de R:

$$R = 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \lambda}{\text{mol} \cdot \text{K}} = \frac{2\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Transformações gasosas particulares

Lei de Charles e Gay-Lussac – transformação isocórica, isométrica ou isovolumétrica

Tomando-se certa massa de gás e mantendo seu volume constante verifica-se que um aumento de temperatura repercute num aumento de pressão, isto é, pressão e temperatura são diretamente proporcionais. Assim:

$$\frac{P}{T} = k = \text{constante}$$

Lei de Charles – transformação isobárica

O volume de uma dada massa gasosa, mantida a pressão constante, é diretamente proporcional à sua temperatura absoluta.

$$\frac{V}{T} = k = \text{constante}$$

Lei de Boyle-Mariot – transformação isotérmica

Se a temperatura de uma determinada massa gasosa for mantida constante, o volume desse gás será inversamente proporcional à pressão exercida sobre ele.

$$pV = k = \text{constante}$$

Transformação adiabática

Numa transformação adiabática, o gás não troca calor com o meio exterior ficando isolado termicamente.

Para a transformação adiabática:

$$PV^\gamma = \text{constante}$$

γ = coeficiente de Poisson.

Consequências:

- numa expansão adiabática ocorre uma diminuição de temperatura.
- numa contração adiabática ocorre uma elevação de temperatura.

Teoria cinética

Trata-se de uma análise das grandezas variáveis de estado (grandezas macroscópicas) com base numa visão microscópica de tais grandezas.

Energia cinética média molecular

$$\bar{E}_c = \frac{1}{2} kT$$

A constante de Boltzmann é

$$k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K.}$$

Velocidade quadrática média

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Termodinâmica

Trata-se do ramo da Física cujo objeto de estudo são as mútuas transformações entre energia térmica (calor) e energia mecânica (trabalho).

Nesse estudo a energia interna (U) dos sistemas será tratada como uma forma de energia com a capacidade de ser transformada em energia mecânica ou em calor e vice-versa.

Energia interna

Os sistemas termodinâmicos, em geral, são formados por inúmeras partículas, as quais estão em constante movimentação.

A energia total de um sistema é composta de duas parcelas: a energia externa e a energia interna.

O somatório de todas as formas de energia dos elementos que constituem o sistema é denominado energia interna.

Em um sistema, não se mede diretamente a energia, mas é importante conhecer a variação da energia interna (ΔU) do sistema durante um processo termodinâmico.

Há processos em que a energia interna varia e a temperatura permanece constante. A energia recebida (calor latente) aumenta a energia interna do sistema durante o processo.

Nas transformações gasosas, a variação de energia interna é sempre acompanhada de variação de temperatura (ΔT). Assim, ao receber calor o gás tem sua temperatura aumentada e, ao perder calor, sua temperatura diminui.

De uma forma geral tem-se:

- $\Delta T > 0 \Rightarrow \Delta U > 0$: energia interna aumenta.
- $\Delta T < 0 \Rightarrow \Delta U < 0$: energia interna diminui.
- $\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$: energia interna não varia.

Para o caso particular de um gás perfeito monoatômico a energia interna é dada por:

$$U = (3/2)n.R.T$$

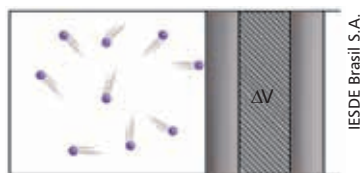
Onde n é o número de mols do sistema e R é a constante universal dos gases.

Trabalho em um sistema

O trabalho num sistema termodinâmico (τ) só é efetivamente realizado ou recebido quando há uma variação do volume (ΔV) do fluido.

Trabalho numa transformação isobárica

A figura a seguir mostra uma porção de gás contida num recipiente cilíndrico provido de um êmbolo móvel e sem atritos.



Na situação em que o volume do gás no cilindro sofre variação (expansão ou contração), mantendo a pressão constante, o gás executa trabalho positivo (expansão) ou negativo (contração).

Pode-se mostrar que o trabalho (τ) realizado quando o gás sofre uma variação de volume (ΔV) estando sob pressão (p) é dado por:

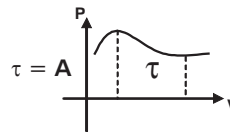
$$\tau = p.\Delta V \text{ ou } \tau = p (V_2 - V_1)$$

Assim, temos:

- $\Delta V > 0$ (expansão) $\Rightarrow \tau > 0$: gás realiza trabalho sobre o meio.
- $\Delta V < 0$ (contração) $\Rightarrow \tau < 0$: meio realiza trabalho sobre o gás.
- $\Delta V = 0 \Rightarrow \tau = 0$.

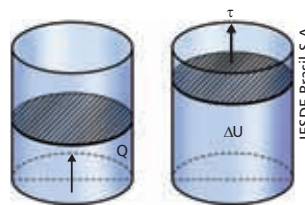
Trabalho numa transformação geral

Nesse caso recorre-se ao diagrama pressão x volume. Aqui, o trabalho realizado pela força que o gás exerce sobre o êmbolo é numericamente igual à área sob a curva.



1.ª Lei da termodinâmica

A primeira lei da termodinâmica é, na verdade, aplicação do princípio de conservação da energia nos processos de transformação mútua de calor em trabalho e em energia interna.



Na figura anterior, o gás recebeu uma quantidade de calor Q , sofreu uma variação de energia interna ΔU e ainda realizou o trabalho τ .

Tomando por base o princípio de conservação da energia deve-se ter que o somatório das energias recebidas deve ser igual à energia armazenada mais a energia cedida.

Assim, a expressão:

$$\Delta U = Q - \tau$$

representa analiticamente o primeiro princípio da termodinâmica cujo enunciado pode ser:

“A variação da energia interna de um sistema é igual à diferença entre o calor e o trabalho trocados pelo sistema com o meio exterior.”

Para a aplicação do primeiro princípio de termodinâmica devem-se respeitar as seguintes convenções:

- $Q > 0$: calor recebido pelo sistema.
- $Q < 0$: calor cedido pelo sistema.
- $\tau > 0$: volume do sistema aumenta.
- $\tau < 0$: volume do sistema diminui.
- $\Delta U > 0$: temperatura do sistema aumenta.
- $\Delta U < 0$: temperatura do sistema diminui.

Transformações particulares

A primeira lei da termodinâmica traz muitos resultados importantes quando aplicada às transformações gasosas particulares. Vejamos:

a) **Isotérmica** $\Rightarrow T = \text{constante} \Rightarrow \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$

Da primeira lei:

$$\Delta U = Q - \tau \Rightarrow 0 = Q - \tau \Rightarrow Q = \tau$$

Todo o calor trocado com o meio exterior é equivalente ao trabalho realizado.

b) **Isométrica** $\Rightarrow V = \text{constante} \Rightarrow \Delta V = 0 \Rightarrow \tau = 0$

$$\Delta U = Q - \tau$$

Como:

$$\tau = 0 \Rightarrow \Delta U = Q - 0 \Rightarrow \Delta U = Q$$

Todo o calor trocado com o meio externo é transformado em variação da energia interna.

Se o sistema recebe calor:

- $Q > 0 \Rightarrow \Delta U > 0$: temperatura aumenta se o sistema recebe calor.
- $Q < 0 \Rightarrow \Delta U < 0$: temperatura diminui se o sistema cede calor.

c) **Isobárica** $\Rightarrow P = \text{constante} \Rightarrow V \sim T$

Numa isobárica, o aumento de temperatura implica num aumento de volume e uma diminuição de temperatura implica numa diminuição de volume.

Expansão $\Rightarrow \Delta V > 0 \Rightarrow \tau > 0$ e $\Delta T > 0 \Rightarrow \Delta U > 0$

Contração $\Rightarrow \Delta V < 0 \Rightarrow \tau < 0$ e $\Delta T < 0 \Rightarrow \Delta U < 0$

d) **Adiabática** $\Rightarrow Q = 0$

$$\Delta U = Q - \tau$$

Como:

$$Q = 0 \Rightarrow \Delta U = 0 - \tau \Rightarrow \Delta U = -\tau$$

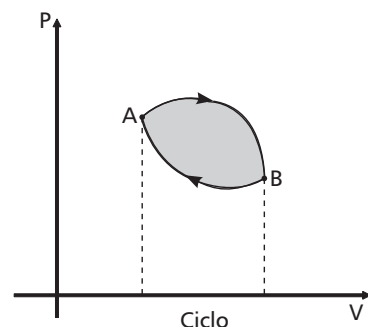
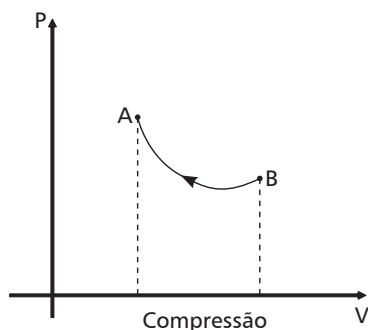
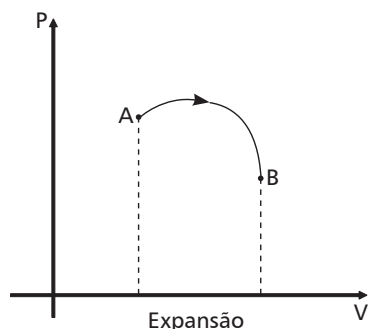
• Expansão $\Rightarrow \Delta V > 0 \Rightarrow \tau > 0 \Rightarrow \Delta U < 0$

• Contração $\Rightarrow \Delta V < 0 \Rightarrow \tau < 0 \Rightarrow \Delta U > 0$

Transformações cíclicas

Denomina-se ciclo termodinâmico um conjunto de transformações em que o sistema, após sofrer as transformações, volta ao estado inicial. Desse modo, após um ciclo, a energia interna volta ao seu valor inicial, pois a temperatura inicial se restabelece.

Graficamente, as transformações cíclicas são representadas por curvas fechadas representando então a coincidência do estado inicial com o final. O trabalho realizado em cada ciclo seria a área no interior do ciclo, conforme a figura a seguir.



$$\Delta U = Q - \tau$$

Como:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U = Q - \tau \rightarrow Q = \tau$$

Num ciclo todo o calor trocado equivale ao trabalho realizado, portanto, ao percorrer um ciclo, o sistema transforma calor em trabalho e vice-versa:

- ciclo horário – transformação de calor em trabalho.
- ciclo anti-horário – transformação de trabalho em calor.

Expansão livre

A energia interna de um gás depende somente da sua temperatura absoluta.

Através da experiência da expansão livre pode-se observar essa propriedade.

Em uma câmara fechada e em equilíbrio térmico, tem-se, de um lado da partição um gás a uma pressão P e do outro lado, vácuo.



Ao se retirar a partição, o gás se expande com uma pressão externa nula (do lado onde havia vácuo) o que caracteriza a chamada expansão livre. Devido a isso o trabalho realizado pelo gás é nulo.

$$W = 0$$

Portanto $W = \int dw = \int_{V_1}^{V_2} PdV$ não se aplica.

Observação

É preciso saber qual é o sistema. O sistema é a câmara toda, e não só uma partição. Portanto, não houve variação das fronteiras do sistema e da vizinhança.

Entropia

A entropia é uma grandeza de estado ligada diretamente ao sentido preferencial das transformações

que ocorrem na natureza. Assim, mesmo que uma determinada transformação obedeça ao primeiro princípio (conservação da energia) é possível que nunca possa ocorrer. Desse modo, não é a conservação de energia que determina se um determinado evento na natureza pode ocorrer. De uma forma geral, em qualquer processo natural a energia total se mantém constante.

Na busca por determinar quais são os eventos que podem ocorrer, “criou-se” a grandeza física chamada entropia. Sua determinação enquadra-se no fato de que em todo processo natural há um aumento na entropia.

Costuma-se associar a entropia ao grau de desordem (ordem) do sistema. Um aumento da entropia aumenta a desordem do sistema e uma diminuição de entropia resulta em uma diminuição da desordem do sistema. É importante lembrar que quanto maior for a ordem do sistema, maior o grau de energia útil do mesmo.

2.ª Lei termodinâmica

A segunda lei da termodinâmica corresponde a um princípio da natureza, ligada diretamente à entropia, e que determina o sentido natural das trocas de energia.

Um enunciado interessante seria:

“Em qualquer processo natural a *entropia* do universo sempre aumenta.”

Mas a segunda lei está diretamente ligada às máquinas térmicas, daí tem-se o seguinte enunciado:

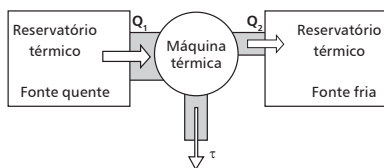
“É impossível construir uma máquina que, operando em transformações cíclicas, tenha como único efeito transformar integralmente em trabalho a energia térmica recebida de uma fonte quente única”.

Note-se que a 2.ª lei determina que não exista uma máquina térmica ideal, isto é, com rendimento igual a 100%.

Máquinas térmicas

Uma máquina térmica é um dispositivo cuja função é transformar energia térmica em energia mecânica, isto é, a máquina térmica transforma calor em trabalho. A complexa natureza do calor exige condições especiais para a transformação. A principal característica desses dispositivos é sua operação

em ciclos. A figura a seguir mostra um esquema do funcionamento da máquina térmica:



Da figura destaca-se:

- Q_1 = calor recebido da fonte quente.
- Q_2 = calor rejeitado para a fonte fria.
- τ = trabalho.

O princípio de conservação da energia garante que:

$$\tau = Q_1 - Q_2$$

Rendimento de uma máquina térmica - η

O que diferencia uma máquina de outra é sua capacidade de aproveitamento dos recursos empregados. Essa capacidade é determinada pelo seu rendimento que, por definição, é dado por:

$$\eta = \frac{\tau}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

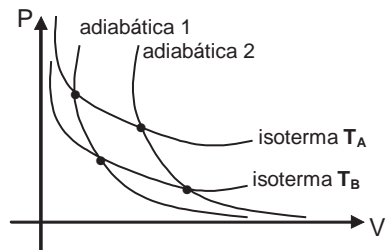
Note-se que, matematicamente, $\eta < 1$

Ciclo de Carnot

Os processos de transformação de calor em trabalho são, de uma forma geral, pouco rentáveis em função das perdas ocorridas durante as transformações gasosas (normalmente não reversíveis). Assim, para se obter o máximo rendimento devem-se tomar transformações reversíveis.

Tal problema foi resolvido em 1824 pelo ainda jovem engenheiro francês Nicolas L. Sadi Carnot ao publicar seu livro *Reflexões sobre a potência motriz do fogo e sobre os meios adequados de desenvolvê-la*. Nesse livro ele idealizou uma máquina que realiza ciclos reversíveis, compostos por quatro transformações: duas adiabáticas intercaladas e duas isotérmicas.

Vejam o ciclo:



O Ciclo de Carnot corresponde ao conjunto de transformações cíclicas que determina o maior rendimento entre duas dadas temperaturas.

Teorema de Carnot

Carnot mostrou que:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

Cujo enunciado é:

“A quantidade de calor retirada da fonte quente e rejeitada à fonte fria é diretamente proporcional às suas temperaturas absolutas”.

Rendimento máximo

O máximo rendimento de uma máquina térmica, que opere entre duas dadas temperaturas, ocorre quando a máquina opera segundo o ciclo de Carnot. Esse rendimento é dado por:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

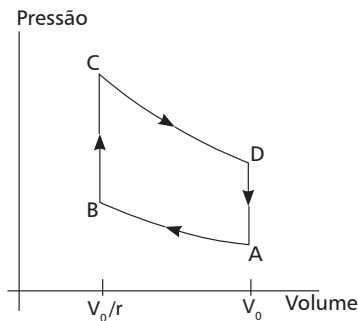
Principais ciclos termodinâmicos

Ciclo de Otto

Esquematização idealizada do que ocorre num motor a gasolina de 4 tempos. Definido por 4 etapas:

- **AB** – representa a compressão rápida (adiabática) da mistura de ar com vapor de gasolina, de um volume inicial V_0 para um volume V_0/r (r é a taxa de compressão).

- **BC** – representa o aquecimento a volume constante devido à ignição;
- **CD** – é a expansão adiabática dos gases aquecidos, empurrando o pistão;
- **DA** – representa a queda da pressão associada à exaustão dos gases da combustão. A mistura é tratada como um gás ideal de coeficiente adiabático γ .



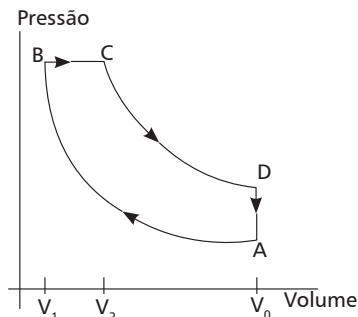
Rendimento:

$$\eta = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 1 - \left(\frac{1}{r}\right)^{\gamma-1}$$

γ = coeficiente de poisson

Ciclo Diesel

Processo que ocorre num motor diesel de 4 tempos. A diferença em relação ao ciclo de Otto é que a taxa de compressão adiabática $r_c = V_0/V_1$ é maior do que no ciclo de Otto, aquecendo mais o ar e permitindo que ele inflame o ar sem a necessidade de uma centelha de ignição, o que ocorre durante o trecho BC a pressão constante. A taxa de expansão adiabática durante CD é $r_e = V_0/V_2$.



Rendimento:

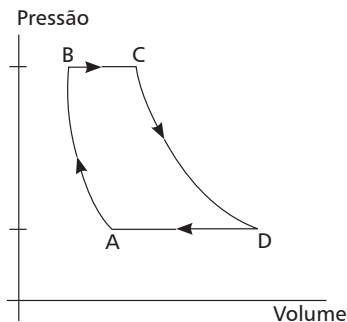
$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{(T_D - T_A)}{(T_C - T_B)} = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\left(\frac{1}{r_e}\right)^\gamma - \left(\frac{1}{r_c}\right)^\gamma}{\left(\frac{1}{r_e}\right) - \left(\frac{1}{r_c}\right)}$$

γ = coeficiente de poisson.

Ciclo de Joule

Corresponde a uma idealização do que ocorre numa turbina a gás. Nesse ciclo tem-se:

- **AB e CD** – são adiabáticas;
- **BC e DA** – representam, respectivamente, aquecimento e resfriamento a pressão constante; $r = P_B/P_A$ é a taxa de compressão.



Rendimento:

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

γ = coeficiente de poisson

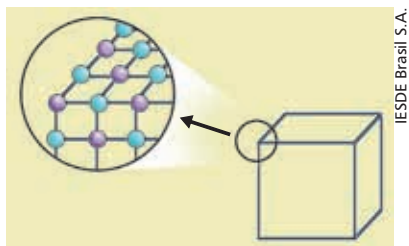
Mudança de fases

Toda a matéria, dependendo da temperatura, pode se apresentar em 5 estados (fases): sólido, líquido, gasoso, plasma e condensado de Einstein. Esses estados ou fases estão vinculados à pressão e à temperatura a que o corpo estiver submetido. Em nosso estudo falaremos apenas dos três primeiros.

Análise das fases

a) Fase sólida

Nessa fase, as partículas que compõem o corpo estão fortemente ligadas, fazendo com que haja uma organizada disposição das moléculas. Esta rígida disposição recebe o nome de *retículo cristalino* e faz com que um material nesse estado mantenha as seguintes características:

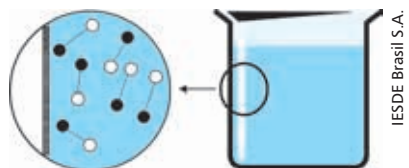


Sólido – forma e volumes definidos.

- forma e volumes bem definidos;
- as partículas estão próximas umas das outras e ligadas por forças elétricas intensas;
- as fortes ligações não permitem movimentação das partículas no interior do corpo;
- a única movimentação das partículas é devido à agitação térmica em torno de uma posição de equilíbrio.
- consideram-se exceção, as substâncias amorfas que, embora possam ser consideradas como sólidas, não apresentam o retículo cristalino, ou seja, suas moléculas não mantêm um arranjo organizado como é o caso, por exemplo, do vidro.

b) Fase líquida

Nessa fase, as partículas que compõem o corpo estão ligadas, mas não com a mesma intensidade que na fase sólida. Não há também a mesma disposição organizada das moléculas o que faz que esse estado físico mantenha as seguintes características:



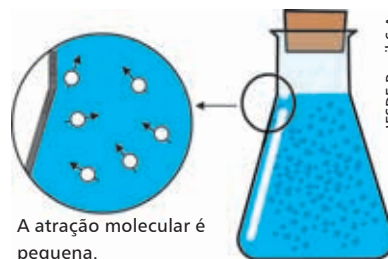
Líquido – apenas volume definido.

- volumes bem definidos;
- a forma é a do recipiente que contém a massa líquida;

- as partículas não estão tão próximas, mas ainda há força entre elas;
- há movimentação das partículas no interior do corpo.

c) Fase gasosa

Nessa fase as partículas que compõem o corpo praticamente não possuem mais nenhuma ligação. As moléculas estão livres umas das outras de forma a possuir completa mobilidade. Esse estado físico mantém as seguintes características:

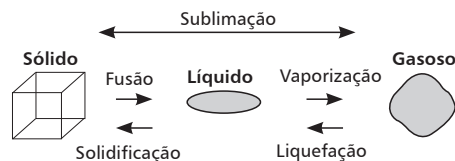


- volume e forma do recipiente que contém a massa gasosa;
- as partículas estão livres umas das outras;
- há movimentação (desorganizada) das partículas no interior do gás.

Mudança de estado de agregação (mudança de fase da matéria)

Os estados de agregação da matéria (comumente chamados fases da matéria) são funções da condição de temperatura e pressão.

Sendo assim, uma mudança nessas variáveis pode acarretar uma alteração na forma como as partículas do corpo estão agregadas. Com isso, podem vir a ocorrer as chamadas mudanças de fase. Tais mudanças são:



Todas as transformações podem ser agrupadas em:

- **endotérmicas** – ocorrem com ganho de energia térmica.
- **exotérmicas** – ocorrem com perda de energia térmica.

Propriedade das mudanças

De uma forma geral as mudanças de fase ocorrem obedecendo a duas propriedades fundamentais:

- se a pressão sob a qual a substância encontra-se submetida se mantiver constante durante a transformação, a temperatura do sistema se manterá constante também.
- para cada pressão existe uma temperatura característica na qual ocorre a mudança de fase.

Estudo das fases

Fusão

Corresponde à passagem da fase sólida para a fase líquida. Ocorre com recebimento de calor, de modo que ao receber energia as partículas tendem a se agitar mais e, em consequência, ocorre um aumento na distância média das partículas, proporcionando a condição de líquido. Define-se a temperatura de fusão como aquela na qual ocorre a mudança de fase.

Solidificação

Corresponde à passagem da fase líquida para a fase sólida. Durante a transformação ocorre perda de calor, gerando uma aproximação das partículas determinando assim a condição de sólido. Define-se a temperatura de solidificação como aquela na qual ocorre a mudança de fase.

Vaporização

Como você sabe, esse é o nome que se dá para a mudança de estado líquido para gasoso. Tal mudança pode receber, conforme a maneira segundo a qual ela se processa, três denominações particulares:

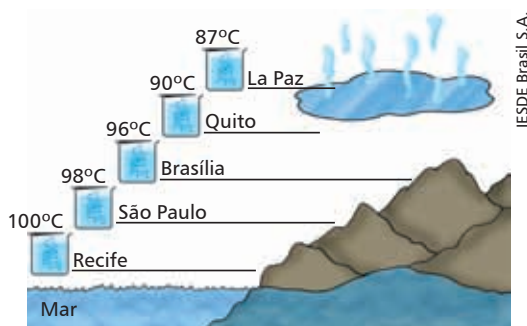
Ebulição

Temperatura determinada, agitação do líquido e formação de bolhas.

O processo de ebulição consiste na vaporização forçada, porém não tão brusca como a calefação. Observa-se que:

- a uma dada pressão, a temperatura na qual ocorre a ebulição é bem definida para cada substância.
- uma vez estabelecida a temperatura em que ocorrerá a ebulição é necessário fornecer energia para que o processo possa ocorrer.

- durante o processo a temperatura permanece constante desde que a pressão também se mantenha constante.
- a pressão influencia na ebulição, pois ela dificulta o desprendimento de moléculas para o estado gasoso. Quanto menor a pressão do meio exterior sobre a superfície do líquido mais fácil será a ebulição. Em regiões de maior altitude a pressão atmosférica é menor, fazendo com que a temperatura de ebulição seja menor. Ao nível do mar a água ferve a 100°C. Em La Paz (muito acima do nível do mar) a água ferve a 87°C.



Importante

A utilização da panela de pressão se baseia no fato de a temperatura de ebulição aumentar com o aumento da pressão à qual o líquido está exposto.



A panela de pressão não permite que o vapor expanda para a atmosfera, desse modo a pressão do vapor d'água no interior da panela é maior que a pressão atmosférica local. Assim a temperatura de ebulição é maior que a normal o que diminui o tempo de cozimento.

Evaporação

Se processa em qualquer temperatura, mudança lenta e sem formação de bolhas.

Quanto maior for a pressão que estiver sendo exercida pelo meio externo sobre a superfície do líquido, maior deverá ser a energia necessária para que uma partícula “escape” para a fase gasosa. Se as partículas que “escapam” são as de maior energia, sobram no líquido as de menor energia, o que implica numa diminuição da temperatura do mesmo (lembre-se: quanto menor a energia das partículas de um corpo menor será sua temperatura). Sendo assim, para que a evaporação continue é necessário absorver energia do meio externo, o que classifica o processo de endotérmico.

Para exemplificar esse fato, experimente jogar um pouco de álcool sobre as costas de sua mão. Você terá a sensação de frio. Isso se deve ao fato de que, para evaporar, o álcool irá retirar energia de sua mão e quando perdemos calor, sentimos a sensação de frio (quando ganhamos energia térmica, temos a sensação de “calor”).

Fatores que influenciam na velocidade de evaporação

Características físicas do líquido

Fatores como ser mais volátil ou menos volátil ou ainda a temperatura em que o líquido se encontra poderão influenciar na velocidade de evaporação.

Quanto à volatilidade

Observa-se que quanto mais volátil for o líquido maior será sua velocidade de evaporação, afinal maior será a tendência natural de suas partículas passarem para o estado gasoso.

Quanto à temperatura

A temperatura também está ligada de maneira direta à evaporação, pois quanto maior for a temperatura do líquido, maior será a energia de suas partículas o que facilita o escape das mesmas.

Assim: quanto mais volátil e quanto maior for a temperatura do líquido, maior será sua velocidade de evaporação.

Área de contato com o meio externo

Como as partículas que passam para o estado gasoso são aquelas que se encontram na superfície do líquido, teremos que, quanto maior for a área de contato, maior será o número de partículas em condições de escape. Assim, a área de contato é diretamente proporcional à velocidade de evaporação.

A velocidade de evaporação de um líquido é diretamente proporcional à área de sua superfície livre.

Pressão atmosférica

Quanto maior for o valor da pressão atmosférica no local onde o líquido se encontra, maior será a dificuldade das partículas escaparem para o estado gasoso. Dessa maneira poderemos concluir que um aumento da pressão atmosférica implica numa diminuição da velocidade de evaporação, ou seja, a velocidade de evaporação é inversamente proporcional à pressão atmosférica.

Calefação

Quando se deixa cair uma gota de um líquido sobre uma chapa metálica que esteja aquecida a uma temperatura bem mais alta que a de ebulição do líquido derramado ocorre a calefação. As gotas adquirem forma aproximadamente esférica. Se a temperatura da chapa metálica diminuir, aproximando-se da de ebulição do líquido, deixa de existir a calefação e as gotas entram em ebulição. O glóbulo do líquido em calefação não entra em contato com a superfície superaquecida.

Liquefação (ou condensação)

Passagem do estado de vapor para o estado líquido.

Sublimação

É a passagem do estado sólido direto para o estado gasoso, sem passar pelo estado líquido. Ex.: nafalina, CO_2 sólido, cânfora.

Costuma-se chamar de cristalização a passagem do estado gasoso direto para o estado sólido, sem passar pelo estado líquido. Ex.: se aquecermos iodo cristalino ele irá evaporar. Colocando-se uma superfície fria logo acima da evaporação, notaremos que o iodo se liga à superfície na forma de pequenos cristais.

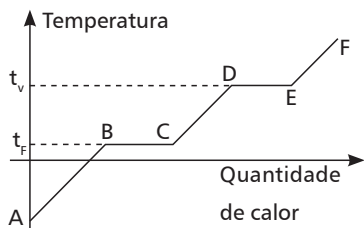
Observação

A água tem um comportamento diferente quando é aquecida de 0 a 4°C pois seu volume diminui nessa faixa de temperatura. Após os 4°C volta a ter o comportamento como as demais substâncias, ou seja, o volume aumenta. Isso explica o aparecimento dos icebergs apenas com uma pequena parte de seu volume na superfície e também essa é a causa do congelamento apenas na superfície dos lagos, uma vez que, quando a água começa a perder temperatura, antes de congelar, tem seu volume diminuído, consequentemente tornando-se mais densa.

Como é mais densa, a camada superior desloca-se para baixo até que a temperatura diminua de 0°C , onde não há mais diminuição do volume, congelando então apenas a parte superior, isso mantém as espécies marinhas vivas.

Curva de aquecimento

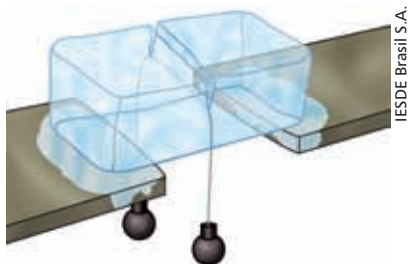
O gráfico a seguir ilustra a variação da temperatura de uma substância em função do calor absorvido pela mesma. Durante uma mudança de estado a temperatura não se altera.



- AB = sólido.
- BC = fusão.
- CD = líquido.
- DE = vaporização.
- EF = vapor.
- t_f = temperatura de fusão.
- t_v = temperatura de vaporização.

Regelo

Consideremos um bloco de gelo em temperatura um pouco inferior à temperatura de fusão.



Um fio metálico é apoiado no bloco, mantendo suspensos em suas extremidades dois corpos de pesos convenientes. O fio atravessa o bloco, mas não

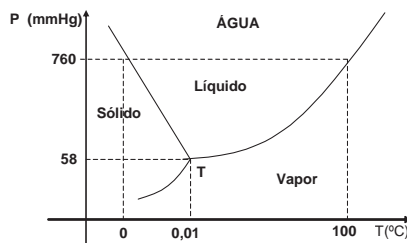
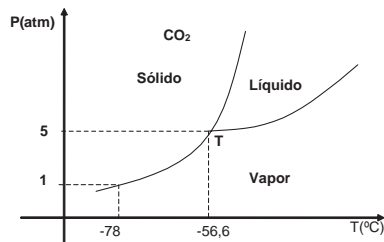
o divide: após a passagem completa do fio, o bloco continua inteiro!

Explicação: o acréscimo de pressão que o fio exerce no gelo que está abaixo dele provoca a sua fusão. Então, o fio atravessa a água produzida que, em seguida, retorna ao estado sólido (regelo), pois a pressão sobre ela volta a ser a pressão ambiente.

Diagrama de fase

Como vimos na seção anterior uma substância pode se encontrar na natureza sob três fases: sólida, líquida e gasosa. O que veremos agora é que cada uma dessas fases depende das condições físicas de pressão e temperatura a que a substância está submetida. Essas condições são apresentadas através de diagramas que estabelecem, sob a forma de gráficos, as temperaturas e pressões sob as quais determinada substância está em um ou outro dos três estados.

Analisaremos dois diagramas característicos, o primeiro do CO_2 , considerada uma substância de comportamento normal e depois o diagrama de fases da água, que juntamente com bismuto, a prata, o ferro e o antimônio, têm um comportamento anômalo.



Conforme podemos verificar no primeiro gráfico, as regiões foram divididas conforme a substância se encontra em um dos três estados.

A curva que separa as regiões da fase sólida e líquida é chamada *curva de fusão*, a curva que sepa-

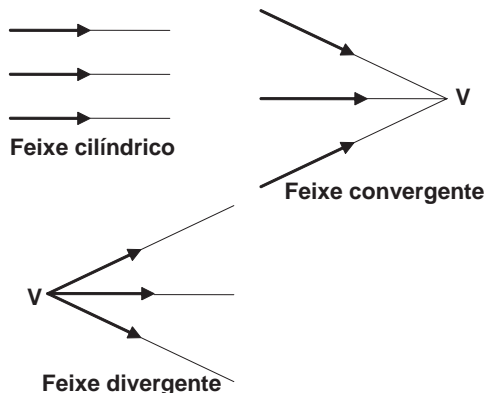
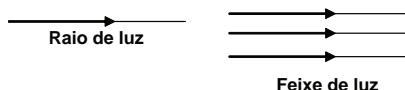
ra as regiões da fase líquida e de vapor é chamada *curva de vaporização* e a curva que divide as regiões das fases sólida e de vapor chama-se *curva de sublimação*. Observe que os pontos sobre qualquer uma dessas curvas indicam uma condição de temperatura e pressão na qual a substância existe nos dois estados limitados pela curva. Existe ainda um ponto, no centro, no qual as três curvas se encontram, onde a substância pode existir nos três estados ao mesmo tempo. Este ponto chama-se *ponto triplíce* ou *triplo*.

Óptica geométrica

Luz

É uma onda eletromagnética, e se propaga com uma velocidade de 300.000km/s ou 3×10^8 m/s.

- **Fontes de luz:** é qualquer corpo capaz de emitir luz (própria ou por reflexão).
- **Fontes primárias:** (ou corpos luminosos) são aqueles corpos capazes de emitir luz própria, tais como o Sol, as estrelas, uma lâmpada acesa, a chama de uma vela etc.
- **Fontes secundárias:** (ou corpos iluminados) são aquelas que refletem parte da luz que recebem de uma fonte primária, como, por exemplo, a Lua, a Terra e os demais planetas, espelhos, as pessoas, uma lâmpada apagada etc.
- **Raio de luz:** é a representação gráfica da luz (graficamente trata-se de uma seta indicativa da direção e do sentido de propagação da luz).
- **Feixe de luz:** é o nome dado ao conjunto de vários raios de luz.



- **Feixe policromático:** é um feixe de luz constituído de várias cores. Exemplo: luz branca, constituída de sete cores (vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, anil, violeta).
- **Feixe monocromático:** é um feixe de luz constituído de apenas uma cor. Exemplo: luz verde, vermelha, amarela.
- **Meio transparente:** permite a propagação completa da luz e a visualização nítida dos objetos. Exemplo: ar, vidro das lentes dos óculos.
- **Meio translúcido:** permite a propagação apenas parcial da luz, e não permite a visualização nítida dos objetos. Exemplo: vidro fosco, neblina.
- **Meio opaco:** não permite a propagação da luz e nem a visualização dos objetos. Exemplo: parede de tijolos, madeira, placa de ferro.
- **Meio homogêneo:** quando apresenta as mesmas características físicas em todos os pontos.
- **Cor dos corpos:** quando um corpo recebe luz, parte da energia é absorvida e parte é refletida. A cor do corpo corresponde à cor da radiação refletida. Assim, um corpo iluminado com luz branca é verde porque absorve todas as outras radiações e reflete o verde.

Tipos de feixe

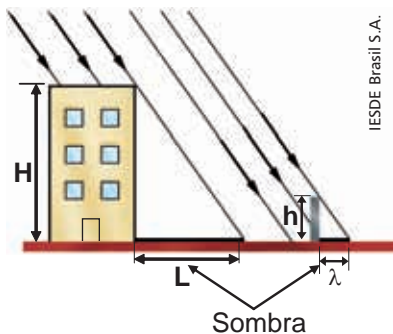
- **Feixe cilíndrico:** é aquele cujos raios são paralelos.
- **Feixe convergente:** é aquele cujos raios convergem para um ponto comum (denominado vértice).
- **Feixe divergente:** é aquele cujos raios divergem de um ponto comum (vértice).

Princípios da óptica

Princípio da propagação retilínea da luz

Nos meios homogêneos e transparentes a luz se propaga em linha reta.

Em consequência da propagação retilínea da luz, pode-se medir a altura de um corpo sem efetuá-la diretamente. Observe a figura a seguir:



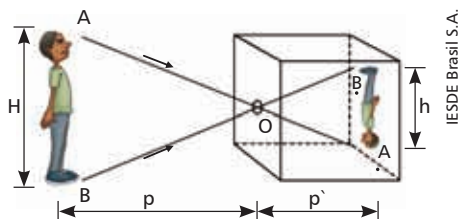
IESDE Brasil S.A.

- Da semelhança de triângulos:

$$\frac{H}{h} = \frac{L}{\lambda}$$

Câmara escura

Consiste basicamente de uma caixa de paredes opacas com um pequeno orifício em uma de suas paredes. Devido à propagação retilínea da luz, é formada uma imagem de um objeto colocado diante da caixa. A imagem é formada dentro da câmara, invertida e menor que o objeto original. Esse é o princípio de funcionamento de alguns aparelhos tais como máquinas fotográficas.



IESDE Brasil S.A.

- Da semelhança de triângulos:

$$\frac{H}{h} = \frac{p}{p'}$$

Princípio da reversibilidade

Todo caminho que a luz faz num sentido, ela também faz no sentido contrário.

Princípio da independência dos raios de luz

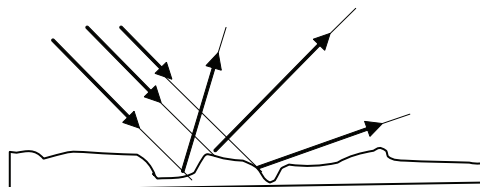
Os raios de luz são independentes uns em relação aos outros, isto é, quando dois raios se cruzam, um não muda a direção de propagação do outro.

Estudo da reflexão da luz

É o desvio dos raios de luz sofrido pela incidência destes sobre uma superfície opaca.

Reflexão irregular (difusão)

É a reflexão que ocorre numa superfície se esta for irregular.



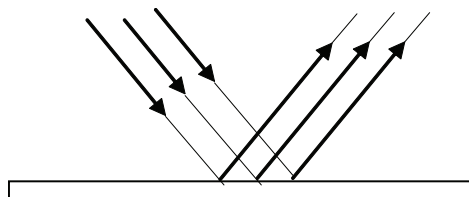
Observação

A difusão é importante na visualização de objetos, uma vez que a maioria dos objetos possui superfície irregular.

Ela permite a visualização das cores, uma vez que um corpo sob luz branca, difunde uma cor e absorve as demais. Um corpo verde, por exemplo, reflete a cor verde e absorve as demais cores.

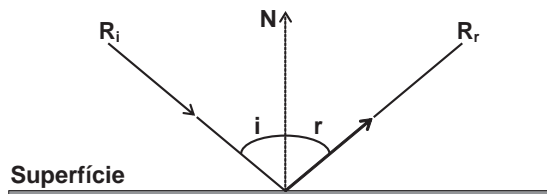
Reflexão regular

É a reflexão que ocorre numa superfície polida ou lisa.



Leis da reflexão

- 1.^a Lei da reflexão: o raio incidente (R_i), a reta normal ao plano de incidência (N) e o raio refletido (R_r) são coplanares.
- 2.^a Lei da reflexão: o ângulo de incidência (i) e o ângulo de reflexão (r) são congruentes.

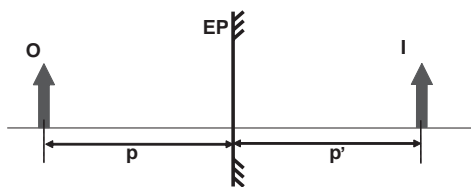


Espelhos planos

Um espelho plano é uma superfície polida plana (espelhada) que reflete regularmente a luz.

Propriedades dos espelhos planos

A imagem gerada por um espelho plano (I) é sempre virtual (formada atrás do espelho), direita (mesma posição do objeto original) e igual (mesmo tamanho do objeto original). A imagem gerada por um espelho plano (EP) está situada a uma distância (p') do espelho, igual à distância (p) que o objeto (O) se encontra do espelho. Tem-se: $p = p'$



A única modificação que um espelho plano causa em uma imagem é a inversão do sentido (esquerda – direita), da mesma, originando imagens de letras ao contrário; essas imagens são denominadas enantiomorfos. Por exemplo:

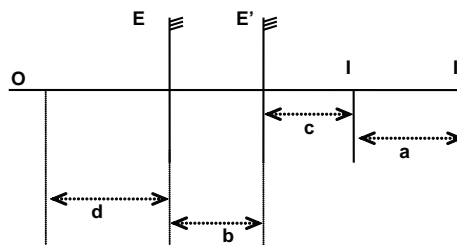
ATLAS ZAJTA



Jupiter Images - DPI Images.

Translação de espelho plano

Na figura abaixo o espelho plano E sofre um deslocamento b e a imagem sofre um deslocamento a . Vejamos a relação entre esses deslocamentos:



- I é imagem de O para E . $d = b + c$ (1).
- I' é imagem de O para E' . $d + b = c + a$ (2).
- Substituindo (1) em (2) vem: $b + c + b = c + a$.

Logo: $2b = a$

Assim quando deslocamos um espelho, as imagens nele formadas se deslocam duas vezes mais.

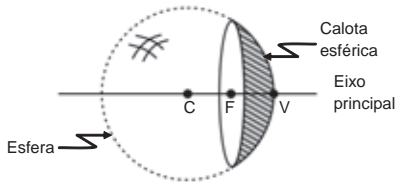
Pode-se fazer então:

$$\Delta S_{\text{imagem}} = 2\Delta S_{\text{espelho}}$$

Com isso a velocidade da imagem é o dobro da velocidade do espelho e ainda, a aceleração da imagem é o dobro da aceleração do espelho.

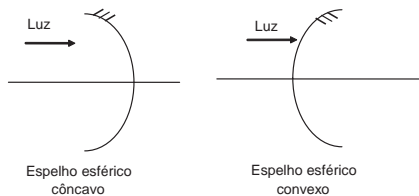
Espelho esférico

Definição: é aquele onde a superfície refletora é um pedaço de uma esfera oca (calota esférica).



Tipos

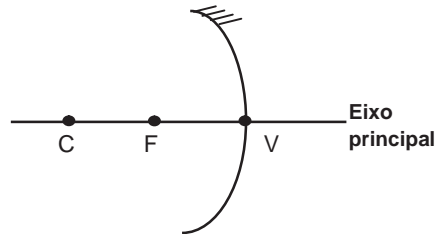
- I. **Côncavo:** se a superfície interna da calota for refletora.
- II. **Convexo:** se a superfície refletora for a externa.



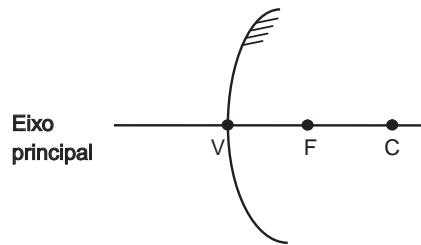
Elementos

- **Centro de curvatura (C):** é o centro da esfera que completa a calota.
- **Vértice (V):** é o polo da calota esférica.
- **Eixo principal:** é a reta que passa por C e V.
- **Foco principal (F):** é aproximadamente o ponto médio de C e V.
- **Eixo secundário:** é qualquer outra reta que passe pelo centro de curvatura, mas não intercepte a calota em V.

Espelho Côncavo



Espelho Convexo



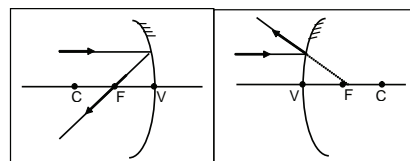
Condições de nitidez de Gauss

O ângulo de abertura em torno do vértice deve ser pequeno ($\theta < 10^\circ$).

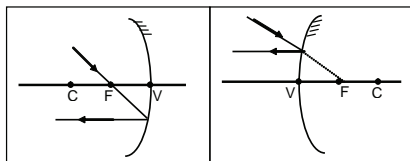
Os raios incidentes devem ser para-axiais, ou seja, próximos do eixo-principal e pouco inclinados em relação a ele.

Propriedades dos raios refletidos

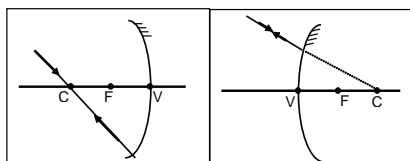
- 1.^a Um raio incidente paralelamente ao eixo principal é refletido na direção do foco principal.



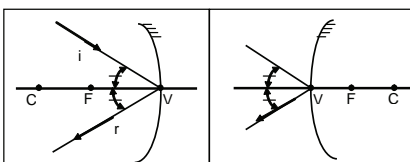
2.^a Um raio incidente na direção do foco principal é refletido paralelamente ao eixo principal.



3.^a Um raio incidente na direção do centro de curvatura é refletido sobre si mesmo (é autoconjugado).



4.^a Um raio incidente no vértice do espelho é refletido simetricamente em relação ao eixo principal.



Construção geométrica das imagens

Espelho convexo

Qualquer que seja a posição do objeto $AB = o$, colocado à frente desse tipo de espelho, ter-se-á sempre um único tipo de imagem $A'B' = i$: virtual, direita e menor.

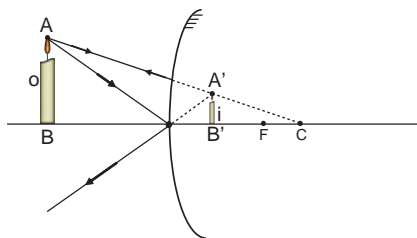


Imagem i $\left\{ \begin{array}{l} \text{virtual} \\ \text{direita (entre V e F)} \\ \text{menor} \end{array} \right.$

Espelho côncavo

Dependendo da posição do objeto $AB = o$, colocado à frente desse tipo de espelho, ter-se-á a formação de cinco tipos distintos de imagens $A'B' = i$.

- Objeto além do centro de curvatura C:

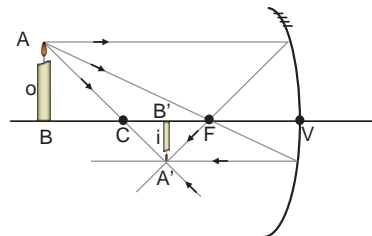


Imagem i $\left\{ \begin{array}{l} \text{real} \\ \text{invertida (entre F e C)} \\ \text{menor} \end{array} \right.$

- Objeto no centro de curvatura C:

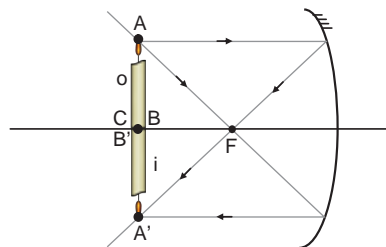


Imagem i $\left\{ \begin{array}{l} \text{real} \\ \text{invertida (No C)} \\ \text{igual} \end{array} \right.$

- Objeto entre o centro de curvatura C e o foco principal F:

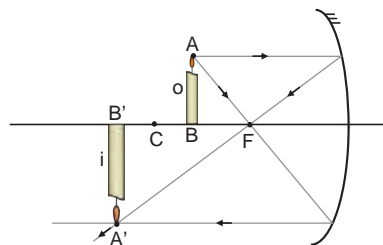


Imagem i $\left\{ \begin{array}{l} \text{real} \\ \text{invertida} \\ \text{maior (além do C)} \end{array} \right.$

- Objeto no foco principal F:

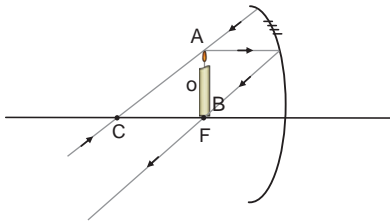


Imagem i { imprópria (no infinito).

- Objeto entre o foco principal F e o vértice V:

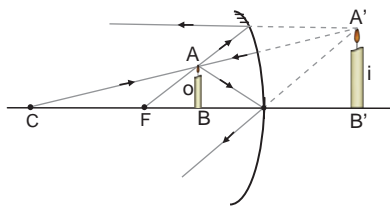
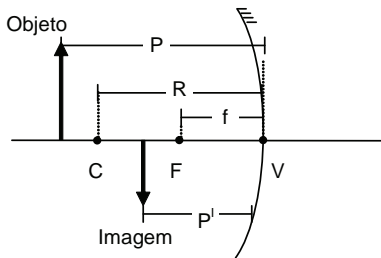


Imagem i { virtual
direita
maior

Estudo analítico



- f = distância focal.
- R = raio de curvatura.
- $R = 2f$
- P = distância do objeto ao espelho.
- P' = distância da imagem ao espelho.
- Equação dos pontos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'}$$

Observação 1

Objeto e imagem reais $\Rightarrow P > 0$ e $P' > 0$.

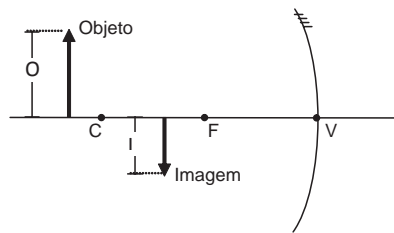
Objeto e imagem virtuais $\Rightarrow P < 0$ e $P' < 0$.

Observação 2

Espelho côncavo { C e F são pontos reais.
 $R > 0$ e $f > 0$.

Espelho convexo { C e F são pontos virtuais.
 $R < 0$ e $f < 0$.

Aumento linear transversal (A)



$$A = \frac{i}{O} = \frac{-P'}{P}$$

- O = altura do objeto.
- i = altura da imagem.

Observação

Imagem direita $\Rightarrow i > 0$ e $A > 0$.

Imagem invertida $\Rightarrow i < 0$ e $A < 0$.

Estudo da refração

Refração

É um fenômeno luminoso em que a luz passa de um meio transparente (1) para outro meio transparente (2), o que acarreta mudança na velocidade da luz.

Índice de refração absoluto (n):

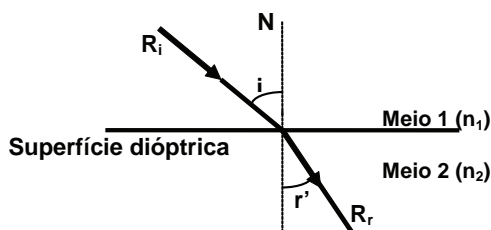
É a grandeza física que mede a inércia do meio em relação à propagação da luz. Matematicamente é definido por:

$$n = \frac{c}{V}$$

- c = velocidade da luz no vácuo ($c = 3 \times 10^8 \text{m/s}$).
- V = velocidade da luz no meio.

O índice de refração do vácuo será sempre 1 e também o índice de refração do ar terá aproximadamente o mesmo valor, uma vez que a velocidade da luz no ar é aproximadamente igual à velocidade da luz no vácuo.

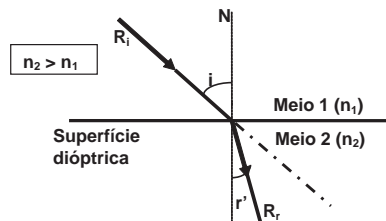
Leis da refração



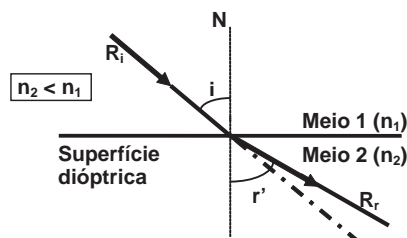
- 1.^a Lei: o raio incidente (R_i), a reta normal (N) e o raio refratado (R_r) são coplanares.
- 2.^a Lei (lei de Snell-Descartes): para cada dióptro existe uma razão constante entre o seno do ângulo de incidência (i) e o seno do ângulo de refração (r).

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Análise do desvio



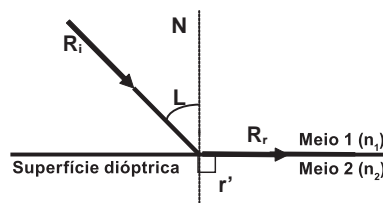
Nesse caso o raio se aproxima da normal.



Nesse caso o raio se afasta da normal.

Ângulo limite (L)

É o ângulo de incidência para o qual a refração é rasante ($r = 90^\circ$).



$$\text{sen } L = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_{\text{menos refringente}}}{n_{\text{mais refringente}}}$$

Se a incidência, nas condições acima, ocorrer com ângulo de incidência maior que L , então ocorrerá a reflexão total.

Dióptros

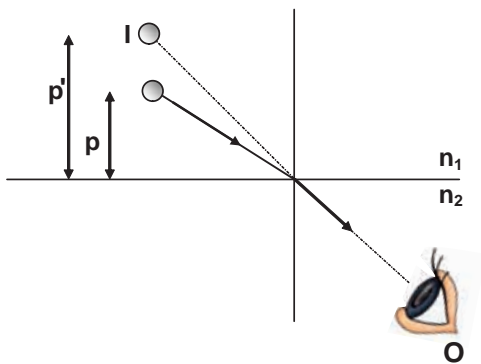
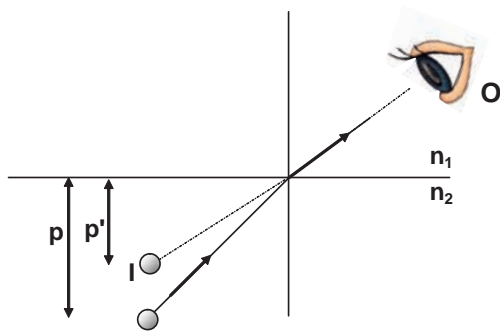
Definição: é a união de dois meios ordinários (homogêneos). Os dióptros podem ser: planos, esféricos etc.

Dióptro plano

É aquele constituído por uma superfície plana separando os dois meios. O exemplo mais simples de um dióptro plano é o par *ar e água*.

Formação de imagens

De uma forma geral tem-se, para $n_1 > n_2$:



Nas figuras, têm-se:

- O – observador (vê a imagem I).
- p – profundidade (ou altura) real do objeto.
- p' – profundidade (ou altura) aparente da imagem.

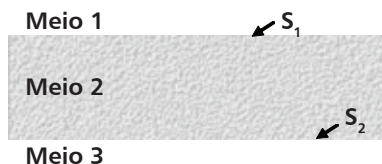
- $n_{\text{observador}}$ – índice de refração do meio onde se situa o observador.
- n_{objeto} – índice de refração do meio onde se situa o objeto e também a sua imagem virtual.

$$\frac{p}{p'} = \frac{n_{\text{objeto}}}{n_{\text{observador}}}$$

Associação de dióptros

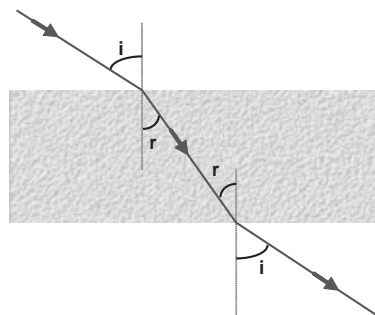
Lâminas de faces paralelas

Na figura abaixo vemos dois dióptros planos. O primeiro é constituído pelos meios 1 e 2 e pela superfície de separação S_1 . O segundo pelos meios 2 e 3 e pela superfície S_2 .

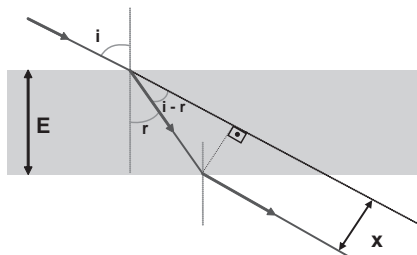


Para o caso em que as duas superfícies S_1 e S_2 forem planas e paralelas, o **meio 2** constituirá o que se chama de lâmina de faces paralelas. A vidraça de uma janela é um exemplo desse tipo de lâmina na qual os meios 1 e 3 são o ar e o meio 2 o vidro.

- **Propriedade:** numa lâmina de faces paralelas os raios incidentes e emergentes são paralelos.



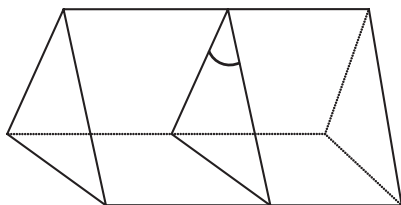
- **Deslocamento Lateral:** é a distância x entre os raios a e b que, como vimos, são paralelos.



$$x = E \cdot \frac{\text{sen}(i - r)}{\text{cos } r}$$

Prismas

São compostos pela associação de dois dióptros, porém as superfícies de separação entre os meios não são paralelas.



Elementos

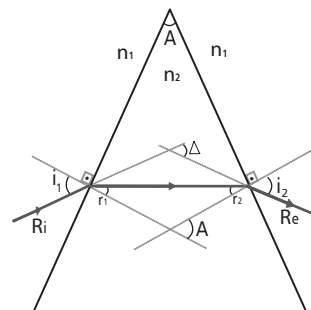
- **Faces:** são os dois dióptros.
- **Aresta:** intersecção das faces.
- **Secção transversal:** intersecção com o prisma de um plano perpendicular à sua aresta.
- **Abertura:** ângulo entre as faces.

Trajétoria de um raio luminoso

Sejam:

- R_i = raio incidente.
- R_e = raio emergente.
- i_1 = ângulo de incidência na primeira face.
- A = ângulo de abertura ou refringência do prisma.
- n_1 = índice de refração do meio envolvente.
- n_2 = índice de refração do prisma.

- r_1 = ângulo de refração na primeira face.
- r_2 = ângulo de incidência na segunda face.
- i_2 = ângulo de refração na segunda face.
- Δ = ângulo de desvio do raio luminoso.



Equações

- Refração na 1.ª Face: $n_1 \cdot \text{sen } i_1 = n_2 \cdot \text{sen } r_1$
- Refração na 2.ª Face: $n_2 \cdot \text{sen } r_2 = n_1 \cdot \text{sen } i_2$
- Da Geometria: $A = r_1 + r_2$ e $\Delta = i_1 + i_2 - A$

Desvio mínimo

Demonstra-se que, para n e A constantes, o desvio é função do ângulo de incidência i .

Lembrando do princípio da reversibilidade dos raios, vemos que i_2 é igual ao ângulo de refração na segunda face quando o ângulo de incidência na primeira for i_1 . Daí vem que na situação de desvio mínimo: $i_1 = i_2 = i$

Lentes esféricas delgadas

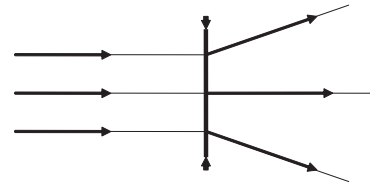
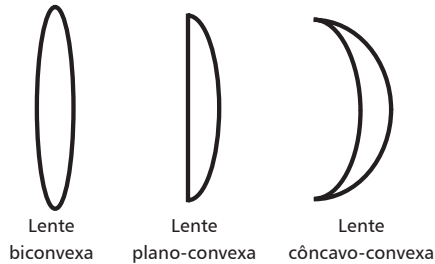
Lentes esféricas

É uma associação de dois dióptros, sendo um esférico e o outro podendo ser esférico ou plano.

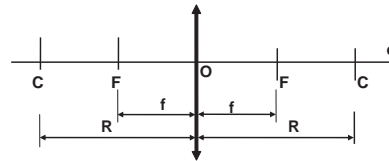
Tipos de lentes esféricas

Lentes de bordas delgadas

São aquelas que são finas nas extremidades e aumentam a sua espessura em direção ao centro.

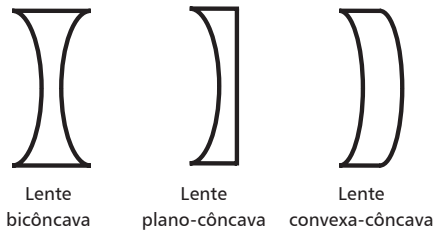


Elementos de lentes esféricas



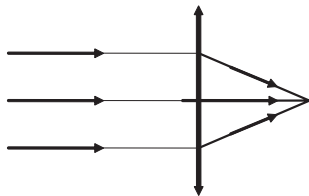
Lentes de bordas espessas

São aquelas que são espessas nas extremidades e diminuem a sua espessura em direção ao centro.



Lentes convergentes e divergentes

São ditas *convergentes* as lentes que convergem os raios que passam por elas. São muito utilizadas em microscópios, projetores (de slides, cinema, retro-projetores), lupas e na correção da maioria dos defeitos de visão como hipermetropia e presbiopia.

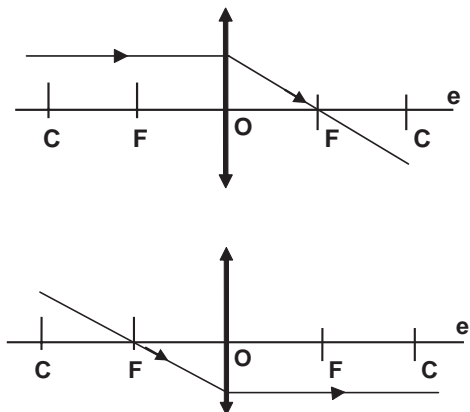


São ditas *divergentes* as lentes que divergem os raios que passam por elas. São menos utilizadas que as de bordas delgadas, sendo uma aplicação mais conhecida o seu uso na correção de miopia.

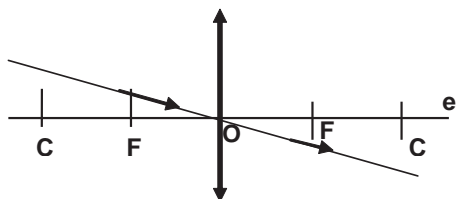
- **Raios de curvatura (R)**: medidas dos raios das superfícies esféricas originais da lente, ou seja, representa a distância dos centros de curvatura até o vértice da lente.
- **Eixo da lente (e)**: linha que une os centros das calotas que geraram a lente.
- **Centro óptico (O)**: ponto central da lente que marca a interseção entre ela e seu eixo.
- **Focos (F)**: ponto do eixo da lente que possui conjugado no infinito (elemento impróprio).
- **Ponto antiprincipal (2F)**: situa-se a duas vezes a distância do foco.
- **Distância focal (f)**: medida da distância entre os focos e o centro óptico.

Propriedades dos raios

Existem alguns raios de luz especiais, que ao incidirem em certos pontos da lente se refratam de uma forma muito peculiar, o que lhes confere o nome de raios notáveis. Todo raio que incide paralelamente ao eixo da lente se refrata passando pelo foco do mesmo. E como a luz possui reversibilidade, todo raio que incide passando pelo foco da lente é refratado paralelo ao eixo.



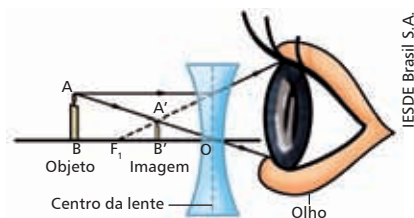
Outro raio notável é o raio que passa pelo centro óptico da lente, que é refratado sem sofrer mudança em sua direção.



Formação de imagens

Lente divergente

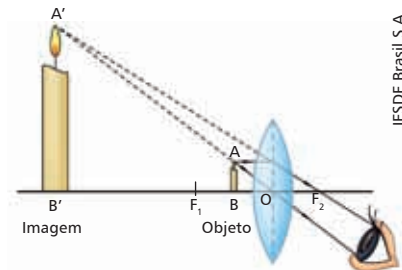
Diante de uma lente divergente, qualquer que seja a posição do objeto, as características da imagem são sempre iguais.



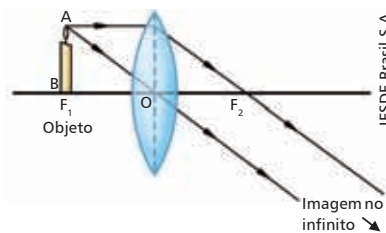
Lente convergente

A imagem de um ponto é obtida pela interseção de pelo menos dois raios refratados correspondentes a dois raios incidentes provenientes do ponto.

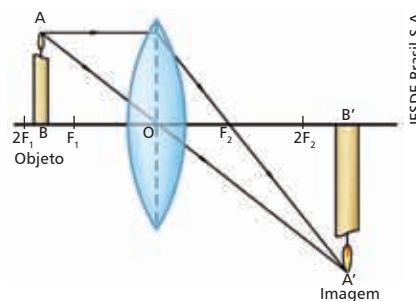
Objeto entre o foco principal e a lente



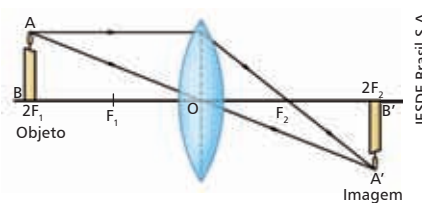
Objeto sobre o foco



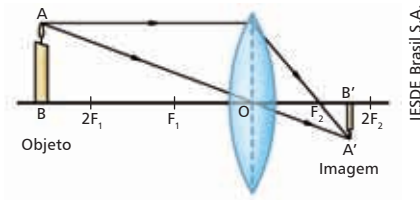
Objeto entre o foco e 2F (ponto antiprincipal do objeto)



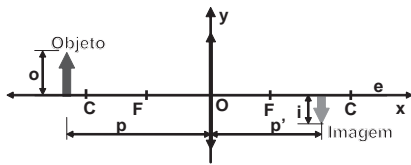
Objeto sobre 2F



Objeto além de 2F



Estudo analítico



Equação dos pontos conjugados

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Aumento linear transversal (A)

$$A = -\frac{p'}{p} = \frac{i}{o}$$

Convenções

- Objetos e imagens reais têm abscissas positivas enquanto objetos e imagens virtuais têm abscissas negativas.
- f = abscissa do foco principal.
 $f < 0 \rightarrow$ lente divergente.
 $f > 0 \rightarrow$ lente convergente.

Potência ou vergência (C)

$$C = \frac{1}{f}$$

Se a distância focal for medida em metros, a convergência da lente será medida em dioptrias (di).

Equação de Halley ou dos fabricantes de lentes

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Onde:

- n_2 = índice de refração do material da lente.
- n_1 = índice de refração do meio exterior.
- R_1 e R_2 = raios de curvatura das faces.

Os raios R_1 e R_2 são considerados positivos para superfícies convexas, e negativos para superfícies côncavas. O raio de curvatura das superfícies planas pode ser considerado infinito de forma que:

$$\frac{1}{R} = 0$$

Associação de lentes

Justaposição

Para essa associação, a distância entre os centros ópticos das lentes é nula ou desprezível.

$$\frac{1}{f_{EQ}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \dots \rightarrow C_{EQ} = C_1 + C_2 + \dots$$

Sem justaposição

Para essa associação a distância entre os centros não é desprezível. Ao analisar problemas que envolvem associações de lentes não justapostas devemos proceder da seguinte forma:

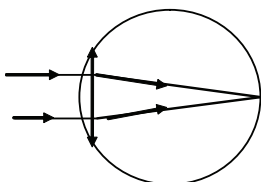
- determinamos a imagem que a primeira lente produz do objeto, desconsiderando a existência da segunda lente.
- usamos a imagem determinada anteriormente como objeto para a segunda lente determinando em seguida sua imagem, desconsiderando a primeira lente.

Olho humano

Os olhos são os responsáveis por nossa visão. São duas bolsas membranosas cheias de líquido, embutidas em cavidades ósseas do crânio denominadas órbitas oculares.

O globo ocular (bulbo do olho) é formado por três camadas de tecido: esclera, corioide e retina.

O olho humano pode ser considerado, de forma simplificada, como um sistema óptico que atua como uma lente biconvexa.



Acomodação visual

É a variação da vergência do globo ocular para que a imagem de um objeto se forme sempre na retina.

Ponto remoto

É a distância máxima para a qual o olho não precisa se acomodar para permitir uma visão distinta, ou seja, a musculatura está relaxada.

Ponto próximo

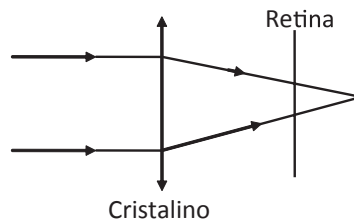
É a distância mínima para a qual o olho consegue formar imagens nítidas.

Para o olho normal o ponto remoto situa-se sempre no infinito. O ponto próximo varia com a idade. À medida que envelhecemos, a musculatura vai perdendo sua capacidade de compressão e o ponto próximo se afasta do olho. Para adultos de visão normal, costuma-se considerar a distância mínima de visão distinta igual a 25cm.

Ametropias ou defeitos da visão

Hipermetropia

Ametropia decorrente ou do pequeno poder de curvatura do cristalino ou do fato de o globo ocular ser alongado acima do normal. A correção é feita com lentes convergentes.

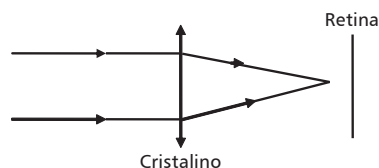


Presbiopia

Também conhecida como vista cansada. Consiste no afastamento do ponto próximo pela perda de vigor da musculatura ocular com a idade. É o que faz com que pessoas mais velhas afastem livros e jornais para conseguirem focar as imagens. Para corrigir o problema usam-se lentes convergentes.

Miopia

No olho míope, imagens de objetos no infinito se formam antes da retina. Os pontos remoto e próximo se encontram mais próximos do olho que o normal.



Para corrigir o problema usa-se uma *lente divergente*.

Astigmatismo

Defeito decorrente do fato da córnea não ser esférica, mas semelhante a um balão sendo comprimido. E, sendo assim, as imagens formadas sobre a retina não são nítidas, aparecendo "borradas". A correção é feita com *lentes cilíndricas*.

Instrumentos ópticos

Instrumentos de observação

Produzem uma imagem virtual. Os raios emergentes do sistema chegam diretamente aos olhos do observador. Exemplos: lupa, microscópio, luneta, telescópio.

Instrumentos de projeção

Produzem imagens reais que são projetadas sobre um anteparo. Os raios chegam aos olhos do observador depois de sofrerem reflexão no anteparo. Exemplos: câmara fotográfica, filmadoras, projetores.

Aumento angular

O aumento gerado por um instrumento óptico é definido como a razão entre o ângulo visual α sob o qual o objeto é observado através do instrumento e o ângulo visual α_0 pelo qual o objeto é observado a olho nu:

$$A = \frac{\alpha}{\alpha_0}$$

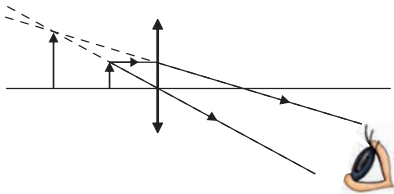
Como esses ângulos são em geral pequenos:

$$A = \frac{\text{tg}\alpha}{\text{tg}\alpha_0}$$

Instrumentos de observação

A lupa (ou microscópio simples)

Lente convergente para a qual o objeto é colocado entre o foco e a lente. A imagem produzida é maior, virtual e direita em relação ao objeto.



Aumento da lupa

O aumento da lupa, para um objeto colocado sobre o seu primeiro ponto focal, é:

$$M = \frac{\delta d}{f}$$

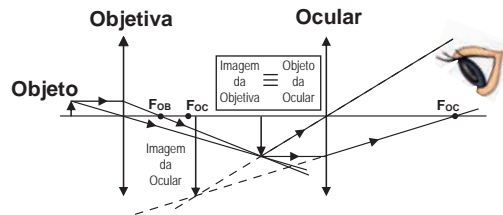
onde:

- δd = distância mínima de visão distinta = 25cm para um olho normal.
- f = distância focal da lente em centímetros.

O Microscópio (ou microscópio composto)

Associação de duas lentes convergentes

A primeira, de pequena distância focal chamada objetiva, produz uma imagem real, maior e invertida que funciona como objeto para a segunda lente. Esta por sua vez, chamada ocular, funciona como lupa e produz um aumento adicional.



Aumento do microscópio composto

Quando a imagem da objetiva se forma no primeiro plano focal da ocular, o aumento é dado por:

$$M = - \frac{L}{f_{OB}} \cdot \frac{\delta d}{f_{OC}}$$

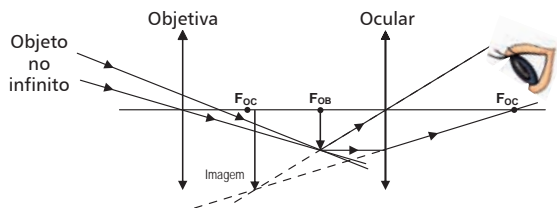
onde:

- L = distância entre o segundo ponto focal da objetiva e o primeiro ponto focal da ocular.
- f_{OB}, f_{OC} = distâncias focais da objetiva e da ocular respectivamente.
- δd = distância mínima de visão distinta.
- O sinal negativo indica a inversão da imagem.

A luneta astronômica (ou telescópio refrator)

Associação de duas lentes convergentes usadas para observação de objetos muito distantes. A primeira lente chamada objetiva recebe os raios paralelos provenientes do objeto e conjuga uma imagem

real no plano focal imagem. A distância focal da objetiva é da ordem de decímetros ou metros. A segunda lente, ocular, funciona como lupa.



Aumento da luneta

O aumento de uma luneta é dado por:

$$M = - \frac{f_{OB}}{f_{OC}}$$

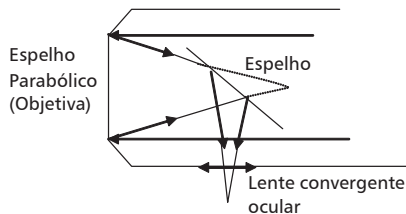
Onde o sinal negativo indica que a imagem é invertida.

Observação

Essa fórmula também é válida para a luneta de Galileu. Lembrar, porém, que neste caso $f_{OC} < 0$, pois a lente é divergente.

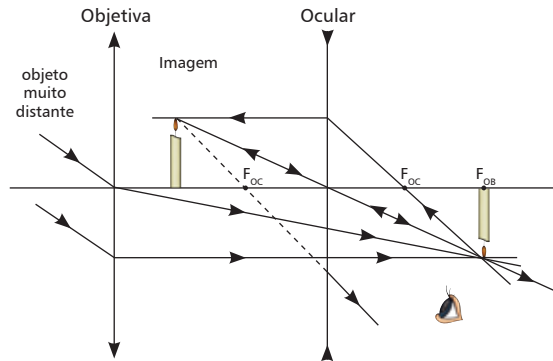
O telescópio (ou telescópio refletor)

A exemplo das lunetas astronômicas, o telescópio também é usado para observar objetos distantes. Os raios emergentes do espelho parabólico são desviados por um espelho plano e incidem numa lente convergente denominada ocular.



A luneta terrestre

Essa luneta produz uma imagem direita em relação ao objeto e por isso é mais adequada para observação de objetos terrestres do que a luneta astronômica.



Binóculo

O binóculo é composto por duas lunetas terrestres, sendo dotado de um sistema de prismas, interno a elas, que permite seu tamanho reduzido, desviando adequadamente o feixe luminoso.

Instrumentos de projeção

A máquina fotográfica

Lente convergente que forma a imagem sobre uma película fotossensível. A distância lente-filme é ajustável de forma que, para diferentes posições do objeto, sua imagem se forma sempre sobre o filme.

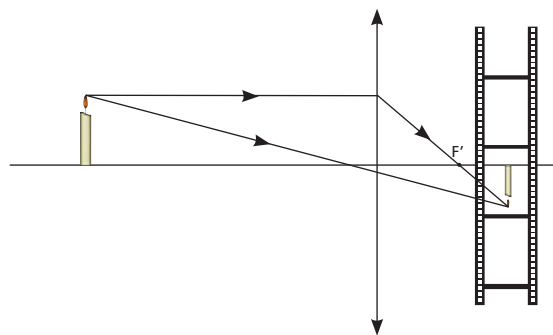
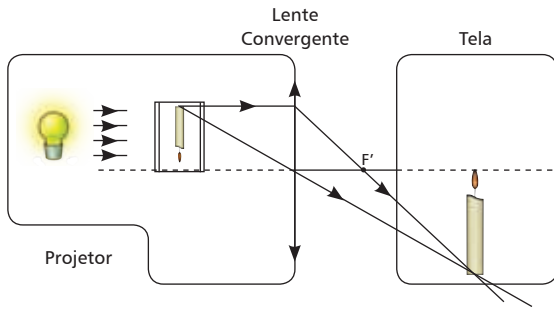


Imagem real, menor e invertida.

O projetor de slides

O projetor de slides (diapositivos) consiste basicamente de uma lente convergente que produz imagens reais, maiores e invertidas. Para ser nítida a imagem deve recair exatamente sobre a tela difusora na qual é projetada. O projetor de filmes funciona de forma análoga.



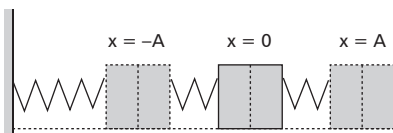
Movimento harmônico simples (MHS)

Características

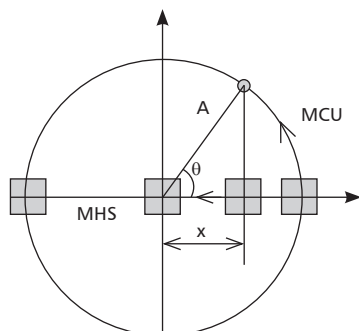
- Oscilatório (oscila em torno de uma posição de equilíbrio);
- Periódico (repete-se em intervalos de tempos iguais).

Modelo teórico

Massa Mola



Analogia com movimento circular uniforme (MCU)



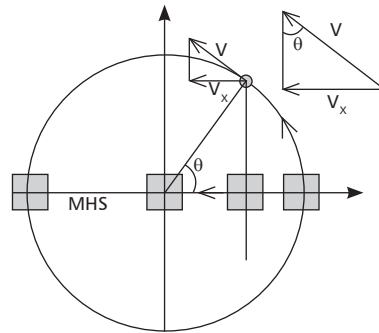
Da figura, temos: $x = A \cdot \cos \theta$

Equação horária da posição angular no MCU: $\theta = \theta_0 + \omega \cdot t$

Logo:

$$x = A \cdot \cos(\theta_0 + \omega \cdot t)$$

(Equação horária da elongação)



Da figura, temos: $v_x = -v \cdot \sin \theta$

Relação entre velocidade linear (tangencial) e velocidade angular: $v = \omega \cdot A$

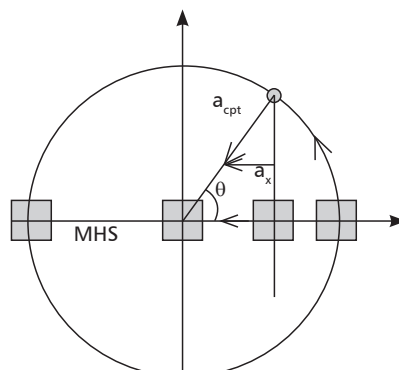
Logo:

$$v_x = -\omega \cdot A \cdot \sin(\theta_0 + \omega \cdot t)$$

(Equação horária da velocidade)

Observação

O sinal negativo indica que a velocidade do bloco é negativa no I e no II quadrantes e positiva no III e no IV quadrantes.



Da figura, temos: $a_x = -a_{cpt} \cdot \cos \theta$

Aceleração centrípeta no MCU: $a_{cpt} = \omega^2 \cdot A$

Logo:

$$a_x = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\theta_0 + \omega \cdot t)$$

(Equação horária da aceleração)

Observação

O sinal negativo indica que a aceleração do bloco é negativa no I e no IV quadrantes e positiva no II e no III quadrantes.

Dividindo a expressão da aceleração pela expressão da elongação, temos:

$$\frac{a_x}{x} = -\omega^2 \Rightarrow a_x = -\omega^2 \cdot x$$

(Relação entre aceleração e elongação)

Velocidade angular (pulsação) e período do MHS

Força restauradora:

$$F_R = -k \cdot x \Rightarrow m \cdot a_x = -k \cdot x \Rightarrow m(-\omega^2 \cdot x)$$

$$= -k \cdot x \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

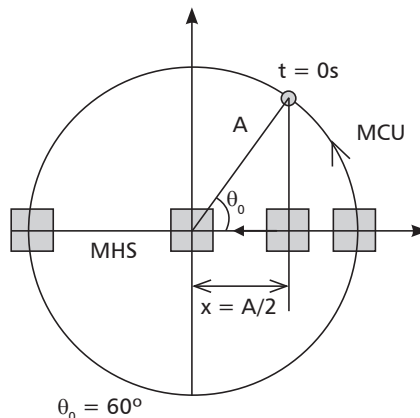
$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Fase inicial do MHS

A fase inicial do MHS é a posição angular da partícula que executa MCU no instante $t = 0s$ (início da observação).

Exemplos:

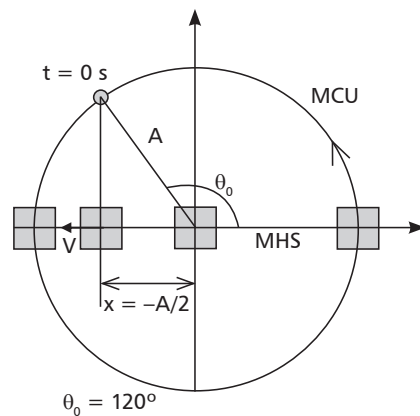
Ex. 1



Equações horárias

$$\begin{aligned} X_0 &= A \cdot \cos(60^\circ) = \frac{A}{2} \\ V_{X_0} &= -\omega \cdot A \cdot \sin(60^\circ) = -0,87 \omega \cdot A \\ a_{X_0} &= -\omega^2 \cdot \frac{A}{2} \end{aligned}$$

Ex. 2



Equações horárias

$$\begin{aligned} X_0 &= A \cdot \cos(120^\circ) = -\frac{A}{2} \\ V_{X_0} &= -\omega \cdot A \cdot \sin(120^\circ) = -0,87 \cdot \omega \cdot A \\ a_{X_0} &= \omega^2 \cdot \frac{A}{2} \end{aligned}$$

○ Observação

Das figuras anteriores nota-se que a fase inicial depende da posição e do sentido da velocidade do bloco no instante inicial.

Energia no MHS

Energia potencial elástica.

$$E_{POT} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

Energia cinética.

$$E_{CIN} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Energia mecânica.

$$E_{MEC} = E_{CIN} + E_{POT}$$

Para $x = \pm A$ temos $v = 0$ (mudança de sentido do movimento), logo:

$$E_{MEC} = E_{POT} = \frac{k \cdot A^2}{2}$$

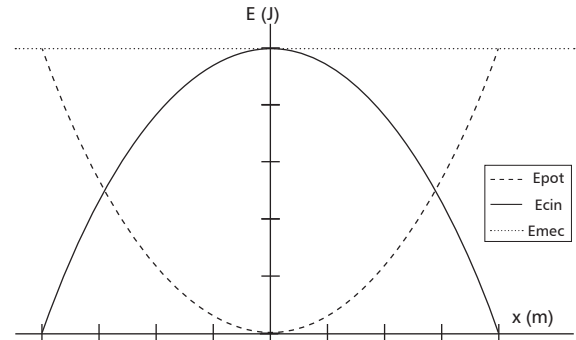
Como a energia mecânica é constante, podemos escrever:

$$E_{CIN} = E_{MEC} - E_{POT} = \frac{k \cdot A^2}{2} - \frac{k \cdot x^2}{2} \Rightarrow$$

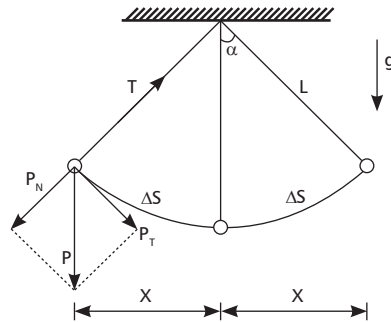
$$E_{CIN} = \frac{k}{2} \cdot (A^2 - x^2)$$

A seguir temos a distribuição da energia em função do deslocamento.

Gráfico de Energia potencial, cinética e mecânica X deslocamento



Pêndulo simples



Força restauradora do movimento:

$$F_R = P_T \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g \cdot \text{sen} \alpha \Rightarrow a = g \cdot \text{sen} \alpha$$

Sendo α um ângulo pequeno, é válida a aproximação:

$$\text{sen} \alpha \cong \alpha = \frac{\Delta S}{L} \cong -\frac{x}{L} \Rightarrow a = -g \cdot \frac{x}{L} \Rightarrow$$

$$-\omega^2 \cdot x = -\frac{g}{L} \cdot x \Rightarrow \omega^2 = \frac{g}{L} \Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

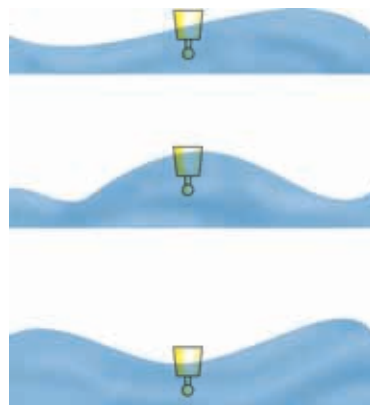
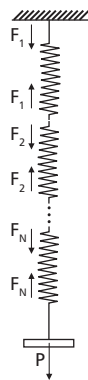
Associação de molas em série

$$F_E = F_1 = F_2 = \dots = F_N$$

$$x_E = x_1 + x_2 + \dots + x_N$$

$$\frac{F_E}{k_E} = \frac{F_1}{k_1} + \frac{F_2}{k_2} + \dots + \frac{F_N}{k_N}$$

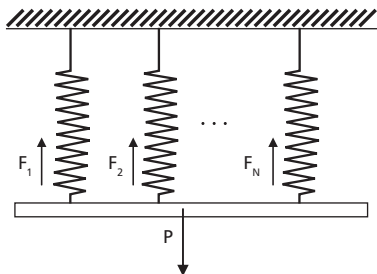
$$\frac{1}{k_E} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_N}$$



IESDE Brasil S.A.

Ao passar sob um barco em alto mar, a onda levanta o barco transferindo-lhe energia potencial gravitacional, que é devolvida pelo meio em forma de trabalho e energia cinética.

Associação de molas em paralelo



$$x_E = x_1 = x_2 = \dots = x_N$$

$$F_E = F_1 + F_2 + \dots + F_N$$

$$k_E \cdot x_E = k_1 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2 + \dots + k_N \cdot x_N$$

$$k_E = k_1 + k_2 + \dots + k_N$$

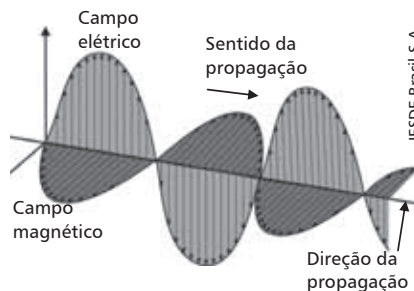
Ondulatória

Onda é uma perturbação que se propaga em um meio, transportando *apenas energia sem transportar matéria*.

Classificação das ondas

Quanto à natureza

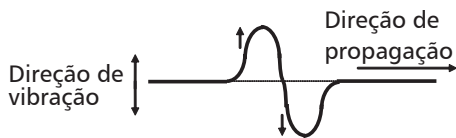
- Ondas mecânicas:** são ondas que necessitam de meio material para sua propagação. Essas ondas são deformações elásticas que ocorrem nos meios materiais. O principal exemplo é o som.
- Ondas eletromagnéticas:** perturbação formada por um campo elétrico e outro magnético que se propaga através do vácuo ou de meios materiais. O principal exemplo é a luz.



IESDE Brasil S.A.

Quanto à direção de vibração

- a) **Ondas transversais:** são ondas em que as vibrações ocorrem numa direção perpendicular à direção de propagação. Observe que as ondas eletromagnéticas são transversais, pois os campos oscilam perpendicularmente à propagação. A onda da figura a seguir também é transversal.



- b) **Ondas longitudinais:** são ondas em que a vibração tem a mesma direção da propagação. São exemplos de ondas longitudinais: som e ondas em molas (como na figura a seguir):



- c) **Ondas mistas:** são ondas mecânicas formadas por vibrações transversais e longitudinais concomitantes. O exemplo mais comum é o de ondas nas superfícies dos líquidos. As ondas sonoras nos sólidos também são mistas.

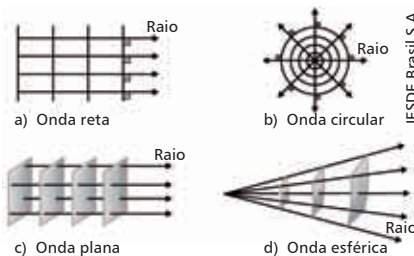
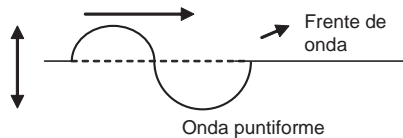
Quanto à dimensão de uma onda

- a) **Onda unidimensional:** onda em que a propagação se dá ao longo de uma linha. Ex.: onda em uma corda.
- b) **Onda bidimensional:** onda que se propaga ao longo de uma superfície. Ex.: onda sobre a superfície de um líquido.
- c) **Onda tridimensional:** onda cuja propagação se dá em todas as direções. Ex.: onda luminosa.

Quanto à frente de onda

Frente de onda é a fronteira que separa o meio onde a onda se propaga em duas regiões: a região já atingida e a que ainda será atingida. Temos a seguir algumas classificações:

- **puntiforme:** a frente de onda é um ponto.
- **circular:** a frente de onda é uma circunferência.
- **reta:** a frente de onda é uma linha reta.
- **esférica:** a frente de onda é uma esfera.
- **plana:** a frente de onda é um plano.



IESDE BRASIL S.A.

Observação

Definem-se linhas de ondas como sendo o lugar geométrico dos pontos que são atingidos ao mesmo tempo por uma perturbação.

Raio de onda

A propagação de uma onda pode ser representada por um ente geométrico imaginário denominado raio de onda. Assim:

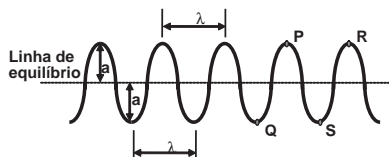
Raio de onda: linha fictícia orientada que tem origem na fonte emissora da onda e é perpendicular às frentes de onda:



Observe que o raio de onda caracteriza a propagação ondulatória, isto é, indica a direção e o sentido da onda.

Ondas harmônicas

A figura abaixo mostra o perfil de uma onda harmônica numa corda. Para criar tal perturbação fez-se a extremidade livre da mesma oscilar em MHS. Assim, cada ponto da corda simplesmente repete o movimento feito pela extremidade.



Elementos

Comprimento de onda (λ)

É a distância entre duas cristas ou dois vales consecutivos.

Amplitude (a)

É a distância entre a linha de equilíbrio ou média e uma crista ou vale de uma onda.

Período (T)

É o tempo gasto para uma onda realizar uma vibração completa, ou seja, o tempo necessário para que duas cristas passem pelo mesmo ponto.

Frequência (f)

É o número de oscilações realizadas pela onda por unidade de tempo, ou seja, o número de cristas que passam por um ponto num dado intervalo de tempo. É medida em hertz (Hz). A relação entre período e frequência é:

$$f = \frac{1}{T}$$

Velocidade de propagação (V)

Toda onda se propaga com uma determinada velocidade de propagação (V), que pode ser interpretada

como a distância percorrida por um pulso de onda na unidade de tempo. É medida em m/s.

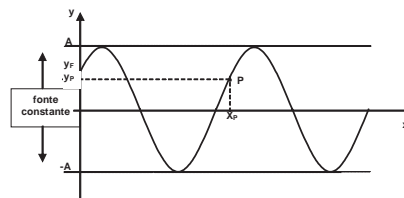
$$V = \lambda \cdot f$$

Concordância e oposição de fases

Quando o movimento de dois ou mais pontos de uma onda estiverem em sentidos contrários dizemos que esses estão em oposição de fase e quando esses pontos estiverem se movimentando no mesmo sentido dizemos que estão em concordância de fase.

Função de onda

Quando uma corda (ou mola) tensa, isto é, esticada por tração, recebe um pulso como na figura abaixo, essa perturbação irá se propagar sem perder a forma; dessa maneira o pulso que chegará a qualquer ponto P da corda é o mesmo que saiu da fonte em um intervalo de tempo Δt atrás (Δt é o tempo gasto para a perturbação percorrer a distância x que separa a fonte e o ponto P).



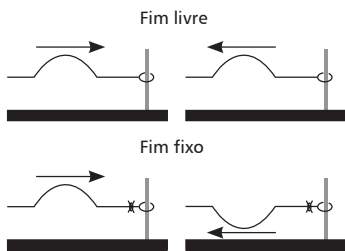
$$y = A \cos \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \theta_0 \right]$$

Fenômenos ondulatórios

Vários fenômenos podem ocorrer com uma onda: o desvio ou o contorno que ela realiza ao encontrar obstáculos em sua propagação (a difração), a interferência que ocorre quando se encontram duas ondas produzidas por diferentes fontes e ainda o fenômeno da polarização.

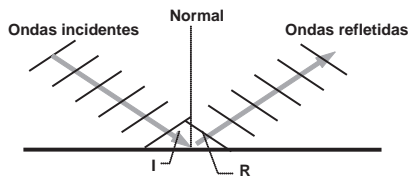
Reflexão de ondas

Ondas unidimensionais



Ondas bidimensionais e tridimensionais

A figura abaixo mostra uma onda reta propagando-se em um meio e incidindo na superfície de separação deste com outro meio. Deve-se notar que a propagação dessa onda pode ser representada por seus raios de onda que, por sua vez, são perpendiculares às linhas de onda:



Sejam:

- N = reta perpendicular à superfície de separação (reta normal).
- I = ângulo entre o raio incidente e a reta normal.
- R = ângulo entre o raio refletido e a reta normal.

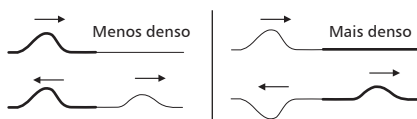
Aqui valem também as leis da refração vistas em Óptica Geométrica.

Refração de ondas

É o fenômeno segundo o qual uma onda muda seu meio de propagação.

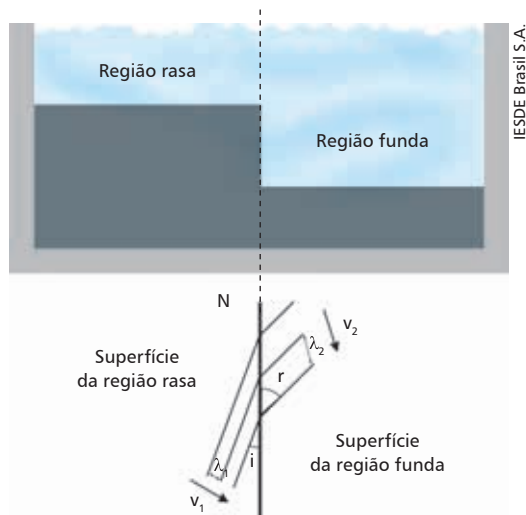
Quando uma onda sofre refração, sua frequência e sua fase não se alteram.

Ondas unidimensionais



Ondas bi e tridimensionais

A figura seguinte representa uma onda incidindo na superfície de separação de dois meios, sendo ele duas regiões de profundidades distintas entre si.



Sendo:

- V_1 = velocidade da onda no meio 1.
- V_2 = velocidade da onda no meio 2.
- N = reta perpendicular à superfície de separação (reta normal).
- i = ângulo entre o raio incidente e a reta normal.
- r = ângulo entre o raio refratado e a reta normal.

Para a refração têm-se duas leis (já vistas em Óptica Geométrica):

1.ª Lei da refração

“O raio incidente, a reta normal e o raio refratado são coplanares”.

2.ª Lei da refração

“Para um par de meios a relação entre o seno dos ângulos formados entre os raios de onda nos meios é uma constante”, isto é:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \text{constante}$$

A constante mencionada na equação anterior é definida como a razão entre as velocidades das ondas nos meios incidente e refrator, isto é:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{V_1}{V_2}$$

O quociente V_1/V_2 é denominado índice de refração relativo do meio 2 em relação ao meio 1, cuja representação é $n_{2,1}$

Deve-se lembrar que, ao passar de um meio para o outro, a onda não perde sua "identidade", isto é, sua frequência. Deste modo, sejam V_1 e V_2 as velocidades nos meios 1 e 2, temos então:

$$V_1 = \lambda_1 f \text{ e } V_2 = \lambda_2 f, \text{ isto é:}$$

$$V_1/\lambda_1 = V_2/\lambda_2$$

Sendo assim:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n_{2,1}$$

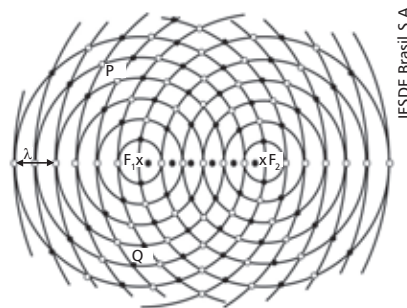
○ Observação

Quando uma onda sai de um meio A e chega a um meio B, passando a se propagar mais lentamente, afirma-se que o meio B é mais refringente que o meio A.

Interferência

Quando duas ou mais ondas atingem simultaneamente um mesmo ponto no espaço o efeito de uma se superpõe ao efeito das outras. Deste modo, no ponto considerado, os efeitos podem se somar mutuamente ou suprimirem-se. Assim, temos dois tipos de interferência, a saber: **interferência construtiva** e **interferência destrutiva**.

A figura a seguir mostra esquematicamente uma superfície na qual se propagam duas ondas criadas, em fase, pelas fontes F_1 e F_2 .



Nesta figura, os pontos brancos representam interferências construtivas e os pontos escuros interferência destrutiva. Deve-se observar que a diferença (Δx) entre as distâncias do ponto P, por exemplo, às fontes é um múltiplo de $\lambda/2$. Tem-se então, caso as fontes estejam em fase:

$$\Delta x = N \cdot \lambda/2$$

- Se N é par há interferência construtiva.
- Se N é ímpar há interferência destrutiva.

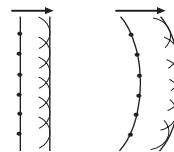
Para a situação em que as fontes estão em oposição de fase:

- Se N é par há interferência destrutiva.
- Se N é ímpar há interferência construtiva.

Princípio de Huygens

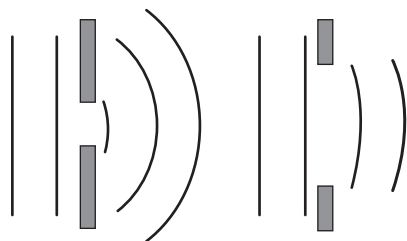
“Cada ponto de uma frente de onda comporta-se como fonte de ‘pequenas’ ondas secundárias, que se propagam em todas as direções, com velocidade igual à da onda principal. Após um intervalo de tempo Δt , a nova posição da frente de onda é a envoltória das frentes das ondas secundárias”.

As figuras a seguir ilustram a construção de frentes de ondas a partir do princípio de Huygens.



Difração

As ondas não se propagam obrigatoriamente em linha reta a partir de uma fonte emissora. Elas apresentam a capacidade de contornar obstáculos, desde que estes tenham dimensões comparáveis ao comprimento de onda.



Ressonância

Quando um sistema vibrante é submetido a uma série periódica de impulsos cuja frequência coincide com a frequência natural do sistema, a amplitude de suas oscilações cresce gradativamente, pois a energia recebida vai sendo armazenada.

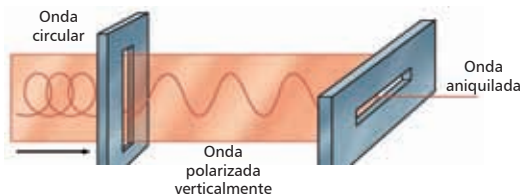


Ponte de Tacoma.

Domínio público.

Polarização

Polarizar uma onda significa orientá-la em uma única direção ou plano.



IESDE Brasil S.A.

O estudo do som

O som é uma onda mecânica e longitudinal.

- **Infrassom:** ondas de frequência abaixo de 20Hz.
- **Som audível:** ondas de frequência entre 20Hz e 20 000Hz.
- **Ultrassom:** ondas de frequência acima de 20 000Hz.

Velocidade das ondas sonoras

Nas ondas sonoras a transmissão de energia ocorre de molécula a molécula.

Assim, tem-se:

$$v_{\text{sólido}} > v_{\text{líquido}} > v_{\text{gases}}$$

Velocidade em função da temperatura

$$v = \sqrt{KT}$$

- $K \rightarrow$ constante.
- $T \rightarrow$ Temperatura absoluta.
- $K = \frac{\gamma R}{M}$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

- $\gamma \rightarrow$ coeficiente de Poisson.
- $R \rightarrow$ constante universal dos gases perfeitos.
- $M \rightarrow$ massa molar do gás.

Observação

A velocidade das ondas só depende das propriedades físicas do meio, não dependendo, portanto, se a fonte está em movimento ou repouso, da intensidade ou da frequência das ondas.

Qualidades fisiológicas

Os sons possuem certas qualidades (associadas a propriedades físicas das ondas) que permitem que sejam caracterizados pelo ouvido humano.

Altura

Qualidade que permitem classificar os sons em agudos (altos) ou graves (baixos). Os sons agudos são os de maior frequência enquanto que os graves possuem menor frequência.

Intensidade

É a qualidade que permite diferenciar um som forte de um som fraco.

Essa intensidade pode ser física ou fisiológica.

- **Intensidade física** de uma onda tridimensional corresponde à energia transportada por unidade de área (perpendicular à propagação) e por unidade de tempo, ou seja:

$$I = \frac{E}{\Delta t A} \quad \text{ou} \quad I = \frac{\text{potência}}{A}$$

Unidade (SI): W/m^2 .

A mínima intensidade capaz de sensibilizar o ouvido humano (limiar de audibilidade) é da ordem de $10^{-12} W/m^2$. Existindo ainda um máximo de intensidade (limiar de dor) em que a sensação sonora vem acompanhada de dor; seu valor é da ordem de $1 W/m^2$.

- **Intensidade fisiológica** ou nível sonoro (N) é a relação entre a intensidade sonora e a sensação sonora (é feita em uma escala logarítmica).

Por definição:

$$N = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

Sendo:

- N → Dado em dB (decibel).
- I → intensidade do som.
- I_0 → limiar de audibilidade.

Timbre

É a qualidade que permite diferenciar duas fontes diferentes que emitem um mesmo som. O timbre está associado à forma da onda e aos harmônicos presentes.

Eco e reverberação

A sensação sonora permanece no ouvido por um intervalo de aproximadamente 0,1s (persistência acústica). Quando um indivíduo emite um som que atinge um obstáculo retornando ao ouvido daquele, pode ocorrer uma continuação da sensação do som emitido inicialmente (reverberação) ou o som recebido após a reflexão chega separado do som emitido inicialmente (eco).

Intervalo acústico (I)

Sejam sons de frequências f_1 e f_2 .

Por definição:

$$I = \frac{f_2}{f_1} \quad (\text{para } f_2 \geq f_1)$$

O quadro abaixo traz alguns valores importantes de I:

I	f_2/f_1
Uníssono	1/1
Oitava acima	2/1
Oitava abaixo	1/2
Quinta	3/2
Semitom	16/15

Cordas vibrantes e tubos sonoros

Modos de vibração de uma corda

Corda fixa em ambos extremos

Dependendo do ponto onde é induzida a perturbação, uma corda pode vibrar de diversas maneiras

(modo de vibração). Seguem alguns dos modos de vibração de uma corda:

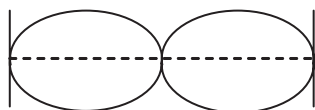
- **1.º modo de vibração** (1.º harmônico ou som fundamental). Possui apenas 1 fuso.

$$L = 1\lambda_1/2 \quad \lambda_1 = 2L/1$$



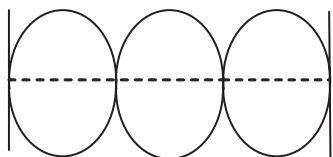
- **2.º modo de vibração** (2.º harmônico). Possui 2 fusos.

$$L = 1\lambda_2/2 \quad \lambda_2 = 2L/2$$



- **3.º modo de vibração** (3.º harmônico). Possui 3 fusos.

$$L = 3\lambda_3/3 \quad \lambda_3 = 2L/3$$



Generalizando: n.ºésimo modo de vibração ou n.ºésimo harmônico possui n fusos:

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \rightarrow \lambda_n = 2L/n$$

Como $v = \lambda f$ (a velocidade não se altera) então $f = v/\lambda$, assim:

$f_1 = v/\lambda_1 = 1v/2L \rightarrow 1^\circ$. Harmônico ou som fundamental.

$f_2 = v/\lambda_2 = 2v/2L \rightarrow 2^\circ$. Harmônico.

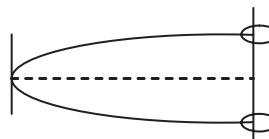
: :
: :
: : :

$f_n = v/\lambda_n = nv/2L \rightarrow n^\circ$ ésimo harmônico.

Corda livre em um extremo

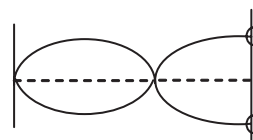
A figura a seguir mostra alguns modos de vibração para este caso:

- **1.º modo de vibração** ou 1.º harmônico. Som fundamental. Possui meio-fuso:



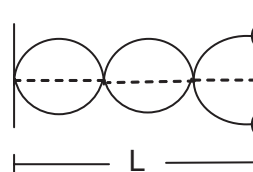
$$L = 1\lambda_1/4 \quad \lambda_1 = 4L/1$$

- **2.º modo de vibração** ou 3.º harmônico. Possui 3 meio-fusos:



$$L = 3\lambda_3/4 \quad \lambda_3 = 4L/3$$

- **3.º modo de vibração** ou 5.º harmônico. Possui 5 meio-fusos:



$$L = 5\lambda_5/4 \quad \lambda_5 = 4L/5$$

Generalizando: para o harmônico de ordem $2n - 1$ tem-se $2n - 1$ meio-fuso:

$f_1 = v/\lambda_1 = 1v/4L \rightarrow 1^\circ$. Harmônico.

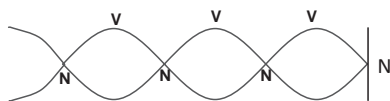
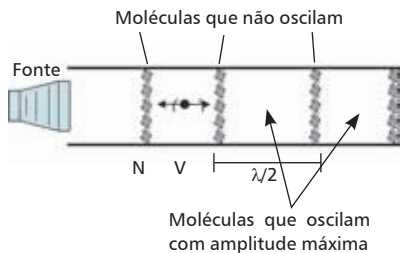
$f_3 = v/\lambda_3 = 3v/4L \rightarrow 3^\circ$. Harmônico.

:
:

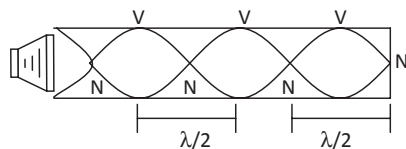
$f_{2n-1} = v/\lambda_{2n-1} = (2n - 1)v/4L \rightarrow (2n - 1)^\circ$ ésimo harmônico.

Modos de vibração em um tubo

Pode-se fazer uma analogia com as cordas vibrantes:



É comum então representar a onda estacionária em um tubo, conforme a figura a seguir:



Deve-se notar que na extremidade onde se encontra a fonte, tem-se um ventre de deslocamento, e na fechada, um nó de deslocamento.

Tubo fechado (uma extremidade fechada)

Abaixo estão representados dois dos vários modos de vibração de uma onda em um tubo fechado.

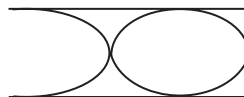
- **1.º modo de vibração** ou 1.º harmônico – apresenta meio-fuso:



$$L = 1\lambda_1 / 4 \rightarrow \lambda_1 = 4L / 1 \quad e$$

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = 1 \frac{v}{4L}$$

- **2.º modo de vibração** ou 3.º harmônico – apresenta um e meio-fuso:



$$L = 3\lambda_3 / 4 \rightarrow \lambda_3 = 4L / 3 \quad e$$

$$f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = 3 \frac{v}{4L}$$

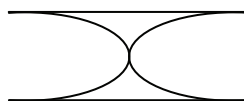
Generalizando: para o $(2n-1)$ ésimo harmônico tem-se $(2n-1)$ meio-fuso:

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda_{2n-1}}{4} \rightarrow \lambda_{2n-1} = \frac{4L}{2n - 1} \quad e$$

$$f_{2n-1} = \frac{v}{\lambda_{2n-1}} = (2n - 1) \frac{v}{4L}$$

Tubo aberto (ambas extremidades abertas)

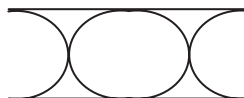
- **1.º modo de vibração** ou 1.º harmônico – apresenta um fuso:



$$L = 1\lambda_1 / 2 \rightarrow \lambda_1 = 2L / 1 \quad e$$

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = 1 \frac{v}{2L}$$

- **2.º modo de vibração** ou 2.º harmônico - apresenta dois fusos.



$$L = 3\lambda_2 / 4 \rightarrow \lambda_2 = 4L / 2 \quad e$$

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = 2 \frac{v}{4L}$$

Generalizando: n ésimo harmônico possui n fusos:

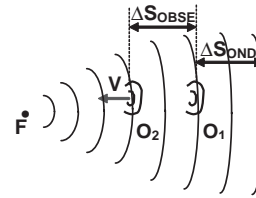
$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n} \quad e$$

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n \frac{v}{2L}$$

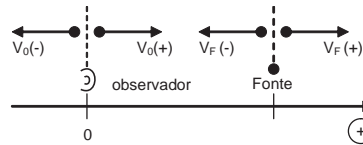
Assim nos tubos fechados só existem os harmônicos de ordem ímpar, enquanto que nos tubos abertos todos os harmônicos estão presentes.

Observação

1. Todo sistema capaz de vibrar possui pelo menos uma frequência característica de vibração. Pode-se fazer um sistema vibrar em uma de suas frequências naturais aplicando-lhe uma força oscilante e periódica cuja frequência seja igual ao do sistema. Nesta situação afirma-se que o sistema entrou em **ressonância**.
2. Toda fonte sonora ao emitir qualquer som envia, além do som fundamental, alguns de seus harmônicos. É a presença desses harmônicos que determina o **timbre** da fonte.



Para o caso geral em que tanto o observador quanto a fonte se movimentam, o esquema abaixo ajuda na montagem das equações:



Equação geral:
$$\frac{f_0}{V \pm V_0} = \frac{f_F}{V \pm V_F}$$

Sendo:

- $f_0 \rightarrow$ frequência aparente.
- $f_F \rightarrow$ frequência real.
- $V \rightarrow$ velocidade da onda.
- $V_0 \rightarrow$ velocidade do observador.
- $V_F \rightarrow$ velocidade da fonte.

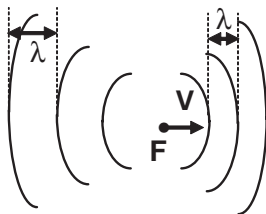
O efeito Doppler

Consiste na variação da frequência aparente (f_{ap}) percebida por um observador em virtude do movimento relativo da fonte e do observador.

Quando a fonte está em repouso o comprimento de onda λ é o mesmo em qualquer ponto:

- 1.º caso: fonte em movimento e observador fixo.

Se a fonte estiver em movimento, o comprimento de onda na frente da fonte é menor que o comprimento de onda atrás desta.



- 2.º caso: fonte em repouso e observador em movimento.

Quando um observador se aproxima com velocidade de V_0 de uma fonte fixa, após um intervalo de tempo Δt ele recebe um número adicional de ondas. Esse número adicional encontra-se na distância $\Delta S_{obs} = V_0 \Delta t$:

Observação

1. A expressão acima serve apenas quando o movimento relativo se dá ao longo da reta que une fonte e observador. Caso isto não ocorra deve-se tomar as componentes das velocidades ao longo dessa reta.
2. As velocidades acima são medidas em relação ao meio suposto em repouso. Caso haja movimento do meio deve-se adicionar a velocidade do meio à velocidade da onda quando aquele se movimentar no mesmo sentido desta, ou subtrair a velocidade caso contrário.

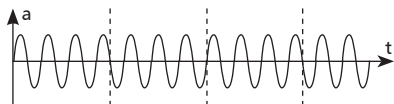
Batimentos

Corresponde agora à superposição de ondas de mesma amplitude, mas frequências ligeiramente diferentes.

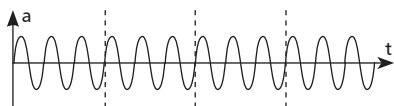
Nesse caso cada ponto do meio sofre interferência ora construtiva, ora destrutiva, esse fenômeno é denominado **batimento**. No caso das ondas sonoras os batimentos são percebidos devido a variação que ocorre com a intensidade do som.

Considere duas ondas de frequências f_1 e f_2 , ligeiramente diferentes que se propagam em um mesmo meio.

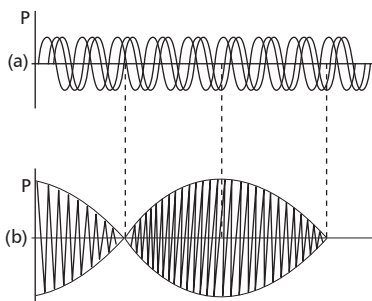
1.^a onda de frequência f_1



2.^a onda de frequência f_2



No encontro, vamos aplicar o princípio da superposição dos efeitos e obter a onda resultante cujo perfil é o seguinte:



Como as ondas são harmônicas, cada ponto do meio descreverá um MHS, desse modo a frequência dos batimentos (número de batimentos por segundo) é então o dobro de $\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)$, ou seja:

$$f_{\text{BATIMENTO}} = f_1 - f_2$$

Na verdade é o módulo dessa diferença.

Carga elétrica

É uma propriedade física intrínseca da matéria, característica dos elementos que compõe o átomo: prótons e elétrons.

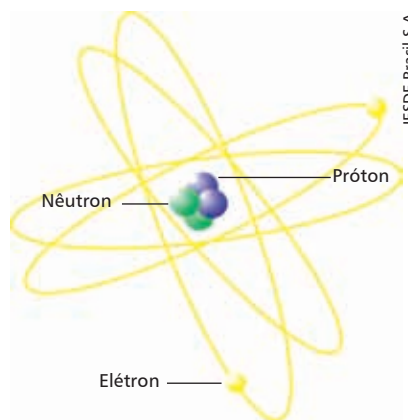
Carga elétrica puntiforme

É uma carga cujas dimensões são desprezíveis e sua massa pode ser desconsiderada na maioria dos casos.

Unidade de medida

No S. I., em Coulomb (C) ou um de seus submúltiplos:

- Microcoulomb – μC – (10^{-6}C) .
- Nanocoulomb – nC – (10^{-9}C) .
- Picocoulomb – pC – (10^{-12}C) .



Carga elétrica dos prótons

Por convenção, adotou-se como carga positiva cujo valor é $+ 1,6 \times 10^{-19}\text{C}$.

Carga elétrica dos elétrons

Por convenção, é negativa e vale $-1,6 \times 10^{-19}\text{C}$.

Carga elementar (e)

É o valor da carga de cada próton ou elétron $e = 1,6 \times 10^{-19}\text{C}$.

Eletrização

- **Corpo neutro** – quando possui o mesmo número de prótons e elétrons, possuindo carga total nula.
- **Corpo carregado (eletrizado) negativamente** – é aquele que possui mais elétrons do que prótons.
- **Corpo carregado (eletrizado) positivamente** – é aquele que possui mais prótons do que elétrons.

Observação

O número de elétrons é igual ao número de prótons, em qualquer átomo, assim, em condições normais, os átomos são eletricamente neutros.

Quantidade de carga em um corpo

- **Quantização** – a carga elétrica é uma grandeza quantizada, isto é, só é encontrada em quantidades fixas que sejam múltiplas inteiras da carga elementar.
- **Quantidade de carga de um corpo** – a carga total de um corpo (Q) é dada por:

$$Q = \pm ne$$

- n → número de partículas em excesso.
- (+) para excesso de prótons.
- (-) para excesso de elétrons.

Condutor e isolante

- **Corpo condutor** – corpo cujos portadores de cargas elétricas (elétrons ou prótons) possuem maior facilidade para se movimentarem no corpo. Assim, o maior grau de liberdade das cargas implica em maior grau de condutância elétrica do material. É o caso dos metais, grafite, ácidos, bases e gases ionizados.
- **Corpo Isolante** – corpo em que as cargas apresentam uma dificuldade de se movimentarem no corpo. Quanto menor o grau de liberdade dos elétrons, maior o grau de isolamento elétrico do material. Como exemplos, citam-se a borracha, a madeira, o ar, o vidro etc.

Observação

1. Quando um corpo constituído de material condutor possui cargas elétricas em excesso, essas tendem a se distribuir pela sua superfície externa.
2. Nos corpos constituídos de materiais isolantes não há movimentação das cargas elétricas que acabam por permanecer no local onde são depositadas.

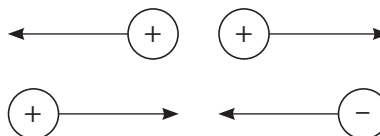
Princípios da eletrostática

Princípio da conservação da carga

A carga elétrica se conserva, isto é, a quantidade de carga total em um sistema isolado permanece constante, independente dos processos que ocorram nele.

Princípio da atração-repulsão (lei de Du Fay)

Cargas de mesmo sinal se repelem, enquanto que as de sinais diferentes se atraem.



Processos de eletrização

Eletrização por atrito

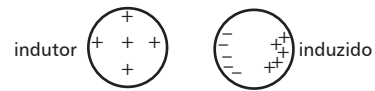
Atritam-se dois corpos de materiais diferentes, ambos neutros, com isso ocorre a passagem de elétrons de um corpo para o outro, ficando um corpo carregado positivamente e o outro carregado negativamente com cargas de mesmo módulo.



IESDE Brasil S.A.

Observação

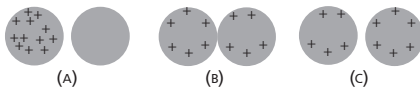
1. Durante um processo de eletrização, os prótons nunca se transferem de um corpo para outro, pois as forças que os mantêm presos ao núcleo do átomo são tão intensas que tornam tal evento praticamente impossível.
2. A eletrização por atrito é mais comum de ocorrer em corpos isolantes, devido à facilidade que os condutores possuem de descarregar a carga na hora do atrito e nos corpos que os rodeiam.



Esse efeito é temporário. Quando o corpo indutor for afastado, o induzido volta a seu estado original. Mas se o induzido for descarregado por um toque ou um aterramento, as suas cargas que estão sendo repelidas são descarregas, e as que estão sendo atraídas não. Então, cortando a ligação com a terra (com B ainda na presença de A) tem-se a garantia de que B ficará eletrizado.

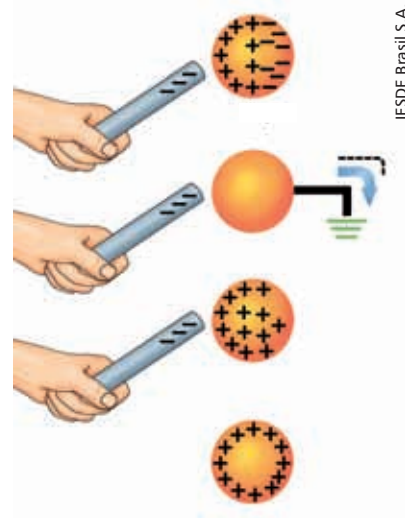
Eletrização por contato

Ocorre quando um corpo previamente eletrizado é colocado em contato com outro neutro. Após o processo de eletrização os corpos ficam com cargas de mesmo sinal.



Observação

1. Preferencialmente, devem ser usados corpos condutores de eletricidade. Há então uma distribuição da carga entre os dois corpos de acordo com as proporções dos mesmos e ambos ficam carregados, com cargas de mesmo sinal.
2. Se os corpos forem idênticos, ou seja, se apresentarem mesma forma e tamanho, então, após o contato, a carga total se dividirá em partes iguais entre eles.
3. A eletrização por contato só pode ocorrer com corpos condutores de eletricidade.



Eletrização por indução

É um processo no qual a eletrização ocorre sem que haja contato entre os corpos. Nele, um corpo A (**indutor**), carregado, é aproximado de um corpo B (**induzido**), condutor, inicialmente neutro. A presença de A induz em B uma polarização de cargas devido ao princípio da atração-repulsão. Ao final do processo, os corpos terminam com cargas de sinais contrários.

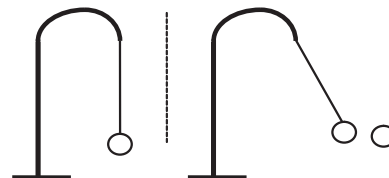
Eletroscópios

Como aplicação da eletrização por indução, podemos citar o eletroscópio, que é um aparelho utilizado para identificar a presença de cargas elétricas.

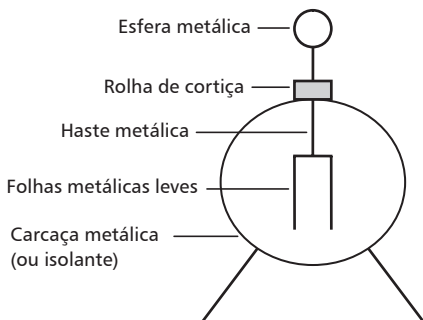
Descreveremos dois tipos básicos:

Pêndulo eletrostático

Uma pequena esfera de cortiça suspensa por um fio preso a uma haste.



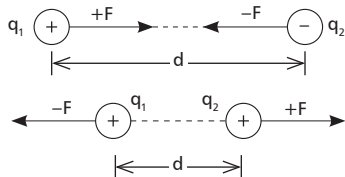
Eletroscópio de folhas



Força elétrica

A lei de Coulomb

Um dos princípios físicos mais conhecidos é o princípio da atração e repulsão que se refere às cargas elétricas. Este princípio nos diz que cargas de mesmo nome (sinal) se repelem e cargas de nomes (sinais) contrários se atraem.



As cargas elétricas exercem forças entre si. Essas forças obedecem ao princípio da ação e reação, ou seja, têm a mesma intensidade, a mesma direção e sentidos opostos.

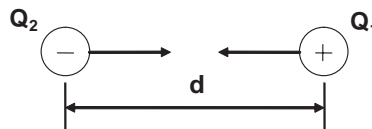
Essa atração e a repulsão são situações específicas da grandeza vetorial força, que nestes casos recebe o nome particular de força elétrica. Para a força elétrica também se aplicam as leis de Newton. Note que a força com que uma carga atrai ou repele a outra é a mesma força com que ela é atraída ou repelida.

A direção dessa força é da reta que une as cargas e o sentido é variável de acordo com o caso: se as cargas tiverem sinais diferentes, o sentido será de aproximação e se as cargas forem de sinais iguais, o sentido será de afastamento das cargas. O módulo da força elétrica é determinado pela lei de Coulomb que diz que entre duas cargas, existe uma força de atração

ou repulsão, proporcional ao produto do módulo das cargas ($|Q_1| \times |Q_2|$) e inversamente proporcional ao quadrado da distância (d) entre elas.

Isto é:

$$F = \frac{K |Q_1| |Q_2|}{d^2}$$

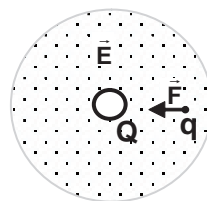


Se a distância for medida em metros (m) e as cargas em Coulomb (C), a força será dada em Newton (N). Essa é a forma de se medir a força elétrica no S. I.

A constante K é a permissividade do meio, e no caso do vácuo vale $9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$.

Campo elétrico

É a região de influência de uma carga elétrica (Q), onde qualquer carga de prova (q) colocada sofre a ação da força elétrica (\vec{F}).



Vetor campo elétrico

É a grandeza vetorial que representa o campo elétrico. Por definição o vetor campo elétrico é dado por:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Módulo ou intensidade

$$E = \frac{F}{|q|}$$

A unidade de medida no S.I. para campo elétrico é: Newton/Coulomb (N/C) ou Volt/metro (V/m).

- **Direção** → mesma da força elétrica.
- **Sentido** → mesmo da força elétrica.

Campo de carga puntiforme

Módulo ou intensidade

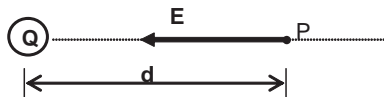
$$E = \frac{kQ}{d^2}$$

- **Direção** → radial (direção da reta que passa pelo centro).
- **Sentido** → se a carga geradora for positiva o sentido é para fora e será para dentro se a carga geradora for negativa. Assim:

Se $Q > 0$

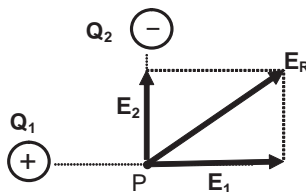


Se $Q < 0$



Campo resultante

Para uma distribuição discreta de cargas elétricas o campo em cada ponto é a soma vetorial do campo gerado por cada carga do conjunto.



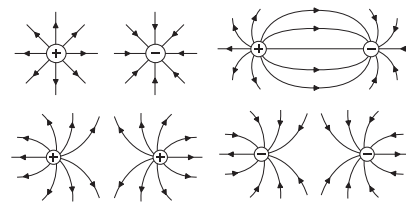
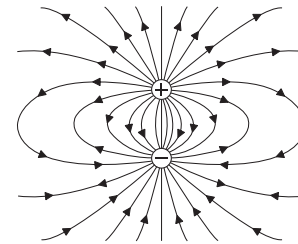
$$\vec{E}_R = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Propriedades do campo de um condutor

1. Para corpos condutores carregados não puntiformes, por repulsão as cargas tendem a distribuir-se na superfície externa dos mesmos.
2. Para pontos muito distantes da superfície deste condutor, ele pode ser considerado uma carga puntiforme, com sua carga concentrada em seu centro.
3. Para pontos próximos à sua superfície, a distância do ponto ao condutor é praticamente o raio do condutor.
4. No interior deste condutor, no entanto, o campo elétrico é nulo (blindagem eletrostática).
5. Num condutor de forma irregular as regiões mais pontiagudas acumulam mais cargas.

Linhas de campo ou linhas de força

São linhas imaginárias que representam graficamente o campo elétrico em cada ponto.



Propriedades das linhas de campo

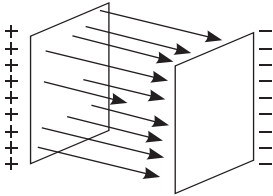
1. As linhas são tangentes ao vetor campo resultante em cada ponto.
2. As linhas têm origem nas cargas positivas e findam nas cargas negativas.
3. Duas linhas de campo nunca se cruzam.
4. A intensidade do campo elétrico é proporcional ao número de linhas de força numa determinada região, quanto mais linhas, maior a intensidade do campo elétrico.

Campo elétrico uniforme (CEU)

É a região do espaço onde se tem um campo cuja intensidade é constante para todos os pontos. Note-se que num CEU as linhas de campo são paralelas e igualmente distanciadas. As linhas se dirigem do potencial maior para o menor.

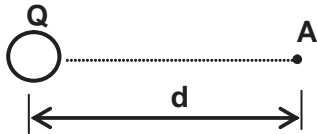
$$U = E \cdot d$$

Sendo U a diferença de potencial entre as placas e d a distância entre elas.



Potencial elétrico (V)

É a energia por unidade da carga armazenada em cada ponto do campo.

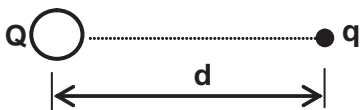


$$V_A = \frac{E_{PE}}{q} = \frac{kQ}{d}$$

No S. I. o potencial elétrico é dado em Volt (V).

Energia potencial elétrica (E_{PE})

É a energia gasta para formar o sistema. Essa forma de energia é uma grandeza escalar e pode ser determinada por:



$$E_{PE} = \frac{k \cdot Q \cdot q}{d}$$

No S.I. a Energia potencial é dada em joule (J).

Diferença de potencial – DDP (U)

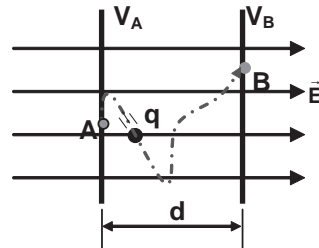
DDP entre os pontos A e B:

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

DDP num campo elétrico uniforme

Em um CEU as superfícies equipotenciais são planos perpendiculares ao vetor campo e tem-se:

$$\tau = q \cdot E \cdot d = qV_{AB} \Rightarrow E \cdot d = U_{AB}$$



Note-se que o trabalho e, desse modo, a ddp não depende da trajetória da partícula no interior do campo.

Trabalho num campo elétrico

Trabalho ao deslocar uma carga q de um ponto A até outro ponto B:

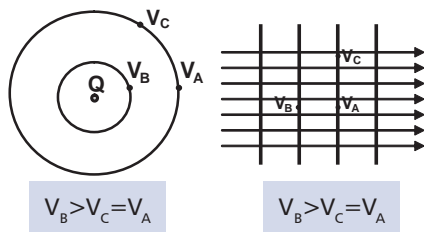
$$\tau = E_{PA} - E_{PB} \rightarrow \tau = qV_A - qV_B = q(V_A - V_B) = qU_{AB}$$



Superfície equipotencial

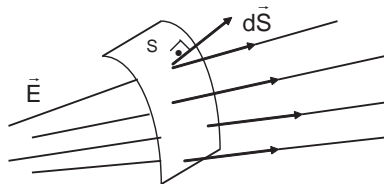
É o lugar geométrico em que todos os pontos possuem o mesmo potencial.

1. Para uma carga puntiforme as superfícies equipotenciais são esferas concêntricas à carga.
2. Para campos uniformes, as superfícies equipotenciais são perpendiculares às linhas de força.



Fluxo elétrico: (ϕ)

Dado um campo cujas linhas de força aparecem abaixo:



A área S apresentada acima é atravessada pelas linhas de força de tal forma que um vetor normal (\vec{n}) à superfície forma com o campo um ângulo θ . Supondo que o campo seja uniforme ao longo de toda área define-se o fluxo do vetor campo elétrico como:

$$\phi = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \cdot \cos\theta$$

Tem-se então:

Se $0 < \theta$, então:

$$\cos\theta > 0 \text{ e } \phi > 0$$

Se $\theta > \frac{\pi}{2}$, tem-se:

$$\cos\theta < 0 \text{ e } \phi < 0$$

Fluxo para uma distribuição de carga não uniforme

Caso o campo não seja uniforme, deve-se dividir a área S em pequenos pedaços cujo tamanho seja o

suficiente para se ter o campo uniforme ao longo de cada pedaço. O fluxo $\Delta\phi$ sobre cada um dos pedaços é dado por:

$$\Delta\phi = \vec{E} \cdot \Delta\vec{A}$$

E então o fluxo através da área total ϕ é a soma algébrica de todos os fluxos parciais, isto é:

$$\phi = \sum \vec{E} \cdot \Delta\vec{A}$$

Observação

Se a divisão for feita, tomando-se um número muito grande de áreas, cada uma delas terá $d\vec{A}$ e o somatório tornar-se-á uma integral:

$$\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Teorema de Gauss

“O fluxo elétrico total através de uma superfície fechada qualquer é igual à carga no interior da superfície dividida pela permissividade elétrica do meio”.

$$\phi = \frac{Q}{\epsilon}$$

Deve-se observar que o teorema é uma generalização da dedução acima, sendo válido para qualquer superfície fechada e para qualquer carga no interior da mesma. A superfície envolvendo a carga é chamada superfície gaussiana.

Aplicações

Utiliza-se o teorema de Gauss para calcular o campo elétrico de distribuições de carga desde que esta possua algum tipo de simetria, como:

Campo de uma carga puntiforme

$$E = \frac{|q|}{4\pi \epsilon r^2} = \frac{k|q|}{r^2}, \text{ onde } k = \frac{1}{4\pi\epsilon}$$

Condutor em equilíbrio

Um condutor está em equilíbrio eletrostático quando não há movimentação ordenada de portadores de carga. Como consequência, um condutor eletrizado possui uma distribuição externa de cargas.

Propriedades

- Campo elétrico interno nulo;
- Não há cargas em excesso internamente;
- Potencial elétrico constante ao longo de todo o condutor.

Densidade de cargas em um corpo

- **Densidade linear de cargas** (λ): é definida como a quantidade de cargas por unidade de comprimento.
- **Densidade superficial de cargas** (σ): corresponde à quantidade de cargas armazenadas em uma superfície por unidade de área.
- **Densidade volumétrica de cargas** (ρ): é definida como a quantidade de cargas armazenadas em uma região volumétrica por unidade de volume.

Poder das pontas

Como mencionado acima, a distribuição de cargas na superfície de um condutor depende da forma geométrica desse condutor, pois quanto mais pontiaguda for uma região do mesmo maior será a densidade de cargas ali armazenadas. Uma situação interessante ocorre quando o condutor está carregado negativamente. Neste caso é possível que ocorra uma emissão de elétrons por parte do condutor, é o que se chama vento elétrico.

Capacitância de um condutor (C)

$$C = \frac{Q}{V}$$

$Q \rightarrow$ carga do condutor e $V \rightarrow$ Potencial elétrico adquirido.

Unidades de C, no SI: coulomb/volt = C/V = Farad = F.

Capacitância em um condutor esférico

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Q}{KQ}} = \frac{R}{K}$$

Sendo R o raio da esfera condutora.

Potencial de equilíbrio (V_e)

Quando vários condutores carregados eletrostaticamente são ligados, há uma movimentação de cargas no sentido de se chegar ao máximo de estabilidade, isso só ocorrerá quando o potencial elétrico for o mesmo.

Cálculo do potencial de equilíbrio

Sejam n condutores carregados e isolados com as cargas Q_1, Q_2, \dots, Q_n e cujas capacitâncias são C_1, C_2, \dots, C_n . Ao colocarmos esses corpos em contato, eles deverão atingir o potencial de equilíbrio V .

Como não há perda de carga do sistema pode-se escrever:

$$Q_{\text{inicial}} = Q_{\text{final}}$$

Assim:

$$Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = Q'_1 + Q'_2 + \dots + Q'_n, \text{ e ainda:}$$

$$Q'_1 = C_1 V, Q'_2 = C_2 V, \dots, Q'_n = C_n V.$$

Logo:

$$V = \frac{Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n}{C_1 + C_2 + \dots + C_n}$$

Campo e potencial de uma esfera

Campo elétrico

Aplicando a lei de Gauss pode-se mostrar que:

$E_{\text{interior}}: 0$ (nulo)

$$E_{\text{superfície}}: E = \frac{k |Q|}{2 \cdot R^2}$$

onde $k = \frac{1}{4\pi\epsilon}$ e R é o raio da esfera.

$$E_{\text{exterior}}: E = \frac{k|Q|}{d^2}$$

Potencial elétrico

$$V_{\text{interior}} = V_{\text{superfície}} = V = \frac{kQ}{R}$$

$$V_{\text{exterior}} = V = \frac{kQ}{d}$$

Corrente elétrica

É o movimento de cargas elétricas. Em um condutor elétrico metálico esses elétrons se movimentam desordenadamente.

Quando o condutor é ligado aos polos de um gerador, os elétrons se dirigem do polo negativo para o positivo num movimento que passa a ser ordenado.

Natureza das correntes elétricas

Eletrônica

São os elétrons que se “movimentam”. É o tipo de corrente que ocorre nos condutores metálicos.

Iônica

Há movimento de cargas positivas (cátions) e negativas (ânions). Ocorre nas soluções iônicas e nos gases ionizados.

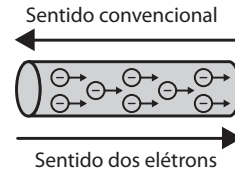
Sentido real e convencional

Corrente Convencional

Deslocamento de cargas positivas, do polo positivo para o negativo, ou seja, (do maior potencial para o menor).

Corrente Real

Movimento de cargas negativas do polo negativo para o positivo – do potencial menor para o maior.



Intensidade de corrente elétrica – i

Numericamente tem-se:

$$i = \frac{Q}{\Delta t}$$



- Q → quantidade de cargas elétricas que atravessam uma seção reta de um condutor.
- Δt → intervalo de tempo.

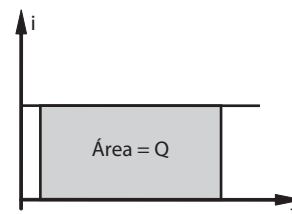
A unidade de medida no S. I é dada em Coulomb/segundo ou ampère ($1\text{C/s} = 1\text{A}$). Pode-se usar também seus submúltiplos.

- Miliampère – mA (10^{-3}A).
- Microampère – μA (10^{-6}A).
- Nanoampère – nA (10^{-9}A).

Propriedade gráfica

Quando temos uma corrente elétrica variável, o seu cálculo deve ser feito através do método gráfico. Aqui, para demonstrarmos essa propriedade, consideramos uma corrente constante.

Pode-se calcular a quantidade de carga através da área sob a curva do gráfico, pois esta será numericamente igual àquela área.



Tipos de corrente

Corrente contínua

É aquela cujo sentido se mantém constante. Ex.: corrente de uma bateria de carro, pilha etc.

Corrente alternada

É aquela cujo sentido varia alternadamente. Ex.: corrente usada nas residências.

Elementos de um circuito

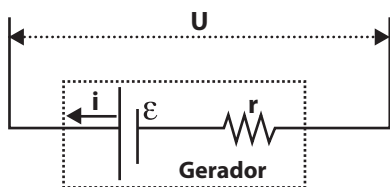
- **Resistor elétrico:** é o elemento do circuito cuja função é transformar energia elétrica em calor. Ex.: presente em lâmpadas, chuveiro e ferro elétrico.

- **Representação:**



- **Gerador elétrico (fonte):** é o elemento do circuito que transforma outro tipo de energia em energia elétrica. A medida de sua capacidade de transformação é a sua força eletromotriz (f.e.m. = ε), que é a tensão fornecida por ela ao circuito. Ex.: pilha, bateria.

- **Representação:**



- **Dispositivos de manobra:** são os elementos que permitem ou não a passagem de corrente elétrica. Ex.: interruptores e chaves elétricas.

- **Representação:**



- **Dispositivos de segurança:** são os elementos que protegem o circuito e seus componentes de corrente elétricas de valores de grande intensidade. Ex.: fusível, disjuntor.

- **Representação:**



- **Dispositivos de medida:** são os elementos cuja função é medir a intensidade da corrente elétrica (A), a d.d.p do circuito (V) ou ambos.

- **Representação:**



Efeitos da corrente elétrica

- **Efeito térmico ou efeito Joule:** transformação de energia elétrica em calor. Esse efeito é à base de funcionamento dos aquecedores elétricos, chuveiros elétricos, secadores de cabelo, lâmpadas térmicas etc.
- **Efeito luminoso:** emissão de luz por um gás rarefeito durante a passagem de corrente elétrica no mesmo. As lâmpadas fluorescentes e os anúncios luminosos são aplicações desse efeito. Neles há a transformação direta de energia elétrica em energia luminosa.
- **Efeito magnético:** um condutor percorrido por uma corrente elétrica cria, na região próxima a ele, um campo magnético. Esse efeito é à base do funcionamento dos motores, transformadores etc.
- **Efeito químico (eletrólise):** decomposição de uma solução eletrolítica quando é atravessada por uma corrente elétrica. Esse efeito é utilizado, por exemplo, no revestimento de metais: cromagem, niquelação etc.

Resistores

Resistência elétrica

É a medida da oposição à passagem da corrente elétrica. É medida em ohms (Ω).

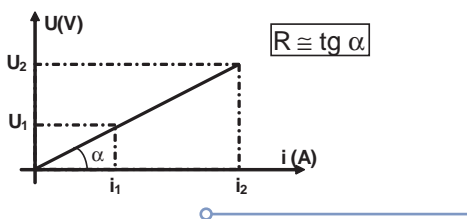
1.ª Lei de Ohm: a resistência elétrica de um resistor é constante a uma determinada temperatura.

Matematicamente:

$$\frac{U}{i} = R = \text{cte}$$

Observação

1. De forma geral a resistência varia com a temperatura.
2. Todo resistor que obedece a 1.ª lei de Ohm é denominado ôhmico.
3. Graficamente a lei de Ohm é expressa por:



2.ª Lei de Ohm: a resistência elétrica (R) de um condutor é diretamente proporcional ao seu comprimento (λ) e inversamente proporcional à área de sua seção transversal (A).

Matematicamente:

$$R = \frac{\rho \cdot \lambda}{A}$$

ρ = resistividade do material

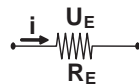
Associação de resistores

Resistor equivalente

Resistor que substitui toda a associação. Sua resistência é denominada resistência equivalente.

Associação em série

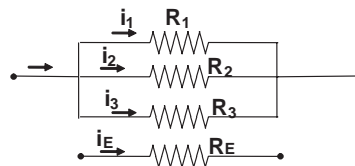
Os resistores são ligados um em seguida do outro de modo a serem percorridos pela mesma corrente elétrica.



$$R_E = R_1 + R_2 + R_3 \dots \text{ e } U_E = U_1 + U_2 + U_3 \dots$$

Associação em paralelo

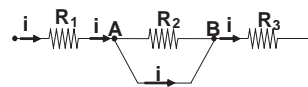
Os resistores são ligados de modo que seus terminais têm as mesmas origens, sendo, portanto, submetidos a uma mesma ddp.



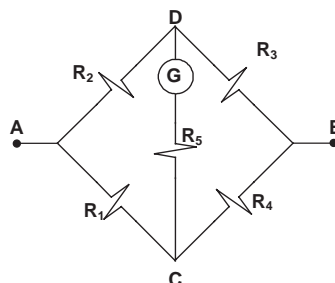
$$\frac{1}{R_E} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \dots \text{ e } i_E = i_1 + i_2 + i_3 \dots$$

Curto-circuito em resistores

Um trecho de circuito está em “curto” quando seus extremos estão ligados por um fio de resistência desprezível. Com a presença do fio sem resistência não há passagem de corrente no resistor R_2 que se encontra então em curto-circuito.



Ponte de Wheatstone



Dizemos que a ponte está equilibrada, quando o galvanômetro G não indicar passagem de corrente elétrica. Desse modo, as quedas de tensão entre os

pontos **A** e **D** e entre os pontos **A** e **C** são iguais, com isso, $V_c = V_D$ e o resistor R_5 estará em curto-circuito, podendo ser retirado sem alterar o circuito. Em consequência disso, a ponte está equilibrada quando ocorrer a seguinte relação entre as resistências:

$$R_1 R_3 = R_2 R_4$$

Simetrias em circuitos

Correspondem a pontos, linhas e planos que dividem o circuito de forma simétrica. A grande propriedade desses elementos é que os que se encontram em simetria estão num mesmo potencial elétrico, não sendo percorridos por corrente elétrica e, portanto, podem ser retirados do circuito.

Efeito Joule

Corresponde à transformação de energia elétrica em energia térmica, isto é, em calor.

Potência dissipada

Tem-se:

$$P_{ot} = U \cdot i = Ri \cdot i = Ri^2$$

OU

$$P_{ot} = Ui = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$$

Observação

Para calcular a energia dissipada após certo tempo tem-se:

$$E_{Dis} = P_{ot} \cdot \Delta t$$

Geradores

Gerador

É um dispositivo que fornece energia às cargas para que se movimentem no circuito elétrico.

Gerador ideal

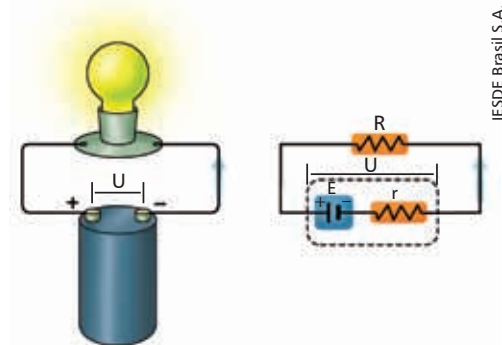
É aquele que não possui resistência interna.

Força eletromotriz (\mathcal{E})

É a tensão fornecida entre os terminais de um gerador.

Gerador real:

É aquele que possui resistência interna $r \neq 0$, e rendimento inferior a 100%.



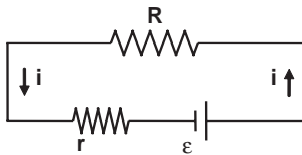
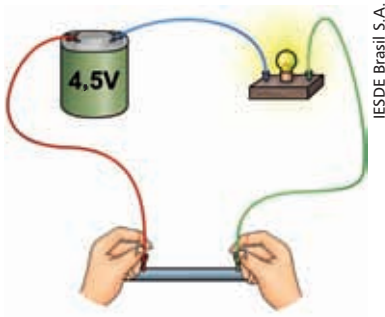
Equação do gerador

É a tensão nos terminais do gerador.

$$U = \mathcal{E} - ri$$

Circuito elétrico simples

É um circuito no qual a corrente elétrica só possui um caminho a percorrer.



Lei de Ohm-Pouillet

Para o gerador tem-se:

$$U = \varepsilon - ri$$

No resistor tem-se:

$$U = Ri$$

Daí:

$$Ri = \varepsilon - ri \rightarrow i = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

Potência de um gerador

- Potência total (P_t).
- Potência dissipada internamente (P_D).
- Potência útil (P_U).

Pelo princípio da conservação de energia:

$$P_t = P_D + P_U$$

Sendo:

$$P_t = \varepsilon \cdot i \quad P_D = r \cdot i^2 \quad P_U = U \cdot i$$

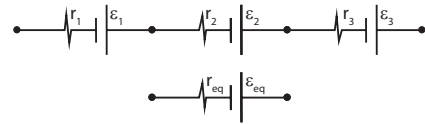
Rendimento de um gerador (η)

Por definição:

$$\eta = \frac{P_U}{P_t} = \frac{U}{E}$$

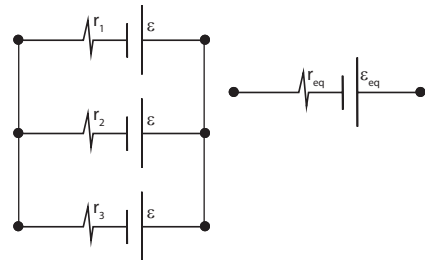
Associação de geradores

Geradores em série



$$r_{eq} = r_1 + r_2 + r_3 \quad e \quad \varepsilon_{eq} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

Geradores em paralelo



$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \quad e \quad \varepsilon_{eq} = \varepsilon$$

Receptores ou motores

Receptores

É um dispositivo que transforma a energia elétrica das cargas em uma outra forma de energia que não seja exclusivamente calor.

Receptor ideal

É aquele que não possui resistência interna.

Força contraeletromotriz (\mathcal{E}')

É a tensão nos terminais do receptor quando desligado.



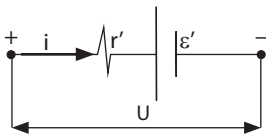
Receptor real

É aquele que possui resistência interna $r \neq 0$, havendo, portanto, perda de energia para a forma de calor.

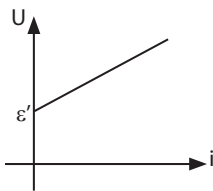
Equação do receptor

É a relação entre a tensão recebida pelo receptor e a sua força contraeletromotriz.

$$U = \mathcal{E}' + r'i$$



Cujo gráfico é:



Lei de Ohm - Pouillet generalizada

Para o gerador tem-se:

$$U = \mathcal{E} - ri$$

No resistor tem-se:

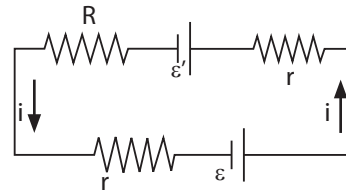
$$U_1 = Ri$$

Para o receptor:

$$U_2 = \mathcal{E}' + ri$$

Sendo:

$$U = U_1 + U_2 \rightarrow i = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}'}{R + r + r'}$$



Potência em um receptor

- Potência recebida (P_{rec}).
- Potência dissipada internamente (P_D).
- Potência útil (P_U).

Pelo princípio da conservação de energia:

$$P_{rec} = P_D + P_U$$

Sendo:

$$P_{rec} = U \cdot i, \quad P_D = r \cdot i^2, \quad P_U = \mathcal{E}' \cdot i.$$

Rendimento de um receptor (η)

Por definição:

$$\eta = \frac{P_U}{P_{rec}} = \frac{\mathcal{E}'}{U}$$

Circuitos elétricos simples com gerador e receptor

Lei de Pouillet Generalizada:

$$i = \frac{\sum \mathcal{E} - \sum \mathcal{E}'}{\sum R}$$

Observação

1. O sentido da corrente no circuito é aquele em que:

$$\Sigma \varepsilon > \Sigma \varepsilon'$$

2. A lei de Pouillet só pode ser aplicada a circuitos simples (uma única malha).
3. Não confundir o sentido da corrente nos geradores e receptores (ver figuras anteriores).

As leis de Kirchhoff

Circuito Complexo

É o circuito em que a corrente elétrica tem mais de um caminho a seguir.

Nó

É qualquer ponto em que a corrente elétrica se divide.

Ramo

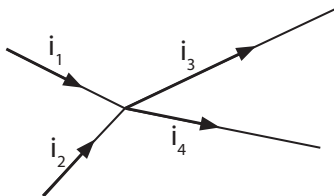
É qualquer trecho do circuito compreendido entre dois nós.

Malha

É um conjunto de ramos que forma um circuito fechado.

Lei dos nós

Em cada nó, a soma das correntes que chegam é igual à soma das correntes que saem.



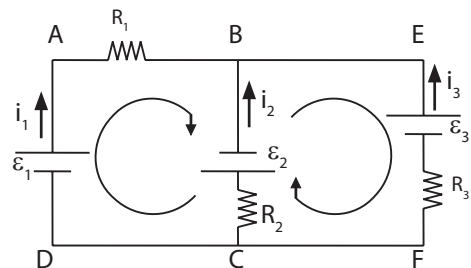
$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4$$

Lei das malhas

Percorrendo-se uma malha num certo sentido, partindo e chegando ao mesmo ponto, a soma algébrica das ddp's é nula.

Convenções:

- ao passar num resistor a ddp será **positiva** se o sentido de percurso for o mesmo da corrente.
- ao passar num resistor a ddp será **negativa** se o sentido de percurso for o contrário da corrente.
- ao passar num gerador a ddp será o valor **positivo** da força eletromotriz se o sentido de percurso for do maior para o menor potencial.
- ao passar num gerador a ddp será o valor **negativo** da força eletromotriz se o sentido de percurso for do menor para o maior potencial.
- num receptor a convenção é a mesma da convenção no gerador.



Malha ABCD

Seguindo, a partir do ponto A, o sentido indicado na figura, com os sentidos de correntes indicados:

$$+ R_1 i_1 - \varepsilon_2 - R_2 i_2 - \varepsilon_1 = 0$$

Malha BEFC

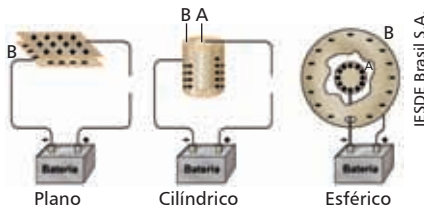
Seguindo, a partir do ponto B, o sentido indicado na figura, com os sentidos de correntes indicados:

$$+ \varepsilon_3 - R_3 i_3 + R_2 i_2 + \varepsilon_2 = 0$$

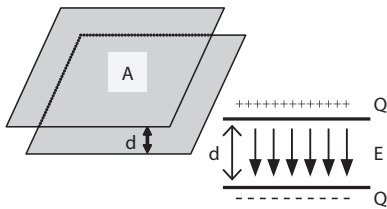
Capacitores

É o elemento do circuito cuja função é armazenar energia potencial elétrica mediante a criação de um campo elétrico.

Tipos de capacitores



Capacitor plano



- **Armaduras:** condutores planos carregados com cargas de sinais opostos.
- **Q:** carga do capacitor (+Q numa armadura e -Q na outra armadura).
- **E:** campo elétrico uniforme (CEU) gerado entre as armaduras.
- **d:** distância entre as armaduras.

Capacitância

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon A}{d}$$

- ϵ = permissividade do meio (ϵ_0 = permissividade do vácuo = $8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m).
- A = área das armaduras.
- d = distância entre as armaduras.

Energia armazenada

$$E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2}$$

Capacitor cilíndrico

As armaduras são dois cilindros concêntricos formando um cabo coaxial.

$$C = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot L}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)}$$

- R = raio da armadura externa.
- r = raio da armadura interna.
- L = comprimento das armaduras.

Capacitor esférico

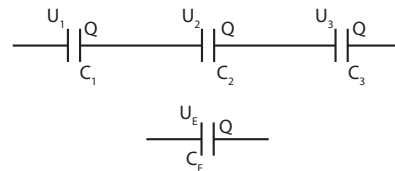
Nesse capacitor as armaduras são duas esferas concêntricas.

$$C = 4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \frac{R \cdot r}{R - r}$$

- R = raio da armadura externa.
- r = raio da armadura interna.

Associação de capacitores

Associação em série



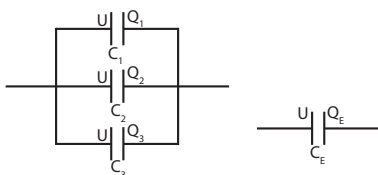
C_E = capacitância equivalente:

$$\frac{1}{C_E} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$U_E =$ ddp equivalente:

$$U_E = U_1 + U_2 + U_3$$

Associação em paralelo



$C_E =$ capacitância equivalente:

$$C_E = C_1 + C_2 + C_3$$

$Q_E =$ carga elétrica equivalente:

$$Q_E = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Observação

É comum, no entanto, utilizar um dielétrico entre as placas do capacitor para aumentar a sua capacitância. Em geral os dielétricos são isolantes elétricos. A nova capacitância é determinada multiplicando-se a constante dielétrica do meio pela capacitância sem o dielétrico.

Influência do dielétrico

A maioria dos capacitores contém entre suas armaduras um material sólido não condutor, chamado dielétrico. Um tipo comum de capacitor é o constituído por tiras metálicas, formando as placas, intercaladas por folhas de papel impregnadas por cera, constituindo o dielétrico. Enrolando-se um capacitor desse tipo, pode-se conseguir capacitâncias de vários microfarad num volume relativamente pequeno.

Um dielétrico sólido entre as placas de um capacitor tem uma função tríplice. Primeiro: resolve o problema mecânico de manter duas placas metálicas grandes, separadas por uma distância muito pequena, sem que haja toque efetivo. Segundo: qualquer material dielétrico, quando submetido a um campo elétrico suficientemente grande, sofre ruptura dielétrica, uma ionização parcial, que permite a condução através de um material supostamente isolante. Muitos materiais isolantes podem tolerar campos elétricos mais intensos que o ar.

Em terceiro lugar, a capacidade de um capacitor de dimensões dadas é muitas vezes maior com um dielétrico entre as placas do que se as placas estivessem no vácuo. Este aumento de capacitância com a introdução do dielétrico define a constante dielétrica do meio (k). Assim:

$$k = \frac{C}{C_0}$$

Onde:

$C =$ capacitância com o dielétrico e $C_0 =$ capacitância sem o dielétrico.

A permissividade absoluta, ou permitividade elétrica de um outro meio qualquer é relacionada com a do vácuo, pela equação:

$$\varepsilon = k \cdot \varepsilon_0$$

Na tabela abaixo fornecemos os valores de k para alguns meios.

Dielétrico	k
Vácuo	1
Ar	1,0006
Mica	4 a 8
Vidro	4 a 10
Porcelana	6,5

Campo magnético

Ímã natural

Mineral denominado magnetita (Fe_3O_4) que tem a propriedade de atrair materiais ferrosos e interagir entre si.

Propriedades dos ímãs

- **Polos magnéticos:** regiões dos ímãs em que as ações magnéticas são mais intensas.

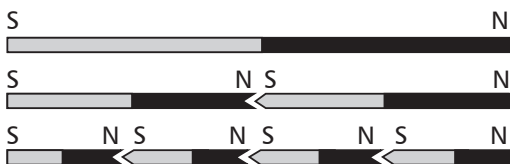
Observação

Uma bússola (sua agulha é um pequeno ímã) se alinha ao campo magnético da Terra que equivale praticamente à direção norte-sul geográfica do planeta. Podemos dizer que se a agulha aponta para o norte geográfico da Terra é porque lá existe um polo sul magnético, assim como no polo sul geográfico existe um polo norte magnético.

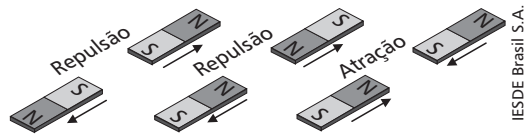


IESDE Brasil S.A.

- **Inseparabilidade dos polos:** dividindo-se um ímã ao meio, surgem dois novos polos de modo a se ter novamente ímãs completos.

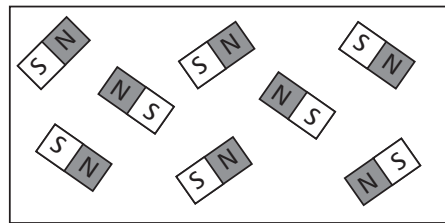


- **Atração e repulsão dos polos:** polos de mesmo nome se repelem e de nomes opostos se atraem.

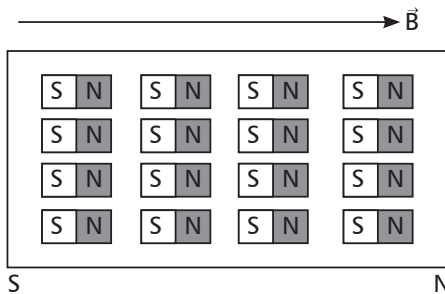


IESDE Brasil S.A.

- **Imantação:** os ímãs elementares, que constituem uma barra de ferro não-magnetizada, estão distribuídos caoticamente. Aplicando na barra de ferro um campo magnético \vec{B} , seus ímãs elementares se ordenam, dispõem-se na direção do campo e ela se magnetiza.



IESDE Brasil S.A.

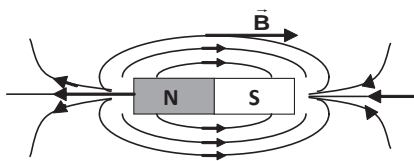


S N

- **Ponto Curie:** um ímã natural pode se desmagnetizar por vibrações (marteladas) ou por aquecimento. A temperatura em que o ímã se desmagnetiza é denominado ponto Curie e vale cerca de $585^\circ C$.
- **Campo magnético:** propriedade gerada no espaço em torno de um ímã ou ao redor de uma carga em movimento. Esse campo é determinado pelo vetor indução magnética \vec{B} .
- **Representação do campo magnético:** o campo de indução é representado por linhas de força ou linhas de campo como feito no caso do campo elétrico.
- **Linhas de campo ou linhas de força:** são linhas imaginárias que representam graficamente o campo de indução magnética em cada ponto.

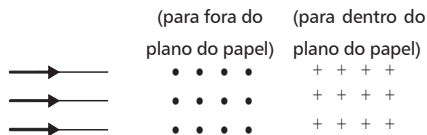
Propriedades das linhas de campo

1. As linhas são tangentes ao vetor campo resultante em cada ponto.
2. As linhas "saem" do polo norte e chegam ao polo sul.
3. Duas linhas de campo nunca se cruzam.
4. A intensidade do campo de indução magnética é proporcional ao número de linhas de força numa determinada região, quanto mais linhas, maior a intensidade do campo.



Campo magnético uniforme

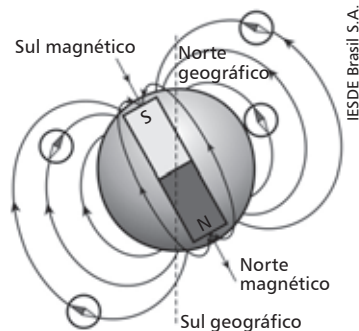
É aquele em que as linhas de indução são paralelas e o vetor indução magnética é igual em todos os pontos.



Campo magnético terrestre

A Terra se comporta como um grande ímã. A magnetosfera, ou campo magnético terrestre, tem sua origem em cargas elétricas em movimento no magma do centro planetário.

Os polos magnéticos da Terra não coincidem com os polos geográficos de seu eixo. Além disso, as posições dos polos magnéticos não são constantes e mostram mudanças observáveis de ano para ano.

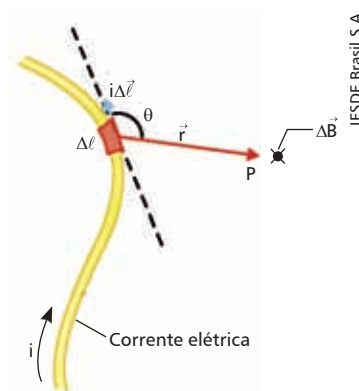


IESDE Brasil S.A.

Lei de Biot-Savart

Considere um fio de forma arbitrária transportando uma corrente i .

A intensidade do campo \vec{B} produzido no ponto P devido à passagem de corrente elétrica em um fio próximo é, numericamente, igual à soma vetorial dos efeitos magnéticos induzidos por elementos de corrente-comprimento $i\Delta\ell$:



IESDE Brasil S.A.

$$\Delta\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i \cdot \Delta\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3} \rightarrow \Delta B = \frac{i\Delta\ell \cdot \text{sen}\theta}{r^2}$$

μ_0 = permeabilidade magnética do vácuo = $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ (SI).

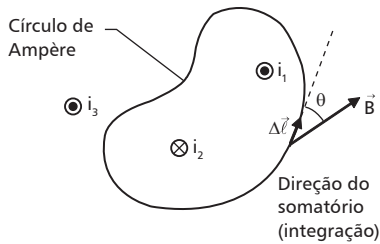
O campo total gerado pelo fio seria o somatório (integral) de cada campo elementar dos elementos do fio.

Lei de Ampère

“A circulação do campo magnético através de um percurso fechado é igual à soma algébrica das correntes que atravessam o percurso multiplicado pela permeabilidade magnética do meio”.

Matematicamente tem-se:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \cdot i$$



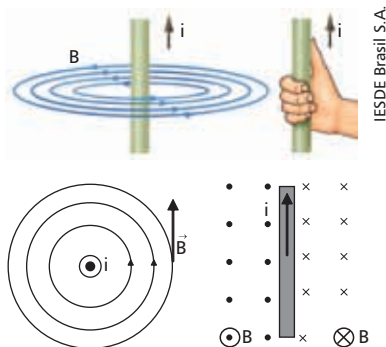
A lei de Ampère aplicada a um laço de Ampère arbitrário que envolve dois fios retos longos, mas exclui um terceiro.

Fontes de campo magnético

Aplicando a lei de Ampère temos:

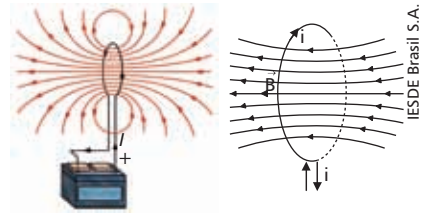
- **Condutor retilíneo:**

$$B = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi \cdot r}$$



- **Espira circular:**

$$B = \frac{\mu_0 i}{2 \cdot R}$$



- **Bobina chata:**

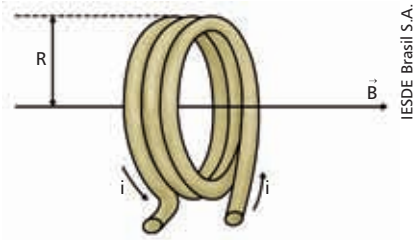
$$B = n \frac{\mu_0 \cdot i}{2 \cdot R}$$

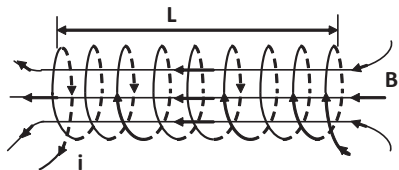
(n = número de espiras)

- **Solenóide:**

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} i$$

Corresponde a um conjunto de espiras circulares que se estendem até um comprimento L. Ao ser percorrido por uma corrente elétrica de intensidade i gera-se um campo magnético uniforme no interior do solenoide.





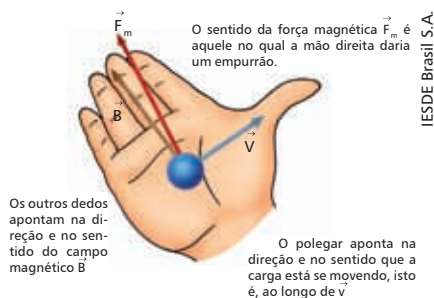
Sendo: N = número de espiras no comprimento L .

O sentido do campo no interior do solenoide é determinado aplicando a regra da mão direita em qualquer das espiras do solenoide.

Força magnética

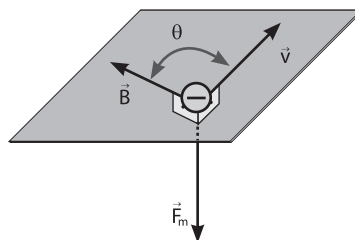
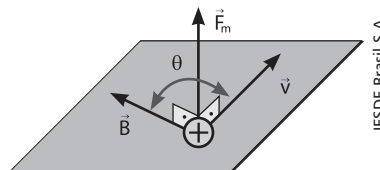
Força magnética sobre cargas em movimento

- É nula quando o movimento da carga é paralelo ao campo magnético.
- É máxima quando a carga incide no campo magnético numa direção perpendicular a este.
- É diretamente proporcional aos módulos da carga (q), sua velocidade (v) e do campo magnético (B).
- A direção e o sentido de atuação da força magnética são obtidos a partir da regra da mão direita.



Observação

1. Se a carga for negativa a força terá sentido de um empurrão com a costa da mão.
2. É importante perceber que a força magnética é perpendicular ao plano formado por v e B .



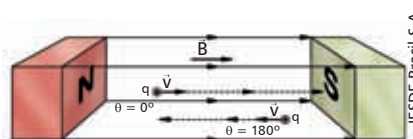
A intensidade da força magnética é dada por:

$$F = qvB \sin \theta$$

θ é o ângulo entre v e B .

Movimento de cargas em um campo magnético

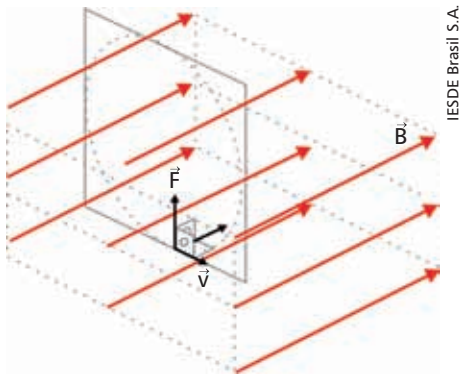
- **Carga se desloca no mesmo sentido do campo magnético:** nesse caso não haverá força magnética sobre a carga.
- **Carga se desloca contrária ao campo magnético:** nesse caso também não haverá força magnética sobre a carga.



- **Carga se desloca perpendicularmente ao campo:** como a força é perpendicular à velocidade, o movimento será circular uniforme.

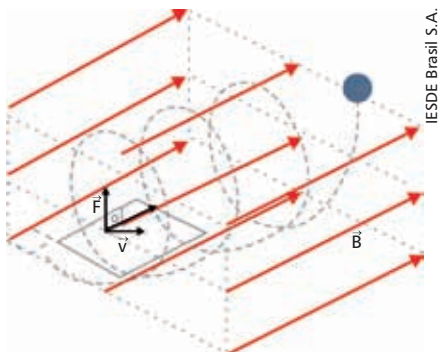
Período: $T = \frac{2\pi m}{|q| \cdot B}$

Raio: $R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$

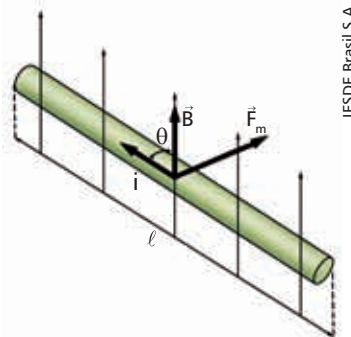


- **Carga incide em direção oblíqua ao campo magnético:** nesse caso podemos afirmar que a carga elétrica possui dois movimentos independentes:
 - um movimento retilíneo e uniforme (MRU) na direção do campo magnético.
 - um movimento circular uniforme (MCU) no plano perpendicular ao campo magnético.

A composição desses dois movimentos faz a carga executar um movimento uniforme e helicoidal.



Força sobre fio condutor

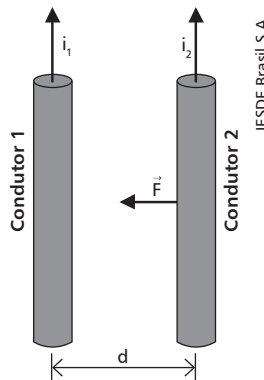


A força magnética é perpendicular ao fio e ao campo simultaneamente (lembre-se da regra da mão esquerda).

O módulo é dado por:

$$F = B \cdot i \cdot l \cdot \text{sen } \theta$$

Força entre dois condutores paralelos



- **Campo gerado pelo condutor 1 sobre o condutor 2:**

$$B = \frac{\mu}{2\pi} \frac{i_1}{d}$$

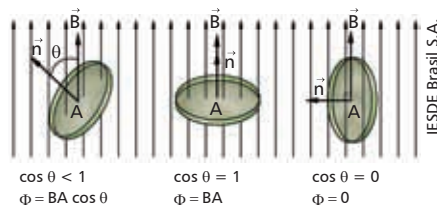
- Força no elemento de comprimento L do condutor 2 causada por este campo:

$$F = i_2 L_2 B = i_2 L_2 \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1}{d}$$

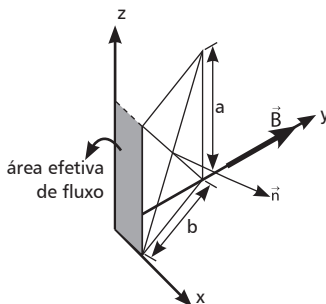
Indução magnética

Fluxo magnético

A figura abaixo mostra uma espira imersa num campo magnético uniforme em diversas posições. Note que o número líquido de linhas de campo que atravessam a espira depende da orientação da espira em relação às linhas de campo.



Na figura a seguir vemos os elementos associados ao fluxo magnético:



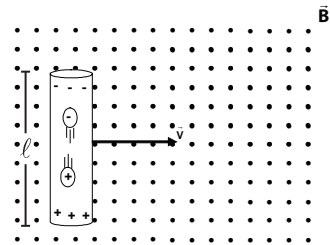
$$\phi = \vec{B} \cdot A\vec{n} \rightarrow \phi = B \cdot A \cdot \cos\theta$$

Sendo θ o ângulo entre a direção do vetor \vec{B} e o vetor unitário \vec{n} (normal à área).

Condutor em movimento dentro de um campo magnético

Se uma barra condutora se desloca num campo magnético, surge nos extremos dessa barra uma ddp induzida (e) dada por:

$$e = B \cdot \ell \cdot v$$



- ℓ = comprimento da barra no interior do campo.
- B = intensidade do campo magnético.
- v = velocidade da barra no interior do campo.

Lei de Faraday e lei de Lenz

Lei de Faraday

A variação do fluxo magnético através de um circuito determina o surgimento de uma força eletromotriz induzida nesse circuito. O módulo da força eletromotriz induzida ($fem - e$) é dado por:

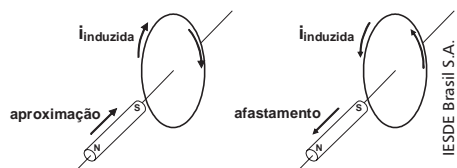
$$e = - \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

O sinal de negativo se deve à lei de Lenz.

Lei de Lenz

O sentido da corrente induzida é tal que, por seus efeitos, opõe-se à variação do fluxo magnético que lhe deu origem.

O mais importante aqui é perceber que o que determina o surgimento da corrente induzida é a variação relativa do fluxo. Assim, nos casos a seguir tem-se um exemplo particularmente importante:



Corrente induzida em circuito

A figura mostra uma barra condutora que fecha o circuito. O movimento da barra determina uma variação no fluxo concatenado, gerando uma ddp induzida de acordo com as leis de Lenz e Faraday. A ddp induzida é dada por:

$$e = B \cdot \ell \cdot v$$

